

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOÃO MARIA MARRA

PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE TURBINAS FRANCIS
UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICOS

CURITIBA

2017

JOÃO MARIA MARRA

PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE TURBINAS FRANCIS
UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICOS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências, Área de Concentração: Dinâmica dos Fluidos Computacional.

Orientador: Profa. Dra. Liliana Madalena Gramani

Coorientador: Prof. Dr Eloy Kaviski

CURITIBA

2017

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS/UFPR
BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

M358p

Marra, João Maria

Predição do comportamento hidráulico de turbinas francis utilizando métodos numéricos / João Maria
Marra. — Curitiba, 2017.

345 p. : il. color. ; 30 cm.

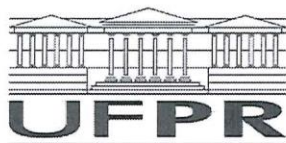
Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia, 2017.

Orientador: Liliana Madalena Gramani.

Coorientador: Eloy Kaviski.

1. Turbina francis. 2. Hidráulica. 3. Pulsação de pressão. 4. Aeração de turbinas. 5. UHE Itaipu.
I. Universidade Federal do Paraná. II. Gramani, Liliana Madalena. III. Kaviski, Eloy. IV. Título.

CDD: 621.31



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS
EM ENGENHARIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JOAO MARIA MARRA** intitulada: **PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE TURBINAS FRANCIS UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICOS**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 09 de Novembro de 2017.

LILIANA MADALENA GRAMANI

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

MICHAEL MANNICH

Avaliador Externo (UFPR)

EMERSON DILAY

Avaliador Externo (UP)

EDUARDO CESAR DECHECHI

Avaliador Externo (UNIOESTE)

ADILANDRI MÉRCIO LOBEIRO

Avaliador Externo (UTFPR)

Dedico esta pesquisa à:

Meus pais, **ALINO e TEREZINHA**, pelos bons valores na educação dos filhos.

Minha esposa, **ELIZETE**, pelo apoio, incentivo, compreensão e tolerância que tornaram possíveis chegar ao atual estágio desta pesquisa.

Minhas filhas, **GABRIELA e AMANDA**, pelo carinho e confiança.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela oportunidade de realizar esta pesquisa e pelo apoio espiritual na superação do esforço requerido.

Às instituições, ITAIPU, CEASB/FPTI, UFPR e UNIOESTE por fomentarem a educação tecnológica e o desenvolvimento social e por aportarem e viabilizarem os meios para a sustentação do propósito.

À minha família, pelo amor, compreensão, carinho e incentivo recebidos que amenizaram o esforço necessário para a realização desta pesquisa.

Aos graduandos de engenharia mecânica Christian Wendt dos Santos, Luan Malikoski Vieira, Luiz Fernando Zubeldia e Yuri Sefrin, atualmente engenheiros, pela relevante colaboração neste projeto.

Aos professores Rogério Rizzi e Petterson Pramiu do Laboratório de Computação de Alto Desempenho-LCAD da Unioeste-Cascavel, pela orientação computacional.

Ao amigo e professor Geraldo Brito, pelo apoio e incentivo na execução deste curso e desta pesquisa.

Ao colega de trabalho Eng. Gabriel Caballero, pela colaboração no projeto e fabricação do dispositivo de controle da aeração da turbina;

Aos colegas de trabalho da SMIL.DT, pelo apoio na preparação e aquisição digital automática de dados nas medições do ensaio no protótipo;

Aos colaboradores do CEASB, pelo apoio geral e incondicional.

A todos os colegas neste doutorado, pelo companheirismo, solidariedade, cooperação e cordialidade.

Aos orientadores, pelo apoio neste projeto, e aos membros da banca, antecipadamente, por sua avaliação e contribuições.

A todos às pessoas que direta ou indiretamente colaboraram na viabilização deste doutorado ou neste projeto.

“Todo aquele que se dedica ao estudo da ciência chega a convencer-se de que nas leis do Universo se manifesta um Espírito sumamente superior ao do homem, e perante o qual nós, com os nossos poderes limitados, devemos humilhar-nos.”

Albert Einstein

RESUMO

A hidroeletricidade é uma fonte limpa e renovável de energia e as turbinas hidráulicas desempenham função relevante na regulação de potência nos sistemas elétricos interligados em que estão inseridas, e o atual aumento da participação das fontes alternativas eólica e solar na matriz energética fortalece a importância da geração hidroelétrica na estabilidade dos sistemas elétricos. Caso contrário, se a modulação dessas fontes alternativas nos sistemas elétricos for feita por termoeletricas a óleo, gás ou carvão essas poluiriam os benefícios das referidas fontes alternativas. Não obstante, embora o potencial hidroelétrico global seja da ordem de 30% da demanda mundial de energia, apenas 3% da demanda é suprida por fonte hidráulica, segundo Hoes et al (2017). Portanto, existe um vasto potencial a explorar dessa fonte de energia e potência, do qual aproximadamente 60% é compatível com aproveitamento por turbinas do tipo Francis. No entanto, essas máquinas estão sujeitas a fenômenos hidráulicos e interações que prejudicam seu comportamento hidrodinâmico, quanto mais fora de seu ponto ótimo são operadas, podendo atingir níveis inaceitáveis de pulsação de pressão no sistema hidráulico associado à turbina. Essa pesquisa consiste na predição do comportamento dinâmico do escoamento no sistema hidráulico de uma instalação real com turbina Francis operando fora de seu ponto de projeto, quanto à amplitude da resposta das pulsações de pressão e análise da estabilidade hidráulica do escoamento. Para tanto, essa pesquisa faz uso de métodos numéricos na obtenção da resposta do sistema hidráulico por meio da solução de modelos matemáticos unidimensional (HA), tridimensional (HD) e híbrido (HDHA) do escoamento, bem como realiza análise comparativa com resultados obtidos em uma turbina protótipo e com resultados existentes, advindos da transposição dos ensaios em seu respectivo modelo físico reduzido. Diferentemente da solução CFD/RANS das equações governantes pelo modelo HD tradicional, o modelo híbrido possibilita atualização das condições de contorno a cada passo de tempo da solução numérica dessa solução, de modo a considerar na retroalimentação desse modelo os efeitos elásticos e viscoelásticos das paredes, e os efeitos da variação do volume de cavitação no vórtice de núcleo na dissipação de energia pelo processo termodinâmico associado. A análise de estabilidade hidráulica foi realizada para a operação em alta carga, utilizando modelos unidimensionais discretizados para determinação dos autopares e da função de transferência entre tubo de sucção e caixa espiral e modelos analíticos simplificados para avaliação da influência dos parâmetros hidroacústicos da compliância da cavitação (C_c), fator de ganho de fluxo mássico (χ) e resistência termodinâmica (R_{th}) no campo de estabilidade. Essa pesquisa contribui como suporte na fase de projeto da turbina e auxílio na análise e diagnóstico de anormalidades no comportamento hidráulico em instalações existentes, que associado às tecnologias de escaneamento rotativo a laser e CAD possibilitam uma modelagem geométrica realística do sistema hidráulico, incluindo a roda da turbina.

Palavras-chave: Turbina francis. Comportamento hidráulico. Estabilidade hidráulica. Pulsação de pressão. Ressonância hidráulica. Transiente hidráulico. Aeração de turbinas. UHE Itaipu.

ABSTRACT

Hydropower is a clean and renewable source of energy, and the hydraulic turbines play a relevant role in the regulation of power in the interconnected electrical systems in which they are inserted, and the current increase in the participation of alternative wind and solar sources in the energy matrix strengthens the importance of generation stability of electrical systems. Otherwise, if the modulation of these alternative sources in electrical systems is done by oil, gas or coal thermoelectric plants that would pollute the benefits of such alternative sources. Nevertheless, although the global hydropower potential is around 30% of the world's energy demand, only 3% of the demand is supplied by a hydropower source, according to Hoes et al. (2017). Therefore, there is a vast potential to exploit this source of energy and power, of which approximately 60% is compatible with Francis turbines. However, these machines are subject to hydraulic phenomena and interactions that detract from their hydrodynamic behavior, the farther out of their optimal point they are operated, and can reach unacceptable levels of pressure pulsation in the hydraulic system associated with the turbine. This research consists in the prediction of the dynamic behavior of the flow in the hydraulic system of a real Francis turbine installation operating out of its design point, regarding the amplitude of the response of the pressure pulsations and analysis of the hydraulic stability of the flow. To do so, this research makes use of numerical methods to obtain the response of the hydraulic system through the solution of one-dimensional (HA), three-dimensional (HD) and hybrid (HDHA) mathematical models of the flow, as well as perform comparative analysis with results obtained in a prototype turbine and with existing results, resulting from the transposition of the tests in its respective reduced scale physical model. Unlike the CFD/RANS solution of the governing equations for the traditional HD model, the hybrid model makes it possible to update the boundary conditions at each step of time of the numerical solution by this model, in order to consider in the feedback of this model the elastic and viscoelastic effects of the walls, and the effects of the variation of cavitation volume in the core vortex in the energy dissipation by the associated thermodynamic process. Hydraulic stability analysis was performed for full load operation using discrete one-dimensional models for determination of complex eigenfrequencies and eigenmodes shapes and transfer function between draft tube and spiral casing and simplified analytical models to evaluate the influence of hydroacoustic parameters of cavitation compliance (C_c), mass flow gain factor (χ) and thermodynamic resistance (R_{th}) in the stability field of the flow. This research contributes as a support in the turbine design phase and helps in the analysis and diagnosis of hydraulic behavior abnormalities in existing installations, which, combined with rotary laser scanning and CAD technologies, enable realistic geometric modeling of the hydraulic system, including the turbine wheel.

Keywords: Francis turbine. Hydraulic behavior. Hydraulic stability. Pressure pulsation. Hydraulic resonance. Hydraulic transient. Turbine aeration. Itaipu HPP.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – SISTEMA HIDRÁULICO TÍPICO DE UMA TURBINA VERTICAL	32
FIGURA 2 – ACIDENTE NA USINA DE SAYANNO-SHUSHENSKAYA.....	36
FIGURA 3 – DIAGRAMA DE COLINA DE TURBINA FRANCIS	42
FIGURA 4 – FAIXA DE APLICAÇÃO DE TURBINAS HIDRÁULICAS	43
FIGURA 5 – ESQUEMA DA LINHA DE ENERGIA HIDRÁULICA DA USINA.....	44
FIGURA 6 – COMPONENTE DA VELOCIDADE EFETIVA DO FLUIDO	46
FIGURA 7– EFICIÊNCIA DE TURBINAS HIDRÁULICAS	47
FIGURA 8 – TRIÂNGULO DE VELOCIDADES	48
FIGURA 9 – TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE NO PONTO DE EFICIÊNCIA MÁXIMA	49
FIGURA 10 – COMPONENTES PRINCIPAIS DE TURBINA FRANCIS	53
FIGURA 11 – VÓRTICES E TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE	54
FIGURA 12 – VÓRTICES DE NÚCLEO EM TURBINAS	56
FIGURA 13 – EFEITO DA CAVITAÇÃO NO VÓRTICE DE BAIXA CARGA.....	57
FIGURA 14 – DIAGRAMA EM CASCATA DO COMPORTAMENTO DA TURBINA.....	59
FIGURA 15 – REFERÊNCIA DE POSIÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA ESTIMATIVA DE C , χ	68
FIGURA 16 – PERDA DE EFICIÊNCIA COM AERAÇÃO – UHE NORRIS	71
FIGURA 17 – LOCALIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE AERAÇÃO	71
FIGURA 18 - DIAGRAMA DE CORPO LIVRE PARA A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	73
FIGURA 19– VOLUME DE CONTROLE PARA A EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE	75
FIGURA 20– CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DO ELEMENTO DO SISTEMA HIDRÁULICO	79
FIGURA 21 – AUTO-MODOS E AUTO-FREQUÊNCIAS EM UM TUBO ELÁSTICO	104
FIGURA 22– ANÁLISE DA ESTABILIDADE EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO.....	104
FIGURA 23 - RESPOSTA DINAMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUENCIA	105
FIGURA 24- ESQUEMA DO SISTEMA LINEAR PADRÃO	106
FIGURA 25 - ESQUEMA DO SISTEMA HIDRÁULICO SIMPLIFICADO	108
FIGURA 26 - SISTEMA INSTÁVEL – AMORTECIMENTO POSITIVO	110
FIGURA 27- A) CIRCUITO HIDRÁULICO COM CAVITAÇÃO B) CIRCUITO ELÉTRICO.....	111
FIGURA 28 – SISTEMA HIDRÁULICO – CORTE TRANSVERSAL DA BARRAGEM DE ITAIPU	114
FIGURA 29 – MODELAGEM 3D DA RODA DA TURBINA	115
FIGURA 30– MODELAGEM ALTERNATIVA 3D DA RODA DA TURBINA.....	116
FIGURA 31– MODELO GEOMÉTRICO 3D DO CONJUNTO CAIXA ESPIRAL E DISTRIBUIDOR..	116
FIGURA 32 – MODELO GEOMÉTRICO 3D DO TUBO DE SUCÇÃO	117
FIGURA 33– MODELO GEOMÉTRICO 3D RESERVATÓRIO, TOMADA DE ÁGUA E CONDUTO	118
FIGURA 34 – SISTEMA DE AERAÇÃO DA TURBINA – A) CAMINHO DO AR; B) VÁLVULA	118
FIGURA 35 – DISPOSITIVO MECÂNICO DE CONTROLE DA VÁLVULA DE AERAÇÃO	119
FIGURA 36– DISPOSITIVO P/ VARIAÇÃO DA AERAÇÃO: COMPONENTES	119
FIGURA 37 – DISPOSITIVO P/ VARIAÇÃO DA AERAÇÃO: PRÉ-MONTAGEM.....	120

FIGURA 38 – DISPOSITIVO MECÂNICO DE CONTROLE DA VÁLVULA DE AERAÇÃO	120
FIGURA 39– PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO – A) DT1; B) SC1	122
FIGURA 40– TOMADAS DE PRESSÃO NA TURBINA	123
FIGURA 41 – TUBULAÇÕES DE AERAÇÃO – ADMISSÃO DE AR	124
FIGURA 42- DIAGRAMA DE FLUTUAÇÃO DE PRESSÃO NO TUBO DE SUCÇÃO	130
FIGURA 43– MODELAGEM GEOMÉTRICA 1D DO SISTEMA HIDRÁULICO DA UHI	133
FIGURA 44– VARIAÇÃO LONGITUDINAL DO DIÂMETRO DO SISTEMA HIDRÁULICO	134
FIGURA 45 – A) ESQUEMA REOLÓGICO DA VISCOELASTICIDADE; B) CIRCUITO ELÉTRICO	137
FIGURA 46 - A) ELEMENTO DE VÁLVULA; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO	140
FIGURA 47- A) CURVA UNITÁRIA DO COEFICIENTE DE DESCARGA DA VÁLVULA	141
FIGURA 48 - A) ELEMENTO DE TURBINA; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO	142
FIGURA 49- CURVA DE COLINA POLAR	143
FIGURA 50 - A) ESQUEMA REOLOGICO TERMODINÂMICO; B) CIRCUITO ELÉTRICO.....	144
FIGURA 51 - A) ESQUEMA DO ELEMENTO TERMODINÂMICO; B) CIRCUITO ELÉTRICO	145
FIGURA 52 - A) ESQUEMA FÍSICO DO DUTO; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO	148
FIGURA 53 - A) ESQUEMA FÍSICO DE S_Q ; B) CIRCUITO ELÉTRICO COM S_Q	150
FIGURA 54 - CIRCUITO ELÉTRICO DO ELEMENTO DE FONTE DE MASSA S_Q	151
FIGURA 55 - A) ELEMENTO DE FONTE DE MOMENTO S_h	154
FIGURA 56 - A) ESQUEMA FÍSICO DE S_Q ; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO	155
FIGURA 57– DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL UNIDIMENSIONAL.....	158
FIGURA 58– POSICIONAMENTO DAS VARIÁVEIS DE ESTADO	158
FIGURA 59 – CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DE UM TUBO ELÁSTICO	159
FIGURA 60 – CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DO SISTEMA HIDRÁULICO COMPLETO ...	161
FIGURA 61 – A) DISCRETIZAÇÃO DO SIST. HIDRÁULICO; B) MALHA ESPACIAL-TEMPORAL .	169
FIGURA 62 – CURVAS CARACTERÍSTICAS.....	170
FIGURA 63 – EXTENSÕES DOS MODELOS HD E HA	174
FIGURA 64 – FLUXO DE CÁLCULO RESUMIDO DO MODELO HÍBRIDO 2-WAY	175
FIGURA 65 – MALHA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES COM DOMÍNIO PARCIAL	178
FIGURA 66 – MALHA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES CFD COM DOMÍNIO COMPLETO.....	178
FIGURA 67– FLUXO DE CÁLCULO RESUMIDO DO MODELO HÍBRIDO 2-WAY	180
FIGURA 68– DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA COMUNICAÇÃO ENTRE OS MODELOS.....	182
FIGURA 69 – FLUXOGRAMA RESUMIDO DA ROTINA PARA O MODELO HÍBRIDO 2-WAY	185
FIGURA 70 – FLUXOGRAMA DA COMUNICAÇÃO ENTRE ROTINAS DO USUARIO E O CFX	186
FIGURA 71 – EXEMPLO DE VARREDURA LINEAR PARA A FUNÇÃO CHIRP	189
FIGURA 72– VOLUMES DE VAPOR DE CAVITAÇÃO DO VÓRTICE DE NÚCELO	192
FIGURA 73 – PLANO DE MEDIÇÃO DAS PRESSÕES MÉDIAS NO TUBO DE SUCÇÃO	193
FIGURA 74 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	195
FIGURA 75 - ESPECTROGRAMA DA PRESSÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	196
FIGURA 76 - FREQUÊNCIA DOMINANTE: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	197

FIGURA 77 - EFEITO DA AERAÇÃO NA PLENA CARGA: A) PULSAÇÃO DE PRESSÃO; B) FREQUÊNCIA DOMINANTE DA PULSAÇÃO.....	198
FIGURA 78 – A) OSCILAÇÃO DE POTÊNCIA; B) ESPECTROGRAMA COM VARIAÇÃO DA AERAÇÃO EM ALTA CARGA.....	198
FIGURA 79 - ESPECTROGRAMA DA PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO TUBO DE SUCÇÃO:	198
FIGURA 80 – MODELO HD-1F A) PULSAÇÃO DE PRESSÃO; B) ESPECTROGRAMAS	200
FIGURA 81 - VOLUME DE VAPOR EM ALTA CARGA: A) DOM. PARCIAL; B) DOM. COMPLETO	202
FIGURA 82 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO EM ALTA CARGA - DOMÍNIO PARCIAL – MODELO HD2F: A) RESPOSTA TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA.....	202
FIGURA 83 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO EM ALTA CARGA - DOMÍNIO COMPLETO – MODELO HD2F: A) RESPOSTA TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA	203
FIGURA 84 - HISTÓRIA TEMPORAL COM PARÂMETROS CONSTANTES NO MODELO HDHA-1WAY: A) PARÂMETROS C_c , χ E R_{th} ; B) EXCITAÇÃO dV_c/dt	205
FIGURA 85 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO 1D – A) TEMPORAL; B) ESPECTRO ...	206
FIGURA 86 - HISTÓRIA TEMPORAL COM PARÂMETROS VARIÁVEIS NO MODELO HDHA-1WAY: A) PARÂMETROS C_c , χ ; B) R_{th} ; C) EXCITAÇÃO dV_c/dt	206
FIGURA 87 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO 1D COM PARÂMETROS VARIÁVEIS: A) TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA	207
FIGURA 88 – CARGA PARCIAL - HDHA: A) CAMPO DE PRESSÃO; B) LINHAS DE FLUXO.....	208
FIGURA 89 - HISTÓRIA TEMPORAL DA EXCITAÇÃO E DA ATUALIZAÇÃO DA VAZÃO NO MODELO HDHA-2WAY: A) PARÂMETROS V_c E dV_c/dt ; B) VAZÃO	209
FIGURA 90 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM ALTA CARGA: A) HISTÓRICO TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA.....	210
FIGURA 91 – SIMULAÇÃO HDHA COM PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS VARIÁVEIS: A) EVOLUÇÃO DA PRESSÃO E DO VOLUME DE CAVITAÇÃO; B) ESPECTROGRAMA DA PRESSÃO	211
FIGURA 92 – MODELO HDHA-2WAY COM PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS VARIÁVEIS:.....	212
FIGURA 93 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM CARGA PARCIAL: A) CONDIÇÃO INICIAL E RESPOSTA TEMPORAL; B) VAZÃO NA TURBINA.....	214
FIGURA 94 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM CARGA PARCIAL: A) PULSAÇÃO DA PRESSÃO NA CAIXA ESPIRAL; B) ESPECTROGRAMA	214
FIGURA 95 – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA POR VARREDURA CHIRP SEM CAVITAÇÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	220
FIGURA 96 – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA POR VARREDURA CHIRP COM CAVITAÇÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	221
FIGURA 97 – AUTOMODOS SEM O EFEITO DA CAVITAÇÃO: A) PRESSÃO; B) VAZÃO	222
FIGURA 98 – AUTOMODOS COM O EFEITO DA CAVITAÇÃO: A) PRESSÃO; B) VAZÃO	223
FIGURA 99 – AUTOMODOS SEM A CAVITAÇÃO-MALHA M2: A) PRESSÃO; B) VAZÃO	223
FIGURA 100 – AUTOMODOS COM A CAVITAÇÃO-MALHA M2: A) PRESSÃO; B) VAZÃO.....	224

FIGURA 101 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $G(i\omega)$ SEM EFEITO DA CAVITAÇÃO EM ALTA CARGA: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	225
FIGURA 102 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $G(i\omega)$ COM EFEITO DA CAVITAÇÃO EM ALTA CARGA: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL	225
FIGURA 103 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS ELEM. DE COMUNICAÇÃO DO MODELO HÍBRIDO SEM CAVITAÇÃO: A) CAIXA ESPIRAL; B) TUBO DE SUCÇÃO	226
FIGURA 104 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS ELEM. DE COMUNICAÇÃO DO MODELO HÍBRIDO COM CAVITAÇÃO: A) CAIXA ESPIRAL; B) TUBO DE SUCÇÃO	226
FIGURA 105 – DIAGRAMA DE ESTABILIDADE: A) ; B) AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA.....	227
FIGURA 106 – DIAGRAMA DE ESTABILIDADE: A) CIRCUITO RLC; B) CIRCUITO RLC+ R_{TH}	228
FIGURA 107 – DIAGRAMA DE AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA SIMPLIFICADO: A) CIRCUITO RLC ; B) CIRCUITO RLC+ R_{TH}	228
FIGURA 108 – A) CURVA DE SOBREVELOCIDADE: B) VARIAÇÃO DA SOBREVELOCIDADE E DA SOBREPRESSÃO.....	229

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1– NÚMEROS ADIMENSIONAIS	51
TABELA 2.2– ANALOGIA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS E HIDRÁULICOS.....	80
TABELA 3.1– BATERIAS DE ENSAIOS REALIZADOS NA U09	121
TABELA 3.2– PATAMARES DOS TESTES REALIZADOS NA QUEDA BRUTA DE 116,0M	123
TABELA 3.3– PATAMARES DOS TESTES SELECIONADOS COMO REFERÊNCIA	125
TABELA 3.4 - MEDIÇÃO DE PERDA DE CARGA NO CONDUTO FORÇADO DA U18A	126
TABELA 3.5 MEDIÇÃO DO COEFICIENTE DE DESCARGA DO DISTRIBUIDOR	127
TABELA 3.6 – DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE DESCARGA POR CFD	128
TABELA 3.7 - DETERMINAÇÃO DO TEMPO GLOBAL DE RELAXAMENTO DA CAVITAÇÃO	129
TABELA 4.1– CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	152
TABELA 4.2 – DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS - RESUMO	165
TABELA 4.3 – DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL 1D E TEMPORAL – MALHA M6.T1	168
TABELA 5.1– PARÂMETROS DA MALHA DO DOMÍNIO PARCIAL	178
TABELA 5.2 – PARÂMETROS DA MALHA DO DOMÍNIO COMPLETO	179
TABELA 6.1 – SIMULAÇÕES CFD - DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS..	192
TABELA 6.2 – DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS E HIDRÁULICOS	193
TABELA 7.1 AMPLITUDE E FREQUENCIA DA PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO PROTÓTIPO	199
TABELA 7.2 - RESUMO DE RESULTADOS DOS MODELOS, PROTÓTIPO E TRANSPOSIÇÃO .	216
TABELA 7.3 AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA HIDRÁULICO	220
TABELA 8-1 - RESUMO DAS <i>USER ROUTINES</i> DO MODELO <i>HD-HA-ALTA CARGA</i>	19

LISTA DE QUADROS

QUADRO 4.1- MODELAGEM DOS ELEMENTOS DO CIRCUITO HIDRÁULICO	157
QUADRO 4.2 – EQUIVALÊNCIA UTILIZADA NAS RESISTÊNCIAS DAS MATRIZES [A] E [B]	161
QUADRO 5.1 – SIMULAÇÕES REALIZADAS	176
QUADRO 5.2- <i>USER ROUTINES</i> DO MODELO <i>HÍBRIDO 2WAY</i> PARA ALTA CARGA	183
QUADRO 5.3- <i>USER ROUTINES</i> DO MODELO <i>HÍBRIDO 2WAY</i> PARA CARGA PARCIAL	185

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ANSYS	Ansys, Inc.
BEP	Ponto de Melhor Eficiência (Best Efficiency Point)
CEASB	Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens
CAD	Computer Aided Design
CAM	Computer Aided Manufacturing
CEL	Linguagem de Expressão do CFX (CFX Expression Language)
CFD	Computação Fluidodinâmica
CFL	Critério de Courant-Friedrich-Levy
DAT	Diretório de Área de Dados
DNS	Solução Numérica Direta (Direct Numerical Simulation)
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
FFT	Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transport)
FPTI	Fundação Parque Tecnológico de Itaipu
HD	Modelo Hidrodinâmico
HDHA	Modelo híbrido hidrodinâmico-hidroacústico
HD1F	Modelo Hidrodinâmico Monofásico
HD2F	Modelo Hidrodinâmico Bifásico
HA	Modelo Hidroacústico
IEC	International Electrotechnical Commission
JBR	Junction Box Routine
LES	Simulação de Larga Escala (Large Edge Simulation)
MMS	Gerenciador do Sistema de Memória (Manager Memory System)
MOC	Método das Características
MPI	Message Passing Interface
MVF	Método dos Volumes Finitos
Ot	Ponto de Eficiência Ótima (BEP)
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PVI	Problema de Valor Inicial
RAM	Memória de Acesso Randômico
RANS	Equações médias de Reynolds (Reynolds Averaged Navier-Stokes)
RKM	Método de Runge-Kutta
RLC	Circuito elétrico equivalente com resistor, indutor e capacitor
RMS	Raiz Média Quadrática (Root Mean Square)

SIM	Simulação
SIN	Sistema Interligado Nacional (Sistema elétrico Interligado)
SST	Modelo de Turbulência Shear Stress Transport
UHE	Usina Hidrelétrica
UHI	Usina Hidrelétrica de Itaipu
USBR	United States Bureau of Reclamation
VC	Volume de controle
1D	Unidimensional
3D	Tridimensional

LISTA DE SÍMBOLOS (latinos)

A	Área transversal	$[m^2]$
\vec{a}	Aceleração	$[m/s^2]$
\vec{b}	Força de corpo por unidade de massa	$[m/s^2]$
c	Velocidade da onda acústica	$[m/s]$
C	Capacitância hidroacústica	$[m^3]$
C_o	Capacitância hidroacústica da fase líquida pura na região do vórtice no tubo de sucção	$[m^3]$
C_c	Capacitância hidroacústica da cavidade com vapor de cavitação no vórtice no tubo de sucção	$[m^3]$
C_{eq}	Capacitância hidroacústica equivalente da mistura e da cavidade do vórtice no tubo de sucção	$[m^3]$
C'	Capacitância hidroacústica linear	$[m^2]$
C_{ve}	Capacitância viscoelástica	$[m^3]$
C_c	Compliância do vórtice ($\partial V_c / \partial P$)	$[m^4 s/kg]$
C_c	Compliância do vórtice ($\partial V_c / \partial H$)	$[m^2]$
C_d	Coeficiente de descarga	$[-]$
C_{ST}	Capacitância hidroacústica do duto de ventilação	$[m^2]$
C'_e	Capacitância elétrica linear	$[F/m]$
D	Diâmetro	$[m]$
E_t	Módulo de elasticidade da parede da tubulação	$[Pa]$
E_f	Módulo de compressibilidade da água	$[Pa]$

E	Energia específica (gH)	$[J/kg]$
Eu	Número de Euler	$[-]$
e	Espessura da parede	$[m]$
F	Força	$[N]$
Fr	Número de Froude	$[-]$
f	Frequência de excitação	$[Hz]$
f	Fator de atrito	$[-]$
\vec{f}	Força de superfície por área	$[N/m^2]$
f_o	Frequência natural fundamental	$[Hz]$
g	Aceleração da gravidade	$[m/s^2]$
g	Função de transferência no domínio do tempo	$[-]$
G	Função de transferência no domínio da frequência	$[-]$
H	Queda líquida	$[mca]$
Hn	Queda líquida	$[mca]$
H_b	Queda bruta	$[mca]$
H_t	Queda líquida para transformação de energia na turbina	$[mca]$
H_u	Pressão ou altura piezométrica na entrada da tomada de água	$[mca]$
H_T	Pressão ou altura piezométrica na saída do tubo de sucção	$[mca]$
H_1	Pressão ou altura piezométrica na entrada da caixa espiral	$[mca]$
H_2	Pressão ou altura piezométrica na saída do tubo de sucção	$[mca]$
H_d	Pressão ou altura piezométrica a jusante do distribuidor	$[mca]$

h	Pressão	$[mca]$
dt	Passo de tempo	$[s]$
h	Queda adimensional	$[-]$
i	Raiz quadrada de -1l	$[-]$
i	Índice l	$[-]$
I	Corrente elétrica	$[A]$
j	Raiz quadrada de -1l	$[-]$
J	Momento polar de inércia	$[kg/m^4]$
k	Número inteiro positivo	$[-]$
k	Energia cinética turbulenta	$[m^2/s^2]$
K	Coeficiente de perdas singulares no tubo de sucção	$[-]$
K_d	Coeficiente de perda de carga no duto de ventilação	$[-]$
K_{wk}	Constante da medição de vazão por Winter-Kennedy	$[-]$
K_1	Inclinação no início do intervalo de integração	$[-]$
K_2	Inclinação no ponto médio do intervalo de integração	$[-]$
K_3	Inclinação no ponto médio do intervalo de integração	$[-]$
K_4	Inclinação no fim do intervalo de inclinação	$[-]$
L	Comprimento	$[m]$
l	Comprimento	$[m]$
L	Indutância hidroacústica l	$[s^2/m^2]$
L'	Indutância hidroacústica linear	$[s^2/m^3]$
L'_e	Indutância elétrica linear	$[H/m]$

\dot{m}	Vazão mássica	$[kg/s]$
m	Massa específica do vapor de cavitação	$[kg/m^3]$
M	Momento	$[Nm]$
Ma	Número de Mach	$[-]$
N	Potência	$[W]$
N	Rotação	$[RPM]$
N	Propriedade extensiva genérica	$[(.)]$
$NPSE$	Energia líquida positiva de sucção	$[J/kg]$
$NPSH$	Altura líquida positiva de sucção	$[mca]$
\vec{n}	Vetor normal unitário	$[RPM]$
n	Velocidade de rotação	$[RPM]$
n_s	Velocidade rotação específica	$[RPM]$
n_q	Velocidade de rotação específica	$[RPM]$
n_s	Velocidade de rotação específica	$[RPM]$
n_p	Velocidade de rotação específica	$[RPM]$
n_v	Velocidade de rotação específica	$[RPM]$
n_{II}	Velocidade de rotação unitária	$[RPM]$
n_{ED}	Fator de velocidade	$[-]$
P	Potência	$[W]$
p	Pressão	$[Pa]$
Q	Vazão volumétrica	$[m^3/s]$
Q_{ot}	Vazão da turbina no ponto de rendimento máximo	$[m^3/s]$

Q_{ED}	Fator de vazão	$[-]$
R	Raio	$[m]$
r	Raio	$[m]$
r_α	Fração de volume da fase alfa na mistura multifásica	$[-]$
s	Frequência complexa ou variável de Laplace	$[m]$
s	Razão entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante	$[m]$
R	Constante universal dos gases	$[J/(K \text{ mol})]$
R_c	Constante do gás vapor de cavitação (R/m)	$[J/(K \text{ mol})]$
R	Resistência hidráulica ao atrito	$[s/m^2]$
R'	Resistência hidráulica ao atrito linear	$[s/m^3]$
R_v	Resistência da válvula ou distribuidor	$[s/m^2]$
R_{ve}	Resistência viscoelástica	$[s/m^2]$
R_v	Resistência termodinâmica	$[s/m^2]$
R_d	Resistência da derivação para o duto de ventilação e alívio	$[s/m^2]$
R'_e	Resistência elétrica linear	$[\Omega/m]$
Re	Número de Reynolds	$[-]$
S_Q	Fonte de massa	$[m^3/s]$
S_{cl}	Fonte defluxo mássico por vaporização e condensação na cavitação	$[(kg/s)/m^3]$
$S_{MS\alpha}$	Fonte de fluxo mássico da fase alfa	$[(kg/s)/m^3]$
T	Torque	$[N \cdot m]$
T'	Período	$[s]$

t	Tempo	[s]
t_d	Tempo morto para sensibilização do volume do vórtice	[s]
U	Velocidade tangencial	[m/s]
U	Potencial elétrico	[V]
u	Velocidade	[m/s]
v	Velocidade	[m/s]
V	Velocidade absoluta do fluido na turbina, com componentes (V_a , V_u , V_r)	[m/s]
\bar{V}	Velocidade média do escoamento	[m/s]
V	Volume	[m ³]
V_{vap}	Volume gasoso de cavitação do vórtice	[m ³]
V_c	Volume gasoso de cavitação do vórtice	[m ³]
x	Posição longitudinal	[m]
\vec{x}	Vetor de posição espacial	[m]
\vec{x}	Vetor de estado no domínio do tempo	[(.)]
\dot{x}	Excitação genérica do sistema hidráulico no domínio do tempo	[(.)]
X	Vetor de estado no domínio da frequência	[(.)]
y	Abertura do distribuidor	[%]
Y	Resposta do sistema hidráulico a uma excitação genérica	[%]
W	Velocidade relativa do escoamento na turbina	[m/s]
We	Número de Weber	[–]
W_H	Queda líquida polar	[–]

Z_c	Impedância característica do sistema hidráulico	$[s/m^2]$
Z	Elevação (Cota)	$[m]$
z	Elevação (Cota)	$[m]$
$[A]$	Matriz de inércia e compressibilidade	
$[B]$	Matriz de amortecimento	
$[C]$	Matriz coluna do vetor das condições de contorno	
$[X]$	Matriz coluna do vetor de estado	

LISTA DE SÍMBOLOS (gregos)

α	Taxa de amortecimento hidráulico	$[s^{-1}]$
α	Ângulo de inclinação da tubulação	$[rad]$
α	Expoente da diferença de pressão no Winter-Kennedy	$[rad]$
β	Torque adimensional	$[-]$
β	Fração de volume da fase vapor na cavitação	$[-]$
β_1	Ângulo de entrada nas pás da turbina	$[o]$
β_2	Ângulo de saída nas pás da turbina	$[o]$
γ	Peso específico	$[N/m^3]$
γ	Parâmetro adimensional do fluxo rotacional	$[-]$
λ	Segundo coeficiente de viscosidade ($2\mu/3$)	$[Pa.s]$
δ	Fator de difusão geométrico do tubo de sucção	$[-]$
ε	Deformação relativa	$[-]$
ζ_2	Coeficiente de perda de carga no tubo de sucção	$[-]$
ζ_T	Coeficiente de perda de carga na adução e turbina	$[-]$
η	Eficiência	$[-]$
η	Valor específico para uma propriedade extensiva genérica	$[(.) / kg]$
θ	Tempo de relaxamento da cavitação	$[s]$
θ_β	Tempo de relaxamento da pressão no vapor em dV_c / dt	$[s]$
θ_T	Tempo de relaxamento da temperatura no vapor em dV_c / dt	$[s]$
μ	Viscosidade molecular	$[Pa.s]$

μ_t	Viscosidade turbulenta	[Pa.s]
μ_{ef}	Viscosidade efetiva	[Pa.s]
μ_b	Viscosidade bulk	[Pa.s]
ν	Coeficiente de Poisson	[—]
ν	Rotação adimensional (ω / ω_r)	[—]
ξ	Queda adimensional (H_t / H_r)	[—]
ρ	Massa específica	[Kg/m ³]
σ	Coeficiente de Thoma	[N/m ²]
σ	Tensão mecânica circunferencial na tubulação	[N/m ²]
τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
τ_o	Tensão de cisalhamento na superfície do contorno hidráulico	[Pa]
$\vec{\tau}$	Tensor de tensão	[]
ν	Vazão adimensional (Q_t / Q_r)	[—]
φ	Coeficiente de pressão devido ao efeito rotacional do fluido	[—]
χ	Fator de fluxo de ganho mássico	[]
ω	Velocidade angular	[rad/s]
$\Gamma_{\alpha\xi}$	Difusividade entre as fases α e ξ	[kg/s]
Γ	Relação de torção no fluido	[—]
Γ_t	Tensor de Reynolds	[—]
$\Delta(.)$	Variação ou diferencial em algum de parâmetro: ΔP , ΔH , Δt , Δx	[(.)]
ϕ	Função de fluxo escalar de Reynolds	[]
ψ	Coeficiente de pressão da turbina	[s ⁻²]

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	30
1.1 PROBLEMA DA PESQUISA.....	31
1.2 JUSTIFICATIVA.....	34
1.3 OBJETIVOS	38
1.3.1 Objetivo Geral	38
1.3.2 Objetivos Específicos	38
1.4 ESTRUTURA DO PROJETO.....	39
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	41
2.1 TURBINAS HIDRÁULICAS.....	41
2.1.1 Conceituação, parâmetros característicos unitários e campo de operação	41
2.1.2 Velocidade específica e classificação das turbinas hidráulicas.....	43
2.1.3 Energia potencial, equação de Euler para turbinas e eficiência hidráulica	44
2.1.4 Triângulos de velocidade.....	47
2.1.5 Semelhança hidráulica e números adimensionais	49
2.2 TURBINA FRANCIS	52
2.2.1 Componentes da turbina Francis	52
2.2.2 Vórtices de núcleo em turbinas Francis.....	53
2.2.2.1 Vórtice de baixa carga parcial – oscilação auto-excitada	60
2.2.2.2 Pulsação de muito baixa carga parcial	61
2.2.2.3 Vórtice de baixa carga parcial – oscilação forçada	61
2.2.2.4 Vórtice da alta carga parcial.....	62
2.2.2.5 Instabilidade do vórtice helicoidal	63
2.2.2.6 Vórtice de alta carga	63
2.2.3 Ressonância hidráulica e instabilidade hidráulica	66
2.2.4 Aeração de turbinas Francis.....	68
2.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL.....	71
2.3.1 Equação do movimento.....	73
2.3.2 Equação da continuidade	75
2.3.3 Sistema de equações governantes e analogia elétrica	78
2.4 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL	82
2.4.1 Equação da continuidade	84
2.4.2 Equação do movimento.....	85

2.4.3	Equações de Navier-Stokes	86
2.4.4	Sistema de equações tridimensionais a resolver – Sistema monofásico	88
2.4.5	Sistema de equações tridimensionais a resolver – Sistema bifásico	89
2.4.6	Equações mediadas de Navier-Stokes - RANS	90
2.4.7	Modelagem da turbulência	93
2.4.8	Análise numérica do escoamento turbulento.....	97
2.5	COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA HIDRÁULICO UNIDIMENSIONAL – ANÁLISE DA ESTABILIDADE	99
2.5.1	Comportamento dinâmico de um sistema hidráulico simplificado	100
2.5.2	Auto-pares e análise de estabilidade do sistema completo.....	102
2.5.3	Determinação da função de transferência do sistema hidráulico	105
2.5.4	Modelo analítico para análise da estabilidade hidráulica	108
2.5.5	Estabilidade de um escoamento cavitante	110
3	ANÁLISE EXPERIMENTAL DO OBJETO DE ESTUDO	113
3.1	MODELAGEM GEOMÉTRICA DO SISTEMA HIDRÁULICO	113
3.1.1	Modelagem geométrica tridimensional	114
3.1.1.1	Modelagem da roda da turbina	115
3.1.1.2	Conjunto caixa-espiral, pré-distribuidor e distribuidor	116
3.1.1.3	Tubo de sucção	117
3.1.1.4	Reservatório, tomada d'água e Conduto forçado.....	117
3.2	ADAPTAÇÃO NO SISTEMA DE AERAÇÃO DA TURBINA	118
3.3	ENSAIOS REALIZADOS EM PROTÓTIPO	120
3.4	DADOS COMPLEMENTARES DA TURBINA.....	125
3.4.1	Coeficiente de atrito no sistema hidráulico	126
3.4.2	Coeficiente de descarga do distribuidor	127
3.4.3	Tempo de relaxamento do volume de cavitação	128
3.4.4	Comportamento hidráulico transposto do modelo reduzido	129
3.5	SIMULAÇÕES PRELIMINARES DO ESCOAMENTO 3D	131
4	M SOLUÇÃO DOS MODELOS UNIDIMENSIONAIS DO ESCOAMENTO	133
4.1	MODELAGEM GEOMÉTRICA UNIDIMENSIONAL DO SISTEMA HIDRÁULICO	133
4.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ELEMENTOS HIDRÁULICOS 1D	134
4.2.1	Elemento de tubos viscoelástico, elástico e rígido	136
4.2.2	Elemento de distribuidor.....	140
4.2.3	Conversor de energia.....	142

4.2.4	Tubo termodinâmico.....	144
4.2.5	Duto de ventilação e alívio	148
4.2.6	Elemento com fonte de massa	150
4.2.7	Elemento com fonte de momento.....	154
4.2.8	Resumo da modelagem dos elementos hidráulicos unidimensionais	156
4.3	ANÁLISE NUMÉRICA DOS MODELOS UNIDIMENSIONAIS DO ESCOAMENTO ...	158
4.3.1	Discretização espacial do sistema hidráulico	158
4.3.2	Modelagem matemática do sistema hidráulico completo	160
4.3.3	Solução numérica do sistema de equações unidimensional	165
4.3.4	Solução numérica do sistema de equações 1D pelo MOC	169
4.4	SIMULAÇÕES PRELIMINARES DO ESCOAMENTO 1D	170
5	SOLUÇÃO DOS MODELOS DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL	173
5.1	SIMULAÇÕES HÍBRIDAS DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL	173
5.2	ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL	177
5.3	ESQUEMA E CONFIGURAÇÃO DO AMBIENTE - COMUNICAÇÃO HÍBRIDA.....	180
5.3.1	Configuração do modelo hidroacústico no ambiente híbrido.....	186
5.3.2	Configuração do modelo hidrodinâmico no ambiente híbrido.....	188
6	SOLUÇÃO MODELOS DE ANÁLISE DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA	189
6.1	AUTO-PARES E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO SISTEMA COMPLETO	189
6.2	DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA.....	190
6.3	MODELO ANALÍTICO PARA ANÁLISE DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA	191
6.4	ESTABILIDADE DE UM ESCOAMENTO CAVITANTE.....	193
7	RESULTADOS.....	194
7.1	RESULTADOS DOS ENSAIOS NO PROTÓTIPO	195
7.2	RESULTADOS DO MODELO TRIDIMENSIONAL – HD.....	199
7.2.1	Condição operativa de carga parcial – Modelo HD	200
7.2.2	Condição operativa de alta carga – Domínios parcial e completo.....	201
7.3	RESULTADOS DO MODELO UNIDIMENSIONAL - HA	204
7.3.1	Resultados da simulação para alta carga no modelo HA.....	204
7.3.1.1	Modelo HA para alta carga com parâmetros hidroacústicos constantes	204
7.3.1.2	Modelo HA para alta carga com parâmetros hidroacústicos variáveis.....	206
7.3.2	Resultados da simulação para carga parcial no modelo HA	208
7.4	RESULTADOS DO MODELO HÍBRIDO 2WAY– HDHA	208
7.4.1	Modelo HDHA para alta carga com parâmetros hidroacústicos constantes..	209
7.4.2	Modelo HDHA para alta carga com parâmetros hidroacústicos variáveis.....	211

7.4.3	Condição operativa de carga parcial–HDHA	213
7.5	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA RESPOSTA TEMPORAL.....	215
7.6	RESULTADOS DOS MODELOS DE ESTABILIDADE	219
7.6.1	Auto-pares e análise de estabilidade do sistema completo.....	219
7.6.2	Determinação da função de transferência do sistema hidráulico	224
7.6.3	Modelo analítico para análise da estabilidade hidráulica	227
7.6.4	Estabilidade de um escoamento cavitante	227
7.6.5	Resultados do modelo do transiente hidráulico	229
8	CONCLUSÕES	230
	REFERÊNCIAS	235

1 INTRODUÇÃO

A hidroeletricidade é uma fonte de energia limpa e renovável, representa relevante participação na matriz de energia elétrica e com grande potencial a explorar (WEC, 2016). As usinas hidrelétricas são versáteis no atendimento da regulação da geração nos sistemas elétricos interligados, devido à rapidez na resposta de potência decorrente de uma relação muito favorável de inércia rotatória e resposta hidráulica. Neste contexto, a tendência de aumento de participação de fontes alternativas na matriz, como por exemplo, as fontes eólica e solar, reforçam a importância das hidrelétricas no atendimento das variações da carga e da geração, aumentando a incidência dessas de operarem fora de suas condições de melhor eficiência. Assim, por uma característica intrínseca das turbinas hidráulicas de simples regulação, como as Francis e Hélice, quanto mais afastada do ponto ótimo elas operam, mais sujeitas ficam ao aumento de pulsações de pressão no sistema hidráulico e à maior risco de ocorrência de falhas, danos, acidentes graves ou redução da confiabilidade operativa e da vida útil. Portanto, o conhecimento do comportamento hidráulico desses equipamentos em suas mais diversas condições operativas é importante na precaução operativa, suporte na avaliação de melhorias na fase de projeto e na solução de problemas em instalações realizadas. Segundo dados disponíveis em ALSTOM (2015), aproximadamente 60% do potencial hidráulico mundial a explorar é adequado para turbinas do tipo Francis.

A presente pesquisa consiste na predição do comportamento dinâmico do sistema hidráulico de uma turbina Francis operando fora do ponto de projeto, quanto à amplitude da resposta das pulsações de pressão e análise da estabilidade hidráulica operativa, por meio da solução numérica de diversos modelos matemáticos do escoamento e na validação dos mesmos, aplicando os procedimentos com rigorosa modelagem geométrica do sistema hidráulico e da roda da turbina, confrontando os resultados obtidos nas simulações numéricas com transposições dos ensaios originais em modelo reduzido e com medições específicas em um protótipo de uma turbina Francis que apresente potencialmente algum fenômeno hidráulico de ressonância ou instabilidade hidráulica e disponha de um sistema de mitigação por aeração, que possibilite a verificação de sua influência no comportamento hidráulico em análise.

1.1 PROBLEMA DA PESQUISA

Fora das condições ideais de operação das turbinas Francis existem componentes rotacionais no fluido na saída da roda da turbina que formam vórtices característicos destas condições operativas. Estes vórtices têm frequência e forma características e em geral se configuram como cavitantes por formarem uma região de baixa pressão no escoamento na saída turbina e que se desenvolve no trecho inicial do tubo de sucção. Segundo Dörfler et al (2013), tais vórtices causam flutuações na pressão do escoamento do fluido e estas se propagam como ondas mecânicas por todo o sistema hidráulico da turbina.

Em função de possível interação dinâmica do sistema hidráulico da instalação da turbina com as excitações provocadas pelas flutuações de pressão no tubo de sucção, o sistema hidráulico pode chegar a operar sob condição de ressonância ou de instabilidade hidráulicas. Sob tais condições, as flutuações de pressão podem ser amplificadas e atingir níveis elevados, proibitivos ou de consequências catastróficas para o equipamento e até para a usina hidrelétrica como um todo, conforme Fleming (2009).

Diversas usinas hidrelétricas com turbinas Francis apresentam também restrições operativas ou requerem meios de mitigação para suavizar seu comportamento hidráulico fora das condições operativas ótimas para a turbina. No entanto, a utilização de meios de mitigação reduz a confiabilidade operativa, pois também podem falhar. Assim sendo, melhor seria antever o comportamento real do protótipo da turbina ainda na fase de projeto, quando algumas alternativas mais eficazes e confiáveis poderiam ser adotadas para eliminar ou minimizar o problema, favorecendo a segurança operacional e física do equipamento e à maior flexibilidade operativa.

A norma IEC 60193 (1999) sugere que os limites do sistema da instalação hidrelétrica podem ser expandidos, envolvendo todo o circuito hidráulico da instalação, incluindo os reservatórios de montante e jusante, a unidade geradora e sua conexão com o sistema elétrico, conforme ilustrado na Figura 1, sendo a fonte de excitação hidráulica o vórtice de núcleo na saída da turbina, representado nessa figura. Devido à complexidade da configuração da planta real de um protótipo, a referida versão

dessa norma pondera a dificuldade de se fazer uma análise dinâmica em um modelo numérico satisfatório incluindo todos os componentes relevantes do sistema.

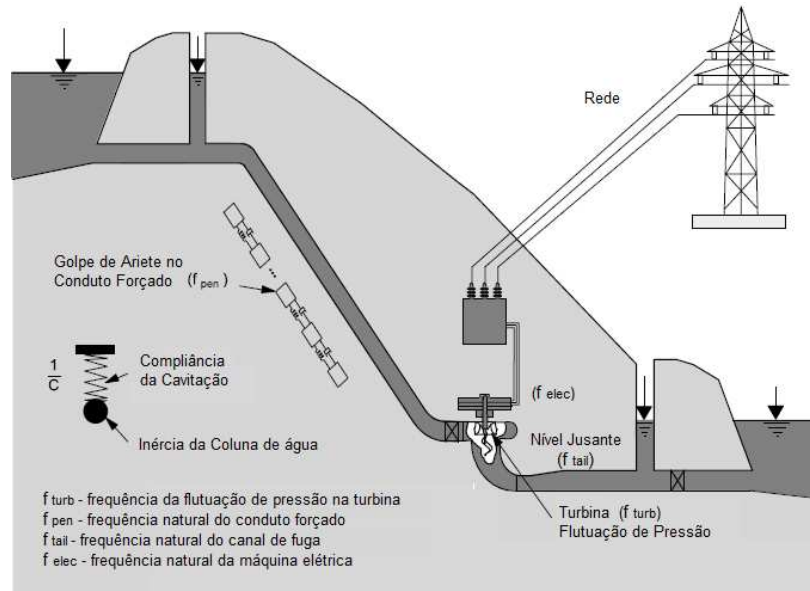


FIGURA 1 – SISTEMA HIDRÁULICO TÍPICO DE UMA TURBINA VERTICAL
 FONTE: ADAPTADO DE IEC 60193 (1999)

Segundo Couston e Philibert (1998), a maioria dos fabricantes de turbinas já tiveram experiências negativas ao utilizar um mesmo bom projeto hidráulico da turbina em diferentes instalações, evidenciando que o comportamento fora da condição operativa ótima não depende exclusivamente de o projeto da turbina ser bom ou ruim, mas também de sua interação com o sistema hidráulico.

Em função de variação nas condições de contorno do escoamento, a frequência natural da massa fluida no tubo de sucção da turbina pode variar, aumentando as possibilidades de amplificação da própria excitação hidráulica e da interação dinâmica desta com o sistema hidráulico. De acordo com IEC 60193 (1999), a frequência fundamental no tubo de sucção depende do parâmetro hidroacústico denominado compliância, a qual é severamente afetada pela variação da velocidade da onda devido à presença de fase gasosa decorrente da cavitação ou da aeração na turbina. Ademais de diversos estudos relacionados a essa frequência natural ocorridos após a publicação da referida norma, a física relacionada à mesma é complexa e continua em evolução.

Estes fenômenos demonstram a importância da análise da estabilidade hidráulica da turbina na fase de projeto, de forma a evitar os inconvenientes operativos, técnicos e comerciais de uma eventual necessidade de implementação de

uma solução após a instalação da turbina, para mitigar o problema ou evitar redução da flexibilidade operativa da turbina. Utilizando modelos unidimensionais (1D) para o escoamento, Nicolet (2007) desenvolve importante estudo do comportamento dinâmico, análise de transientes e da estabilidade hidráulica do sistema hidráulico em usinas hidrelétricas. No entanto, em Dörfler (2009) pondera-se que os modelos unidimensionais ou híbridos 1D-CFD não permitiam até então uma predição confiável da estabilidade. Esse mesmo autor pondera também sobre os altos custos envolvidos na solução radical do problema, caso a aeração não seja solução. Sobre o uso desse recurso mitigatório das pulsações de pressão, Ferreti et al (2013) cita que a aeração apresenta efeitos colaterais de redução da eficiência hidráulica.

O estado da arte na previsão da instabilidade hidráulica em turbinas Francis pode ser atribuído ao estudo de Alligné (2011), no qual se apresenta uma abordagem do tema com duas inovações importantes, a adoção de um modelo hidrodinâmico acústico (HA) unidimensional com amortecimento termodinâmico no núcleo cavitante do vórtice para atualização integrada das condições de contorno de um modelo hidrodinâmico tridimensional do escoamento (HD) em uma turbina Francis, formando um modelo híbrido HA-HD ou 1D-3D. Esta abordagem trata-se de aplicação de técnica similar utilizada por Ruchonnet (2010) para solução de escoamento cavitante em tubulações.

Recentemente, Chirkov (2016) informa que validou um modelo híbrido 1D-3D testando diversas medidas mitigatórias contra um fenômeno de instabilidade de alta carga em uma turbina, concluindo sobre o significativo efeito do perfil hidráulico das pás na intensidade do fenômeno para a turbina analisada, evitando-se a necessidade de aeração e o efeito colateral de redução da eficiência da turbina, reforçando a importância da pesquisa de predição do comportamento hidráulico da turbina na fase de projeto.

As equações que regem o escoamento unidimensional do fluido são as equações do momento e da continuidade, conforme Wylie e Streeter (1978), que possibilitam a inserção neste modelo das fontes perturbadoras relativas à ação dos vórtices no tubo de sucção da turbina ilustrados na Figura 1, que propagam ondas planas de pressão pelo sistema hidráulico, sobrepondo-se ao escoamento principal decorrente da diferença de potencial gravitacional.

As equações que regem o escoamento hidrodinâmico turbulento do fluido são as chamadas equações de Navier-Stokes, que juntamente com a equação da

Continuidade, determinam um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares acopladas cuja solução permite obter, segundo Kundu (2011), os campos tridimensionais da velocidade e da pressão do escoamento no circuito hidráulico da turbina em função do espaço e do tempo.

Com o advento de aplicativos CFD (Fluidodinâmica computacional) a utilização desse recurso tornou-se uma prática comum na modelagem do escoamento turbulento de turbinas hidráulicas, tipicamente com altos números de Reynolds e consequentemente com múltiplas escalas temporais e espaciais da turbulência. Contudo, em função do enorme esforço computacional requerido, a solução direta (DNS) das equações de Navier-Stokes ainda não é viável computacionalmente para tais casos. Como alternativa, a solução viável normalmente utilizada é a solução mediada destas equações, denominada de equações médias de Reynolds - RANS. No entanto, o uso de modelos de turbulência para o fechamento das equações na solução RANS, associado às considerações de rigidez das paredes e de condições de contorno constantes, dentre outras, limitam a resposta dinâmica do sistema hidráulico, impossibilitando a adequada verificação de sua estabilidade hidráulica por meio dessa solução.

1.2 JUSTIFICATIVA

Conforme visto na seção anterior, as turbinas de simples regulação têm um comportamento intrínseco que, mesmo na ausência dos fenômenos de ressonância e instabilidade hidráulicas, faz com que elas apresentem pulsações de pressão em diferentes graduações, quanto mais afastadas de sua condição de projeto são operadas. Também foi abordado que as interações dinâmicas destas pulsações de pressão podem também causar vibrações elevadas na unidade geradora e na casa de força, podendo reduzir a flexibilidade, a confiabilidade e a disponibilidade operativas, podendo causar danos severos e até catastróficos ao equipamento ou à instalação em geral. Outros pontos relevantes que justificam esta pesquisa de predição do comportamento desses equipamentos são apresentados nesta seção.

Os sistemas de mitigação das pulsações de pressão, mesmo quando existentes, não representam uma plena garantia contra essas anormalidades, seja por limitação intrínseca de sua eficiência, ajuste inadequado ou por falha dos mesmos.

De acordo com Dörfler (2011), a admissão ou injeção de ar é normalmente benéfica para a suavização do comportamento hidráulico da turbina, porém pode ser prejudicial no caso de produzir uma ressonância na pulsação da pressão no tubo de sucção, devido à alteração que a aeração pode proporcionar na frequência natural do tubo de sucção.

A predição do comportamento hidráulico do protótipo a partir de ensaios no modelo reduzido não é absoluta, pois muitas leis de similaridade hidráulica não são atendidas. Segundo Dörfler et al (2013), a diferença do número de Reynolds entre o modelo e o protótipo afeta principalmente a eficiência hidráulica, mas o efeito de tal diferença é corrigido satisfatoriamente por recomendações de normas. Contudo, a mudança no número de Mach, embora não seja relevante na eficiência hidráulica, é relevante no comportamento da pulsação de pressão.

Nicolet (2007) explica que, devido à quase impossibilidade de se atender simultaneamente os requisitos de similaridade entre o modelo reduzido e o protótipo quanto à cavitação e à flutuação, não é garantida a transposição modelo-protótipo para as flutuações de pressão. Para tanto, modelo e protótipo deveriam ter os mesmos números de Thoma e de Froude, para a similaridade na cavitação, e mesmos números de Strouhal, Euler e Onda para a similaridade acústica e dinâmica do sistema.

Dörfler et al (2013) salienta também que o comportamento hidráulico do protótipo é afetado pela mudança do número de Froude entre modelo e protótipo e que esta diferença afeta significativamente a estabilidade das pulsações, devido à alteração na cavitação e consequente alteração na hidroelasticidade do fluido. Outros fatores, como a configuração do sistema hidráulico e a unidade geradora podem afetar as pulsações, pois estas interagem com os sistemas conectados.

Alligné (2011) comenta que o menor número de Froude no protótipo em relação ao modelo reduzido reduz a altura do afogamento requerida contra a cavitação, reduzindo o desenvolvimento da cavitação. Portanto, a hidroelasticidade é afetada e consequentemente a pulsação de pressão prevista para o protótipo.

Devido à dificuldade de se fazer uma ampla previsão da ocorrência e da intensidade das pulsações de pressão em uma instalação hidráulica com turbina Francis na fase de projeto de uma UHE, não é raro a ocorrência de comportamentos hidráulicos insatisfatórios inclusive nas grandes instalações, supostamente com maior investigação e estudos hidráulicos na fase de projeto da turbina.

Em 2009, ocorreu na usina russa de Sayanno-Shushenskaya a maior catástrofe em uma casa de força de uma hidrelétrica, com destruição parcial da estrutura civil, unidades geradoras, equipamentos elétricos e morte de 76 trabalhadores. De acordo com Hamil (2010), tal acidente foi causado pela ruptura por fadiga dos tirantes da junta da tampa da turbina devido às pulsações de pressão oriundas de interação dinâmica no sistema hidráulico de uma de suas unidades geradoras. Este grave acidente afetou severamente toda a usina, equipamentos e estrutura civil, sua geração e levou à morte 76 trabalhadores. Na Figura 2 apresenta-se uma imagem desse grave acidente.



FIGURA 2 – ACIDENTE NA USINA DE SAYANNO-SHUSHENSKAYA
FONTE: WATER POWER (2010)

Em algumas instalações hidrelétricas, a interação fluido-estrutura decorrente das pulsações de pressão na turbina pode também levar o conjunto girante da unidade geradora a operar eventualmente em ressonância em determinadas condições operativas, normalmente em sua primeira frequência de vibração lateral de flexão, conforme ocorrências mencionadas em ITAIPU (1996) e Gonçalves et al (2006).

A previsão do comportamento hidráulico de turbinas em sua fase de projeto possibilita rearranjos no projeto que podem evitar ou minimizar os inconvenientes da restrição operativa do protótipo, redução de custos na posterior adaptação de sistemas de mitigação das pulsações de pressão, quando possível, e melhoria na confiabilidade operativa e física da instalação hidrelétrica. Como exemplo, Shi (2010).

Considera-se que a modelagem geométrica da roda da turbina a partir de uma nuvem de pontos obtida por escaneamento a laser, proporcionando uma modelagem geométrica realística do perfil hidráulico e dos ângulos de entrada e saída das pás, seja um diferencial nesta pesquisa.

Estima-se também que a conclusão deste projeto representa uma contribuição metodológica na verificação da predição do comportamento e da estabilidade hidráulica de turbinas Francis, seja para aplicação em novos projetos, na reavaliação de faixas operativas de turbinas existentes, bem como auxiliar no diagnóstico e solução de anormalidades hidráulicas em turbinas instaladas.

Esta pesquisa pode também contribuir na validação da difícil transposição dos resultados do comportamento hidráulico do modelo reduzido para a escala do protótipo. Com relação a esta questão, encontra-se atualmente em revisão a primeira edição da norma IEC 62097 de 2009, denominada "*Hydraulic machines, radial and axial - Performance conversion method from model to prototype*", com previsão de conclusão em 2018. De acordo com informação disponível no site da IEC (2015), esta norma é frequentemente usada como referência contratual sobre o assunto e a revisão em curso visa considerar os efeitos de escala resultantes do avanço da tecnologia de máquinas hidráulicas usadas em usinas hidrelétricas.

De forma objetiva, pode-se elencar os seguintes pontos positivos decorrentes da aplicação dos métodos de predição considerados nesta pesquisa:

- Aumento da suavidade operacional de novas instalações com turbinas Francis decorrente da adequação do projeto hidráulico na fase de projeto, de modo a evitar ressonâncias e instabilidades hidráulicas nos protótipos;
- Operação da turbina com maior segurança, confiabilidade e maior flexibilidade operativa;
- Preservação da integridade e da vida útil do equipamento;
- Redução de custos com a mitigação de fenômenos de ressonância ou instabilidade hidráulica ou de pulsação de pressão acima do especificado, detectadas somente após a instalação dos protótipos;
- Aplicação na avaliação ou reavaliação das faixas operativas de turbinas existentes;
- Auxiliar na análise, diagnóstico e avaliação de possível solução de anormalidades hidráulicas em turbinas existentes;
- Possível redução de custo nos ensaios em modelo reduzido e auxiliar na avaliação da transposição dos resultados do modelo para a escala do protótipo quanto ao comportamento da turbina e sistema hidráulico integrado.

1.3 OBJETIVOS

Esta pesquisa objetiva a realização da aplicação de métodos numéricos na previsão do comportamento hidráulico de turbinas Francis quando operando fora de seu ponto de projeto, principalmente nas faixas de carga parcial e alta carga.

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa consiste em verificar a capacidade de predição do comportamento hidráulico de turbinas Francis por meio de modelos matemáticos para a amplitude das pulsações de pressão e da análise da estabilidade do escoamento para operação fora do ponto de projeto.

1.3.2 Objetivos Específicos

Dentre os principais objetivos específicos destacam-se:

- Modelar geometricamente a roda de uma turbina Francis existente por meio do processamento de nuvem de pontos tridimensional obtida por escaneamento a laser rotativo de suas superfícies hidráulicas ativas;
- Analisar os efeitos da consideração de parâmetros representativos dos vórtices de carga parcial e de alta carga nos resultados da solução das equações governantes do escoamento unidimensional em um sistema hidráulico equivalente da turbina Francis, para obtenção de seu comportamento hidráulico em vazões correspondentes à operação da turbina em carga parcial e alta carga;
- Analisar os efeitos da atualização das condições de contorno nos resultados da solução das equações governantes do escoamento tridimensional em uma turbina Francis, por meio de uma simulação híbrida paralela com um modelo unidimensional, para obtenção do comportamento hidráulico da turbina operando fora do ponto de projeto, em carga parcial e alta carga;

- Analisar o efeito da extensão do domínio do sistema hidráulico nos resultados da solução RANS das equações governantes do escoamento tridimensional em uma turbina Francis, para obtenção de seu comportamento hidráulico quando operando fora do ponto de projeto, em alta carga;
- Analisar os efeitos da consideração de parâmetros representativos dos vórtices de carga parcial e de alta carga nos resultados da estabilidade do comportamento hidráulico da turbina operando nestas condições operativas;
- Confrontar os resultados das simulações numéricas dos modelos matemáticos com os resultados do comportamento hidráulico em uma turbina protótipo obtidos por medições, com variação da aeração, e por transposição de resultados do modelo reduzido desta turbina;
- Aplicar o modelo unidimensional para determinar o tempo de fechamento do distribuidor que possibilite uma relação otimizada da sobrepressão e da sobrevelocidade no transiente após uma rejeição de carga na turbina.

1.4 ESTRUTURA DO PROJETO

Esse capítulo introdutório apresenta o problema a ser estudado com algumas das características que serão exploradas nas demais seções. Nesta mesma seção é também apresentada a justificativa da pesquisa e os objetivos a serem alcançados, bem como a estrutura da pesquisa.

No Capítulo 2 são revisadas as teorias utilizadas relativas ao funcionamento das máquinas hidráulicas e sua interação com o escoamento no sistema hidráulico, feito a qualificação dos problemas hidráulicos decorrentes de sua operação fora das condições ideais, apresentadas as equações governantes do escoamento e o estado da arte no que diz respeito à modelagem matemática dos fenômenos hidráulicos na predição do comportamento hidráulico de turbinas Francis.

No Capítulo 3 são apresentadas a descrição e caracterização do objeto de referência desta pesquisa, a modelagem geométrica tridimensional do sistema hidráulico e da turbina, aspectos experimentais e simulações numéricas fluidodinâmicas preliminares do escoamento tridimensional.

O Capítulo 4 é dedicado aos métodos utilizados na modelagem do escoamento unidimensional no sistema hidráulico, envolvendo sua modelagem geométrica,

modelagem matemática dos elementos hidráulicos considerados, procedimentos da análise numérica e simulações numéricas preliminares.

O Capítulo 5 é dedicado à abordagem dos métodos utilizados na solução numérica dos modelos híbridos do escoamento tridimensional, procedimentos utilizados na análise numérica, desenvolvimento das rotinas, recursos computacionais envolvidos, configuração do ambiente híbrido e dos modelos hidrodinâmico (3D) e hidroacústico (1D) neste ambiente, aplicativos utilizados e a caracterização das diversas simulações CFD puras e híbridas realizadas.

O Capítulo 6 é dedicado à abordagem dos métodos utilizados na solução numérica dos modelos de análise da estabilidade hidráulica, procedimentos utilizados, desenvolvimento das rotinas, estimativa dos parâmetros compliância e fator de fluxo de ganho mássico e apresentação dos aplicativo utilizado na solução destes modelos.

Os resultados obtidos e análise realizada são apresentados no Capítulo 7.

O capítulo final é dedicado às conclusões e contribuições desta pesquisa.

Nesta pesquisa, as figuras, tabelas e quadros com fonte não identificadas foram geradas pelo autor.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

No Capítulo 1, relativo à introdução desta pesquisa, apresentou-se a origem do problema alvo da pesquisa, suas consequências, evolução histórica, estado da arte, estudiosos do problema, as equações governantes do fenômeno e alguns termos típicos relativos ao assunto.

Neste Capítulo, são revisadas as teorias utilizadas relativas ao funcionamento das máquinas hidráulicas e sua interação com o escoamento no sistema hidráulico, feito a qualificação dos problemas hidráulicos decorrentes de sua operação fora das condições ideais, apresentadas as equações governantes do escoamento e o estado da arte no que diz respeito à modelagem matemática dos fenômenos hidráulicos na predição do comportamento hidráulico de turbinas Francis e aspectos da estabilidade do comportamento.

2.1 TURBINAS HIDRÁULICAS

2.1.1 Conceituação, parâmetros característicos unitários e campo de operação

As turbinas hidráulicas são máquinas que extraem energia do fluido água e a disponibiliza como energia cinética em seu eixo de rotação. Os parâmetros principais deste tipo de máquina são a queda H (ou energia potencial específica $E = gH$), vazão Q e a velocidade de rotação n . Os valores absolutos destes parâmetros são medidas que definem um ponto de operação específico de uma dada máquina hidráulica e que difere de uma máquina para outra. (DORFLER, 2013).

Segundo o mesmo Dörfler et al (2013), a representação adimensional destes parâmetros facilita a comparação entre outras condições operativas da máquina ou com outras máquinas, como os modelos reduzidos utilizados nos testes de bancada, como se os efeitos do tamanho e da rotação da máquina fossem desconsiderados. Com base na teoria de similaridade hidráulica, os parâmetros adimensionais convencionais para a rotação e vazão da turbina são a rotação unitária n_{11} e a vazão unitária Q_{11} , respectivamente, definidos da seguinte forma:

$$n_{11} = \frac{nD}{\sqrt{H}} \quad (i) \quad ; \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad (ii). \quad (1.1)$$

Em função da variação da equação aceleração da gravidade com a altitude e localização no globo terrestre, a IEC 60193 (2009) propôs a utilização do parâmetro da energia específica $E = gH$ em vez da altura H , tornando unitárias as seguintes relações adimensionais correspondentes para a rotação e vazão da turbina:

$$n_{ED} = \frac{nD}{\sqrt{gH}} \quad (i) \quad ; \quad Q_{ED} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} \quad (ii). \quad (1.2)$$

Desta forma, o campo operativo de uma turbina hidráulica pode ser representado em um diagrama $n_{11} \times Q_{11}$, denominado diagrama de colina (*Hill Chart*), ou $n_{ED} \times Q_{ED}$, conforme ilustração da Figura 3.



FIGURA 3 – DIAGRAMA DE COLINA DE TURBINA FRANCIS
FONTE: ADAPTADO DE IEC 60193 (2009)

No diagrama de colina as curvas α_i representam abertura constante do distribuidor e η_h as curvas de eficiência constante da turbina.

2.1.2 Velocidade específica e classificação das turbinas hidráulicas

Outro importante parâmetro adimensional obtido também com base na similaridade hidráulica é a velocidade específica n_s , a qual correlaciona as grandezas rotação, potência e queda e é usada para classificar as rodas de turbinas hidráulicas de acordo com o seu tipo e proporção dimensional. Em função da expressão para o cálculo da velocidade específica não ser homogênea, seu valor varia com as grandezas e o sistema de unidades utilizado, mas tem sempre a mesma unidade da rotação, usualmente em RPM. A seguir, quatro diferentes expressões para o cálculo deste parâmetro, calculado no ponto de eficiência máxima (BEP) da turbina, cujos valores e simbologias variam de acordo com os parâmetros utilizados:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H^{5/4}} \quad (i) \quad ; \quad n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (ii) \quad ; \quad n_p = \frac{n\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \quad (iii) \quad ; \quad n_v = \frac{\omega\sqrt{Q/\pi}}{(2gH)^{3/4}} \quad (iv). \quad (1.3)$$

A faixa de aplicação usual de vários tipos de turbinas hidráulicas (Pelton, Francis, Kaplan e Bulbo), com base na rotação específica n_q , pode ser visualizada na Figura 4.

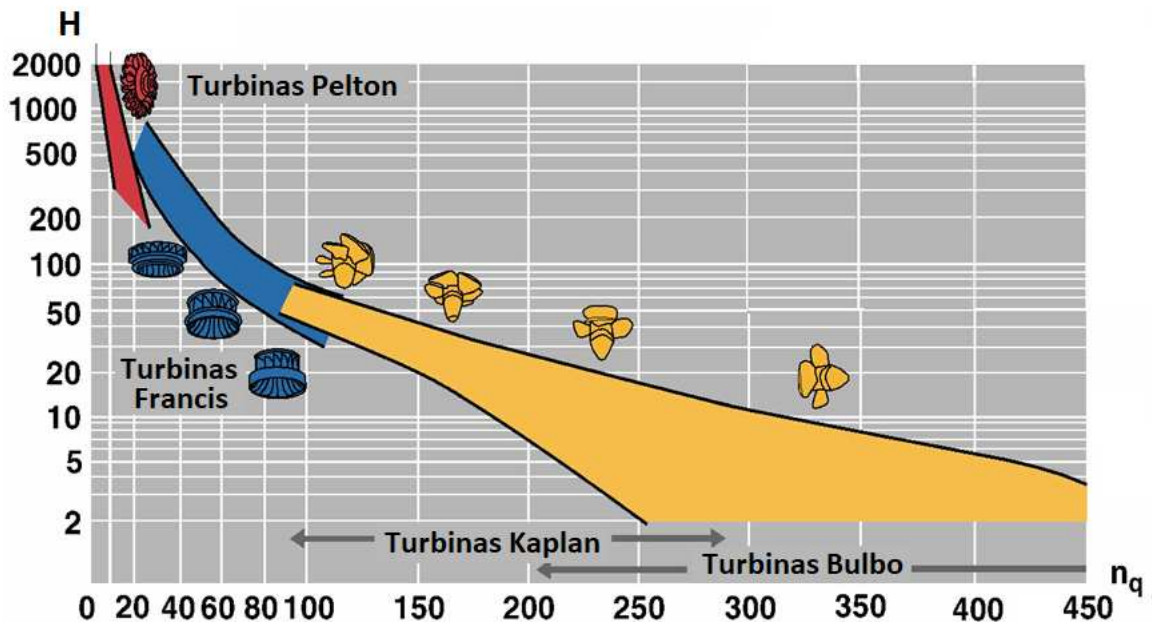


FIGURA 4 – FAIXA DE APLICAÇÃO DE TURBINAS HIDRÁULICAS
FONTE: ADAPTADO DE VOITH (2017)

De acordo com Gorla (2003), a diferença de pressão entre as seções de entrada e saída do fluido na roda da turbina é conhecida como pressão de reação. Relacionada com esta característica, outra classificação usual das turbinas hidráulicas é com relação ao seu grau de reação, o qual representa a fração da energia total que

é transferida no rotor sob a forma de variação de pressão. Portanto, o grau de reação é um parâmetro que varia de zero a um. As turbinas com grau de reação nulo são denominadas de ação ou impulsão, como as rodas Pelton. As turbinas com grau de reação não nulo são denominadas de reação, como as rodas Francis, Hélice, Kaplan e Bulbo.

2.1.3 Energia potencial, equação de Euler para turbinas e eficiência hidráulica

Em função das perdas no circuito hidráulico e da parcela da energia em forma cinética no fluido, nem toda a energia potencial hidráulica está disponível para a transformação em energia mecânica pela turbina. A linha de variação da energia hidráulica específica $E = gH$ em uma usina hidrelétrica encontra-se ilustrada na Figura 5, tomando como referência uma turbina do tipo Francis.

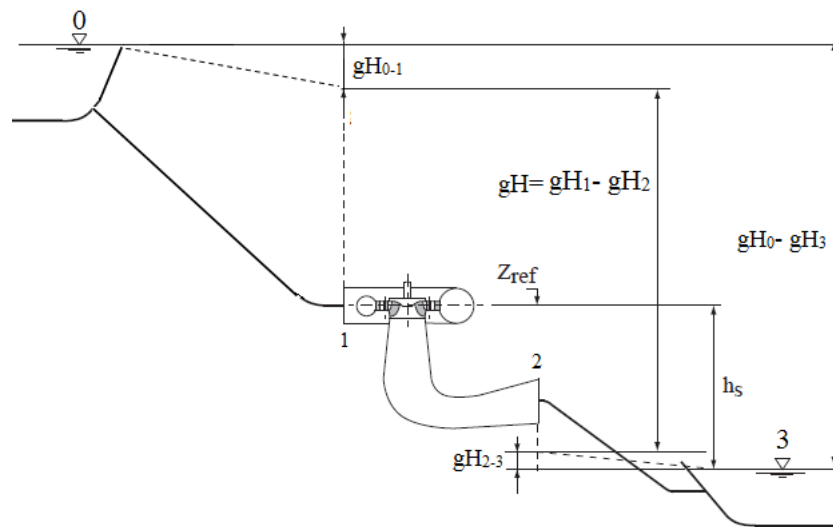


FIGURA 5 – ESQUEMA DA LINHA DE ENERGIA HIDRÁULICA DA USINA
FONTE: ADAPTADO DE ALLIGNÉ (2011)

A energia hidráulica específica do fluido em qualquer seção transversal do sistema hidráulico está constituída na forma de energia potencial, pressão e cinética. Assumindo uma distribuição uniforme da pressão p e da velocidade v do fluido em qualquer seção do sistema hidráulico, sua energia específica pode ser expressa em um modelo ideal da seguinte forma, segundo Gorla (2003):

$$gH = gZ + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \quad (1.4)$$

Considerando como domínio da turbina o sistema hidráulico entre a entrada da caixa espiral e a saída do tubo de sucção, a energia específica disponível para transformação na turbina é dada por:

$$E = gH = gH_1 - gH_2. \quad (1.5)$$

Substituindo na expressão anterior os termos constituintes da energia específica da equação de Bernoulli para as seções 1 e 2 e desconsiderando a diferença da pressão atmosférica e da velocidade em 1 e 3, a energia específica disponível para a turbina pode ser expressa pela queda bruta e pelas perdas na adução (conduto forçado) e na descarga entre a saída do tubo de sucção e o canal de fuga, ou seja:

$$E = g(Z_1 - Z_2) - gH_{0-1} - gH_{2-3}. \quad (1.6)$$

Em função do gradiente de transformação da energia ao longo do escoamento pela turbina, dependente de seu projeto hidráulico e condições operativas, se sujeita a ocorrência de locais no escoamento com pressão abaixo da pressão de vapor do fluido, e subsequente formação de cavitação. De forma a prevenir as consequências deste fenômeno no comportamento dinâmico do sistema hidráulico e de danos por erosão de cavitação nas superfícies hidráulicas a turbina deveria operar com contrapressão h_s de jusante pelo menos suficiente para evitar a ocorrência do fenômeno da cavitação.

A transferência de energia do fluido para o rotor pode ser obtida pela lei de Newton para o movimento. Para tanto, de forma simplificada, considera-se uma turbina ideal com escoamento estacionário, sem perdas e sem turbulência em que o fluido entra no rotor em um ponto 1, com velocidade efetiva V_1 e distância radial r_1 do eixo da turbina, e sai do rotor no ponto 2, com velocidade efetiva V_2 e distância radial r_2 do eixo da turbina, conforme ilustração da Figura 6. (GORLA, 2003).

As velocidades V_1 e V_2 podem respectivamente ser decompostas em três componentes, como segue:

- V_a – Velocidade axial na direção paralela ao eixo de rotação;
- V_u – Velocidade tangencial na direção normal ao eixo de rotação;
- V_r – Velocidade radial na direção normal ao eixo de rotação

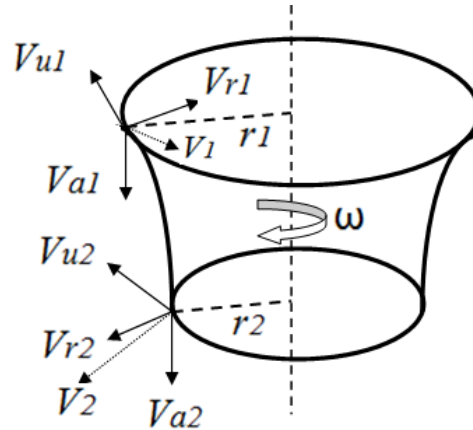


FIGURA 6 – COMPONENTE DA VELOCIDADE EFETIVA DO FLUIDO

As componentes axiais (V_a) e radiais (V_r) da velocidade não têm efeito no movimento de rotação angular. A variação na magnitude da componente axial aumenta o empuxo axial a ser suportado pelo mancal de escora e a variação da componente radial produz força radial, que idealmente equilibrada tem resultante radial nula no eixo da turbina. O efeito rotacional é produzido pela componente tangencial V_u a qual induz momentos angulares específicos $V_{u1}r$, cuja variação entre a entrada (1) e na saída (2) resulta em um saldo de torque T sobre o rotor. De acordo com a lei de Newton para o movimento, para um fluxo mássico \dot{m} o torque sobre o rotor é:

$$T = \dot{m}(V_{u1}r_1 - V_{u2}r_2). \quad (1.7)$$

Como a taxa de transferência da energia é dada pelo produto do torque pela velocidade angular ω , a potência N transferida do fluido para a turbina é:

$$N = T\omega = \dot{m}\omega(V_{u1}r_1 - V_{u2}r_2). \quad (1.8)$$

Como $\omega r_1 = U_1$ e $\omega r_2 = U_2$, onde U_1 e U_2 são as velocidades tangenciais devidas à rotação da turbina, obtém-se chamada equação de Euler para turbinas, a qual relaciona a potência (ou energia) absorvida pela turbina apenas com as condições de entrada e saída do fluido em seu rotor, conforme equação (1.9),

$$N = \dot{m}(V_{u1}\omega r_1 - V_{u2}\omega r_2) = \dot{m}(V_{u1}U_1 - V_{u2}U_2). \quad (1.9)$$

Tendo em conta que a potência cedida pelo fluido à turbina é dada por $N = \dot{m}gH$, a eficiência hidráulica η da transferência de energia do fluido para a roda da turbina pode ser obtida pela seguinte expressão, onde H_{eixo} em [mca] é a energia entregue no eixo da turbina e H em [mca] a energia líquida disponível para a turbina:

$$\eta = \frac{\dot{m}(V_{u1}U_1 - V_{u2}U_2)}{\dot{m}gH} = \frac{(V_{u1}U_1 - V_{u2}U_2)}{gH} = \frac{H_{eixo}}{H}. \quad (1.10)$$

Para uma turbina de rotação operacional constante, como acontece no caso dos hidrogeradores síncronos, a variação do torque absorvido pela turbina fica dependente apenas das componentes tangenciais da velocidade do fluido, V_{u1} e V_{u2} , as quais, por sua vez, dependem da vazão na turbina. A variação típica da eficiência hidráulica nas turbinas hidráulicas encontra-se ilustrada na Figura 7. Tais curvas de eficiência representam uma seção da curva de colina da turbina correspondente a uma dada queda líquida H ou rotação unitária n_{11} , n_q ou n_{ED} .

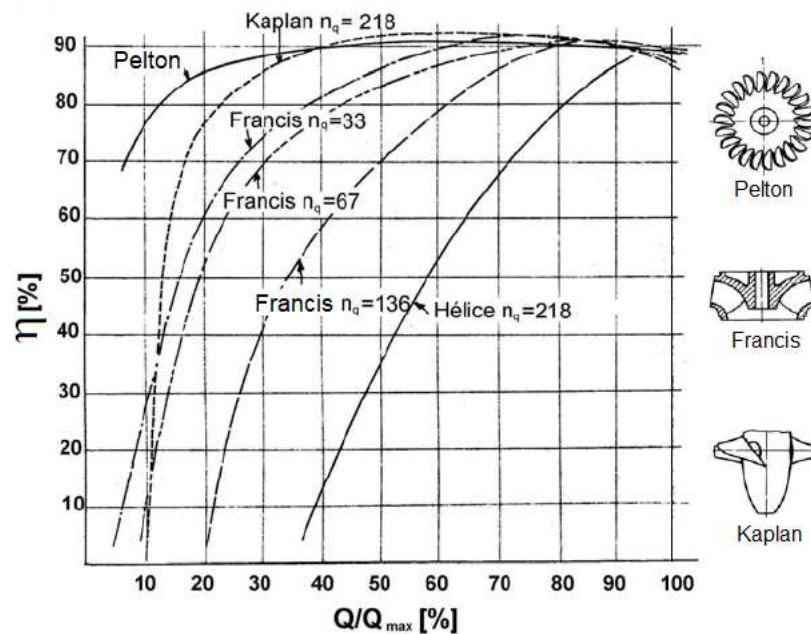


FIGURA 7– EFICIÊNCIA DE TURBINAS HIDRÁULICAS
FONTE: ADAPTADO DE EHU - 2010

2.1.4 Triângulos de velocidade

De acordo com a equação de Euler para turbinas, fica evidente que para o cálculo do torque ou da potência de uma turbina ideal faz-se necessário conhecer apenas as componentes tangenciais da velocidade do fluido na entrada (V_{u1}) e na saída (V_{u2}) da turbina e as respectivas velocidades periféricas U_1 e U_2 devidas à sua rotação, conforme ilustração da Figura 8.

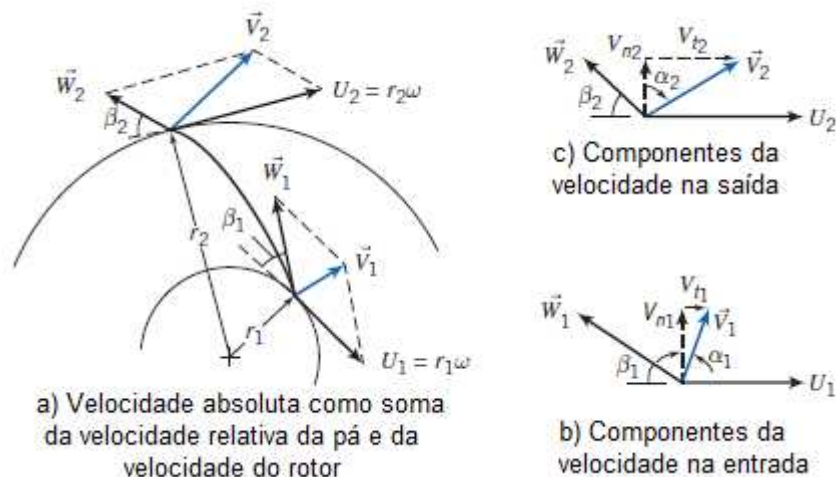


FIGURA 8 – TRIÂNGULO DE VELOCIDADES
FONTE: FOX; MCDONALD'S - 2011

A composição da velocidade absoluta V nas seções de entrada (V_1) e de saída (V_2) do rotor define dois importantes polígonos conhecidos como triângulos de velocidades na entrada e na saída. É importante observar que a 'velocidade absoluta' V refere-se à velocidade relativa do fluxo em relação a um observador estacionário e que a velocidade W refere-se à velocidade do escoamento relativa à pá. A relação vetorial destas velocidades está indicada na equação (1.11). A Figura 8 ilustra estes triângulos e as notações de parâmetros da pá e dos ângulos do escoamento. (FOX; MCDONALD'S, 2011).

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}. \quad (1.11)$$

As máquinas hidráulicas são idealmente projetadas de modo que o fluido escoe suavemente sobre o perfil das pás, transferindo sem choques sua energia para o rotor. Para tanto, o escoamento deve ser tangente ao longo de todo o perfil das pás. Esta condição requer inclusive que a velocidade relativa W do escoamento tenha a mesma direção do perfil da pá. Para tanto, os ângulos β_1 e β_2 com relação a direção circunferencial devem ser o mesmo para o escoamento e para a pá, respectivamente, na entrada e na saída.

Analisando a equação de Euler para turbinas conclui-se que para maximizar a eficiência requer a anulação do momento angular na saída ($V_{u2}U_2$). Para tanto, a projeção V_{u2} da velocidade absoluta na saída sobre a velocidade de rotação deve ser nula. Isto implica que o fluido deve sair da turbina perfeitamente axial. Nesta condição, denominada de ponto de eficiência máxima da turbina (*BEP - Best Efficiency Point*), a velocidade relativa W do fluido é concordante com o perfil da pá e os triângulos de

velocidade na entrada e na saída devem ser como indicados na Figura 9. Fora das condições ideais do ponto de projeto, seja de rotação, vazão ou direção de V , o fluido pode chocar-se com as pás na entrada e saída devido a alteração nos ângulos relativos β_1 e β_2 ou mesmo separação no fluido, reduzindo a eficiência da turbina. (FOX; MCDONALD'S, 2011).

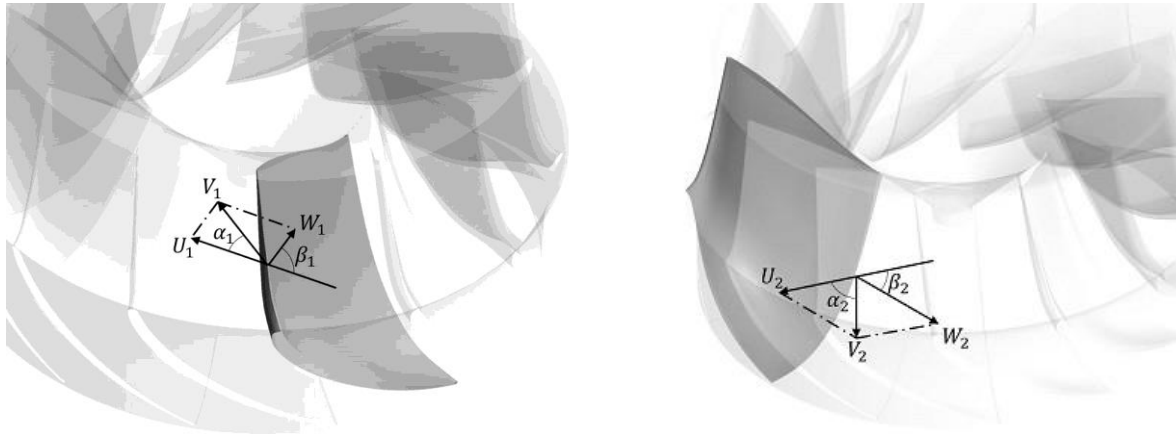


FIGURA 9 – TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE NO PONTO DE EFICIÊNCIA MÁXIMA

2.1.5 Semelhança hidráulica e números adimensionais

De acordo com a teoria de semelhança (ou similaridade) hidráulica, máquinas hidráulicamente semelhantes têm as mesmas características adimensionais e comportamento hidráulico e hidrodinâmico semelhantes. No entanto, para que tal semelhança seja plena é necessário que haja similaridade geométrica, cinemática e dinâmica entre as turbinas em comparação, mormente entre o modelo reduzido e seu protótipo em escala real. (FOX; MCDONALD'S, 2011).

Segundo White (2003), duas turbinas são geometricamente similares se todas suas dimensões estiverem na mesma relação linear de escala, ou seja, com um mesmo fator de escala dimensional. Sob tal condição, todos os ângulos são preservados e pontos homólogos devem ter a mesma posição relativa entre si. Fatores como a diferença na rugosidade relativa das superfícies hidráulicamente ativas impedem que a similaridade geométrica seja completa, alterando o atrito e o atendimento de outras exigências de similaridade hidráulica.

Com relação à similaridade cinemática, White (2003) afirma que as turbinas em comparação devem ter a mesma relação de escala dimensional e mesma relação

de escala de tempo. Sob tal condição, a relação de escala de velocidade será a mesma em ambas. Segundo Langhaar apud White (2003), isto significa que partículas homólogas do fluido devem passar por pontos homólogos da turbina em tempos homólogos. Para White (2003), a equivalência da escala de tempo pode requerer equivalências dinâmicas adicionais, como os números de Reynolds e Mach.

Como exigência para o atendimento da similaridade dinâmica, White (2003) menciona que as turbinas sob comparação devem ter, além da igualdade na relação das escalas dimensional e de tempo, também a mesma relação de escala de força. Desta forma, além da similaridade cinemática, ambas as turbinas devem ter idênticos coeficientes de força e de pressão para o atendimento da similaridade dinâmica, como segue:

- Para fluidos compressíveis, é necessário que os números de Reynolds e Mach e a relação de calor específico correspondentes sejam iguais;
- Para fluidos incompressíveis sem superfície livre, mesmo número de Reynolds;
- Para fluidos incompressíveis com superfície livre, mesmos números de Reynolds, Froude e, se necessário, mesmos números de Weber e de Cavitação (número de Thoma ou número de Euler).

A similaridade dinâmica é uma garantia de que o somatório das forças em ambas as turbinas está na mesma proporção e direção equivalentes. De acordo com a lei de Newton para o movimento, o somatório das forças de corpo \mathbf{F}_g , forças de pressão \mathbf{F}_p e forças de atrito \mathbf{F}_f devem ser iguais à força de inércia \mathbf{F}_i . Em termos específicos, esta deve ser igual à aceleração, conforme expressão seguinte:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_f. \quad (1.12)$$

A seguir, com relação aos números adimensionais de maior relevância na semelhança hidráulica e, por conseguinte, na avaliação do comportamento destas turbinas, apresenta-se na Tabela 2.1 a definição, relação de efeitos qualitativos e importância destes no tipo de escoamento, onde V é a velocidade de referência do fluido na turbina e D o diâmetro de referência da turbina.

TABELA 2.1– NÚMEROS ADIMENSIONAIS

Parâmetro	Definição	Razão de efeitos	Importância
Número de Reynolds	$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$	$\frac{\text{Inércia}}{\text{Viscosas}}$	Todos os escoamentos
Número de Mach	$Ma = \frac{V}{\sqrt{E/\rho}} = \frac{V}{a}$	$\frac{\text{Velocidade do fluido}}{\text{Velocidade do som}}$	Escoamento compressível
Número de Froude	$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \sqrt{\frac{E}{gD}}$	$\frac{\text{Inércia}}{\text{Gravidade}}$	Escoamento com superfície livre
Número de Weber	$We = \frac{\rho V^2 D}{\gamma}$	$\frac{\text{Inércia}}{\text{Tensão superficial}}$	Escoamento com superfície livre
Número de cavitação (Número de Euler)	$Eu = \frac{p - p_v}{\rho V^2}$	$\frac{\text{Pressão}}{\text{Inércia}}$	Cavitação

FONTE: ADAPTADO DE WHITE (2003)

O número de Froude é tipicamente dominante no escoamento com superfícies livres ou em canais abertos. White (2003) menciona que o número de Froude é totalmente sem importância se não houver superfície livre. No entanto, a norma IEC 60193 (1999) ressalta que além da importância do número de Froude nos escoamentos com superfície livre sua semelhança deve ser considerada também nos escoamentos bifásicos, como ocorre em turbinas hidráulicas com grande zona de cavitação no rotor ou cavidade de vórtices no tubo de sucção, principalmente em turbinas de baixa energia hidráulica específica.

Alligné (2011) observa que a distribuição de cavitação no escoamento é afetada pelo número de Froude e que tal fato influencia o gradiente de pressão, impossibilitando a plena semelhança dinâmica entre modelo e protótipo, visto que a plena similaridade do Froude requer uma queda no modelo muito menor que a imposta pelo Reynolds para a validade das leis de transposição. Por outro lado, isto exigiria uma queda de teste maior que a capacidade da bancada, pois as propriedades físicas do fluido água são as mesmas para ambas as turbinas.

A influência do número de Froude na pressão de vapor pode ser avaliada pela seguinte expressão apresentada por Franc et al (1995) apud Alligné (2011), onde Z_m e Z_p é a elevação em que ocorre a pressão de vapor nas turbinas modelo e protótipo.

$$\frac{Z_r - Z_m}{Z_r - Z_p} = \left(\frac{Fr_m}{Fr_p} \right)^2. \quad (1.13)$$

Alligné (2011) observa também que, como o Froude do protótipo é normalmente menor que o da turbina modelo, a expressão (1.13) resulta em maior valor para a elevação Z_p de ocorrência da pressão de vapor no protótipo, predispondo este a menor ocorrência de cavitação no escoamento.

A forma mais tradicional de se avaliar o risco de ocorrência de cavitação na turbina é por meio do número de cavitação σ , também conhecido por coeficiente ou número de Thoma, devendo o valor deste na instalação (σ_{plant}) ser maior que o de início da cavitação (σ_{begin}). O número de Thoma é definido, conforme IEC 60041(1995) e IEC 60193 (1999), da seguinte forma:

$$\sigma = \frac{NPSE}{E} = \frac{NPSH}{H} = \frac{H_a - H_v - (Z_r - Z_3)}{H} = \frac{H_a - H_v \pm H_s}{H}. \quad (1.14)$$

onde $NPSE$ é a energia líquida positiva de sucção e $NPSH$ é a altura líquida positiva de sucção, H_a é pressão atmosférica absoluta, H_v a pressão de vapor do fluido, H_s a altura de sucção e H a altura líquida na turbina. A altura de sucção H_s é positiva para turbinas afogadas e negativa para não afogadas. Nos termos das expressões à direita desprezou-se a perda específica na sucção (gH_{2-3}), a energia cinética específica no canal de fuga ($v^2/2$) e diferença entre a aceleração média da gravidade no trecho 1 e 2 com a aceleração da gravidade em 2. Para maior garantia contra a cavitação, deve-se considerar no cálculo do σ_{plant} a elevação inferior Z_c da saída das pás da turbina, ao invés de Z_r , e a maior H queda líquida operativa prevista no diagrama de colina, condição conforme IEC 60193 (1999).

2.2 TURBINA FRANCIS

2.2.1 Componentes da turbina Francis

Os componentes principais de uma turbina são a caixa espiral, o pré-distribuidor, o distribuidor, a roda da turbina e o tubo de sucção. Em máquinas verticais, normalmente se distingue no tubo de sucção os subcomponentes cone, curva e difusor, conforme indicado na Figura 10.

As funções dos principais componentes são:

- Caixa espiral: prover uma distribuição radial homogênea da vazão do fluido de trabalho na turbina;
- Pré-distribuidor: direcionar o fluxo de água para o distribuidor, suavizando o escoamento entre sua saída da caixa espiral e o distribuidor;
- Distribuidor: direcionar o fluxo e regular a vazão de água para a turbina;
- Rotor (ou roda): converter o momento angular da vazão do fluido em momento mecânico no eixo;
- Tubo de sucção: reduz a energia cinética e as perdas após o rotor até a superfície do nível de jusante, aumentando a energia potencial e o trabalho realizado pela turbina. Este processo se deve ao aumento gradual de sua seção transversal do escoamento. (GORLA, 2003; INGRAM, 2009; FOX e MCDONALD'S, 2011)

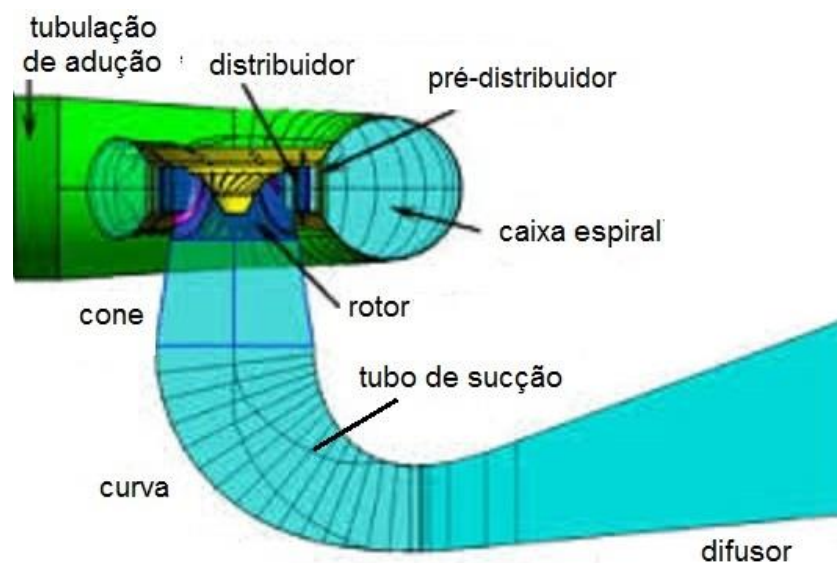


FIGURA 10 – COMPONENTES PRINCIPAIS DE TURBINA FRANCIS
FONTE: ADAPTADO DE ILIESCU *et al* (2008)

2.2.2 Vórtices de núcleo em turbinas Francis

Em sua forma mais simples, o escoamento em uma turbina Francis pode ser representado por um modelo unidirecional expresso pela equação de Euler. De acordo com esta equação, para que se tenha uma eficiência ótima, o fluido deve entrar na roda da turbina sem choque com suas pás, tangenciando-as, e sair axialmente.

Contudo, como as turbinas Francis têm as pás do rotor fixas e giram em uma velocidade síncrona constante, sempre que a vazão na turbina se afastar de suas condições ótimas as velocidades na entrada e na saída não mais poderão atender a condição ideal, o que normalmente ocorre para atender ao necessário ajuste da geração de energia à sua demanda, conforme despachos de carga usualmente praticados. Em decorrência deste fato, como a velocidade na saída não seria plenamente axial, surgem componentes tangencias que promovem uma rotação no fluido, gerando os conhecidos vórtices de núcleo no tubo de sucção que causam flutuação na pressão e que podem produzir significativa oscilação na potência elétrica, conforme menciona Dörfler et al (2013). Este autor menciona também que além da vazão os vórtices de núcleo dependem da distribuição do campo de velocidade na saída do rotor, da geometria do tubo de sucção e da resposta dinâmica do circuito hidráulico como um todo.

Tal comportamento pode ser visualizado na Figura 11 por meio do triângulo de velocidade na saída das pás da turbina. Na carga parcial ($Q < Q_{ot}$) e na alta carga ($Q > Q_{ot}$) a componente tangencial é a responsável pelo efeito rotacional no fluido. Na condição ideal ($Q = Q_{ot}$), o fluxo sai axialmente e tal efeito não ocorre.

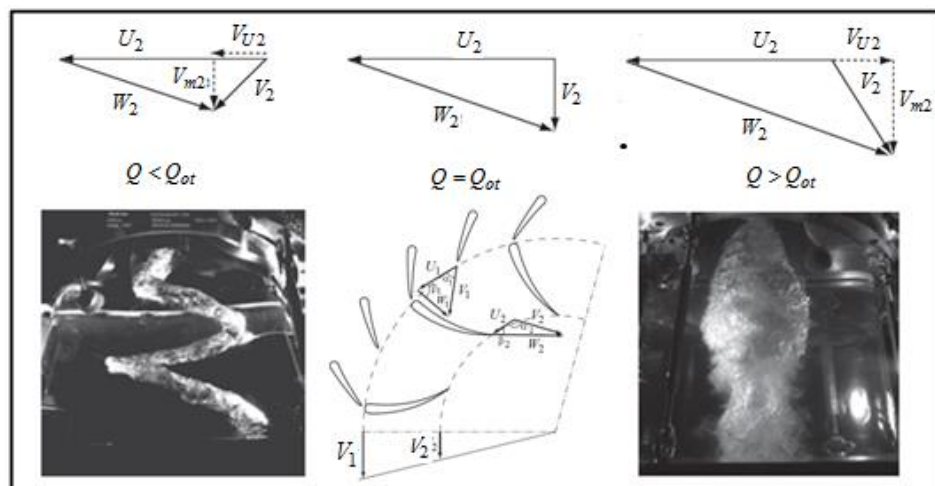


FIGURA 11 – VÓRTICES E TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE
FONTE: ADAPTADO DE ALLIGNÉ (2011)

Os citados vórtices, quando as condições de contorno possibilitam a ocorrência da fase de vapor de água, se tornam visualmente nítidos em um tubo de sucção transparente, como utilizado em laboratórios de ensaios de modelos reduzidos de turbinas, e se configuram como uma região de subpressão no núcleo do fluido em escoamento, conforme ilustrado na Figura 11. Estes vórtices agem como fonte

excitadora devido à frequência característica com que pulsam radialmente (vórtice de alta carga) ou em movimento espiralado com precessão (vórtice de carga parcial) e interagem dinamicamente com o sistema hidráulico.

Experimentos de escoamento com rotação do fluido realizados em 1935 por Meldau apud Dörfler et al (2013) em tubulação cilíndrica indicam a tendência do escoamento se separar em duas regiões concêntricas, uma interna com tendência de estagnação e outra externa na qual ocorre a vazão do fluido. A intensidade da circulação (*swirl*) ou rotação no fluido é avaliada com base na razão do momento axial pelo momento de torção no escoamento. O momento de torção no fluido é a parcela negativa da equação [2.7] referente ao torque sobre a roda. Considerando a contribuição infinitesimal de cada filete do fluido, a relação de circulação pode ser avaliada pela seguinte expressão:

$$\Gamma = \frac{M_{torção}}{M_{axial}} = \frac{\int_0^{R_e} d\dot{m} V_u r}{\int_0^{R_e} d\dot{m} V_m r} = \frac{\int_0^{R_e} \rho dQ V_u r}{\int_0^{R_e} \rho dQ V_m r} = \frac{\rho \int_0^{R_e} (V_m 2\pi r dr) V_u r}{\rho \int_0^{R_e} (V_m 2\pi r dr) V_m r} = \frac{\int_0^{R_e} V_m V_u r^2 dr}{\int_0^{R_e} V_m^2 r^2 dr}. \quad (1.15)$$

Wahl et Frizell (1991) e Dörfler et al (2013) comentam sobre o estudo dos pesquisadores Cassidy e Favell do USBR (U. S. Bureau of Reclamation) estabelecendo parâmetros adimensionais para amplitude e flutuação de pressão relativa ao escoamento com rotação em tubo de sucção. O experimento do USBR foi realizado usando um gerador estacionário de rotação em vez de um rotor, detectando-se que o núcleo de água morta não se forma para pequenas relações de circulação Γ e que um ponto de estagnação se forma quando esta excede seu limiar inferior, iniciando-se neste local a formação de um vórtice helicoidal.

A formação de duas regiões no escoamento com rotação é um fato comprovado por medições e observações existentes em escoamentos com circulação. A Figura 12 ilustra esta formação em uma turbina hidráulica, com ocorrência de um núcleo de água morta e um vórtice helicoidal girante, conhecido como trança (*rope*). A fronteira entre estes é instável, podendo levar o núcleo de água morta a formar uma bolha axisimétrica ao eixo do vórtice espiralado. Dependendo da intensidade da circulação o ponto de estagnação pode migrar para o tronco cilíndrico da base do vórtice e chegar ao cubo do rotor e até ao canal das pás.

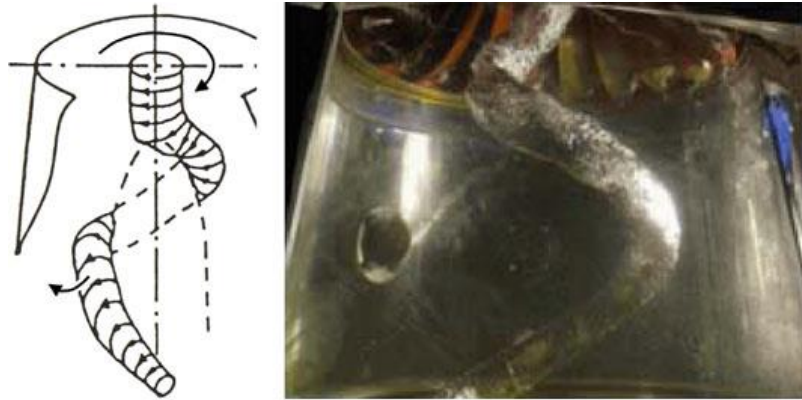


FIGURA 12 – VÓRTICES DE NÚCLEO EM TURBINAS
FONTE: DORFLER (2013)

Sob determinadas condições operativas, principalmente em desacelerações do fluido devido à regulação da turbina, a ocorrência de zona de recirculação no escoamento pode quebrar a estrutura do vórtice de forma abrupta. Tal fenômeno de quebra (ou destruição) do vórtice (*vortex breakdown*) produz impactos que excitam mecanicamente o equipamento e a estrutura civil. Alligné (2011) alerta que, dependendo das diferentes combinações do número de Reynolds e da relação de rodopio, diferentes tipos de quebra de vórtice podem ocorrer.

Embora a intensidade da relação de circulação Γ no fluido tenha singular importância na flutuação da pressão, outros fatores como a cavitação, dependendo de sua intensidade, também exercem influência neste processo. Nishi et al (1982) estudaram o efeito da cavitação do vórtice e da curva do tubo de sucção no mecanismo de excitação da pulsação de pressão no tubo de sucção e verificaram a influência do número de cavitação na pulsação e frequência da pressão e na forma do vórtice. Estes mesmos autores mostraram também que a pulsação de pressão relacionada ao fluxo com rodopio no tubo de sucção consiste de uma parte síncrona relacionada à rotação, que se comporta como onda plana, e uma parte assíncrona devida ao movimento de precessão do núcleo (trança) do vórtice. O efeito da cavitação na pulsação de pressão Δp e na frequência f do vórtice de baixa carga encontra-se exemplificado na Figura 13, em função do coeficiente de pressão da $\psi\sigma$ da turbina, referente a um dado modelo de turbina Francis de rotação específica $n_p = 0,113$, ou $n_s \approx 117,6$.

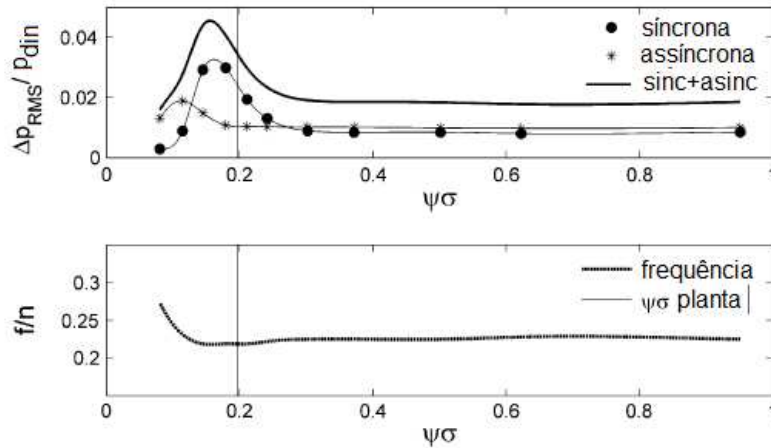


FIGURA 13 – EFEITO DA CAVITAÇÃO NO VÓRTICE DE BAIXA CARGA
 FONTE: ADAPTADO DE DORFLER (2013)

A explicação para o efeito da cavitação na pulsação de pressão no tubo de sucção, desconsiderando outras contribuições decorrentes da interação dinâmica com o sistema hidráulico como um todo mencionado no capítulo introdutório, se deve ao ganho dinâmico proporcionado pela ressonância com a frequência natural do sistema fluido do tubo de sucção. No caso da turbina da Figura 13, esta condição ocorre para $\Psi\sigma = 0,16$. Tal fato evidencia que a parte da pulsação de pressão sensível à cavitação é a parte síncrona, com comportamento similar a um sistema dinâmico de um grau de liberdade. De acordo com IEC 60193, a dependência da primeira frequência natural do tubo de sucção com a cavitação pode ser estimada pela seguinte equação, onde $\partial V_{vap}/\partial NPSE = \partial V_{vap}/gH$ é gradiente do volume de cavitação com relação ao NPSE, como segue:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\frac{-\partial V_{vap}}{\partial NPSE} \int \frac{dL}{A}}}. \quad (1.16)$$

A estimativa do gradiente considerado na equação (2.16) não é trivial para uma planta real. Atualmente, o processamento de imagens de alta velocidade feitas nos ensaios laboratoriais do modelo reduzido permite uma estimativa deste parâmetro, conforme Mueller *et al* (2011). No entanto, a transposição confiável destes resultados para a planta real da instalação do protótipo está em evolução, conforme sinaliza a revisão em curso da norma IEC 62097, relativa à transposição de comportamento da turbina modelo para o protótipo.

Couston e Phllibert (1998) apresentam uma expressão mais completa para o cálculo da primeira natural do escoamento no tubo de sucção (ts) que considera o efeito acústico na compliância devido à variação da velocidade do som ($c_{trança}$) no volume gasoso do vórtice de baixa carga (trança), conforme indicado na equação (1.17), onde $\Omega = \omega l_{trança} / c_{trança}$, S_{ts} e $S_{trança}$ as seções transversais do tubo de sucção e da trança. Estes autores apresentam também uma variação desta equação que permite a estimativa das frequências naturais acima da fundamental, em geral de menor importância prática. Contudo, estes autores observam que devido a efeitos não lineares no sistema fluido do tubo de sucção este pode introduzir frequências no sistema, resultantes da combinação linear da frequência fundamental com harmônicos da frequência do vórtice do tipo $f_o \pm k \cdot f_{trança}$, sendo k um inteiro de 1 a 5.

$$f_o \cong \frac{c_{trança}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{l_{trança} \cdot l_{ts}} \cdot \frac{S_{ts}}{S_{trança}} \cdot \frac{\Omega}{tg\Omega}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{-l_{trança} \cdot \frac{\partial S_{trança}}{\partial npsh} \cdot \left(\frac{l}{S}\right)_{ts} \cdot \frac{\Omega}{tg\Omega}}} \quad (1.17)$$

Usualmente, os vórtices de núcleo em turbinas hidráulicas são genericamente classificados como vórtice de baixa carga (*part load*) e vórtice de alta carga (*full load*). Menos usual, inclui-se entre estes um terceiro, normalmente conhecido como fenômeno da alta carga parcial (*upper part load*). Alligné (2011), por exemplo, adota tal classificação. Quanto à interação destes com o sistema hidráulico, em geral os vórtices de carga parcial e o fenômeno da alta carga parcial realizam uma excitação forçada e o vórtice de alta carga uma autoexcitação.

Dörfler et al (2013) classifica genericamente os vórtices de núcleo (*vortex rope*) como fenômenos de baixa frequência em fluxos com rodopios (*swirling flows*). Segundo este autor, de acordo com o sintoma e mecanismo de formação, vários diferentes fenômenos dinâmicos podem ser elencados devido ao fluxo com rodopio no tubo de sucção. Este mesmo autor observa que alguns destes fenômenos são mais comuns nas turbinas Francis modernas que amenizam a trança do vórtice de núcleo na faixa operativa de 0,5 a 0,85 Q/Q_{ot} e colocam a condição de fluxo de saída puramente axial ligeiramente acima do ponto de eficiência ótima.

Em função da dependência destes fenômenos com o quanto a vazão se encontra afastada do ponto ótimo, é conveniente representar seus parâmetros característicos (pulsação, frequência e forma) em função da relação adimensional

Q/Q_{ot} para turbinas que operam com rotação constante. Para o caso dos modelos reduzidos, cujos ensaios laboratoriais são realizados com velocidade variável a representação dos parâmetros característicos em função do produto $\Psi\sigma$ é vantajosa, pois considera simultaneamente o efeito da cavitação e da velocidade de rotação, como segue, onde Ψ é o coeficiente de pressão da turbina:

$$\Psi\sigma = \frac{2gH}{U^2} \frac{NPSE}{E} = \frac{2gH}{U^2} \frac{NPSE}{gH} = \frac{NPSE}{U^2}. \quad (1.18)$$

Embora na prática da engenharia o mais comum seja a representação dos parâmetros hidráulicos em função da abertura do distribuidor (y), tal representação é menos representativa que em função de Q/Q_{ot} , ou $\Psi\sigma$ para estudos em modelo reduzido, pelos motivos expostos no parágrafo acima. A abertura do distribuidor é normalmente expressa em milímetros, graus ou percentual destes com relação à posição de máxima abertura (y_{max}) e não do ponto ótimo. Desta forma, o coeficiente y/y_{max} e Q/Q_{ot} não guardam a mesma relação entre si e nem com a razão $\Psi\sigma$.

O comportamento da pulsação de pressão de uma turbina Francis ao longo de sua faixa operativa encontra-se ilustrado no diagrama de cascata da Figura 14 para uma turbina Francis de rotação específica de $n_s = 108,7$ e coeficiente de Thoma $\sigma = 0,074$ no ponto de projeto.

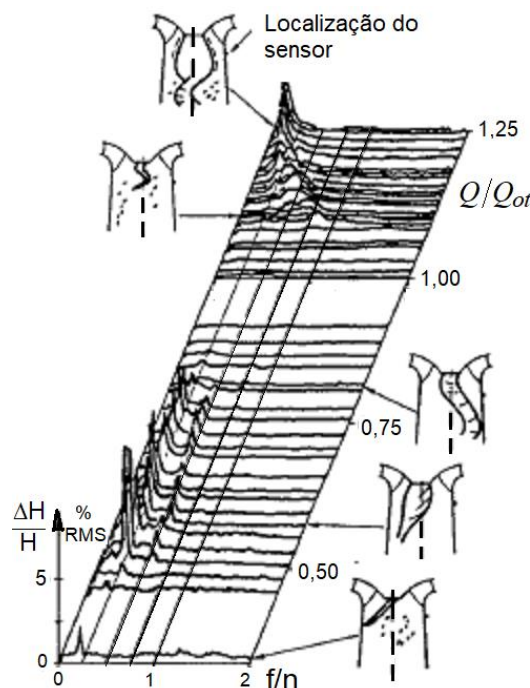


FIGURA 14 – DIAGRAMA EM CASCATA DO COMPORTAMENTO DA TURBINA
FONTE: ADAPTADO DE JACOB (1993)

Nos próximos subitens desta seção, se apresenta os fenômenos de baixa frequência relacionados ao escoamento com fluxo rotacionado na saída da turbina Francis, decorrente de sua operação fora do ponto ótimo. A sequência de apresentação foi baseada na ordem crescente de Q/Q_{ot} e não na importância dos fenômenos quanto à incidência ou influência no comportamento operativo da turbina e visa apenas caracterizar tais fenômenos. Maiores detalhes podem ser vistos em Dörfler et al (2013) e Alligné (2011).

2.2.2.1 Vórtice de baixa carga parcial – oscilação auto-excitada

Existem diversas ocorrências citadas na literatura relatando pulsação de pressão elevada na turbina protótipo em faixa de operação sem nenhuma indicação nos testes de modelo de alguma anormalidade na faixa operativa correspondente. Por este motivo, tais ocorrências têm sido atribuídas a um processo de autoexcitação relacionado a condições com potencial para proporcionar tal processo dinâmico, tais como: impedância hidráulica da turbina com parte real negativa¹, histerese nas características da turbina, comprimento do conduto forçado, alteração da resposta dinâmica devido a gás dissolvido na água, ressonância hidráulica no tubo de sucção e efeitos transientes na vazão por variação da carga.

As ocorrências atribuídas à autoexcitação observadas na zona de baixa carga têm sido normalmente na faixa de 25 a 40% de Q/Q_{ot} , podendo ocorrer também oscilação de potência. Pulsação de pressão com amplitude de 63 mca já foram registradas e com frequência relativa f/n entre 0,7 a 1,0. Tem sido também registrado dependência da frequência de excitação com a frequência natural do sistema fluido do conduto forçado e também com a queda ou nível d'água.

Na Usina Hidrelétrica de Itaipu - UHI, ocorreu possível incidência desse fenômeno em duas turbinas durante os ensaios de estabilidade hidráulica realizados no comissionamento de suas 20 unidades geradoras. O fenômeno ocorreu para uma

¹ Wylie e Streeter (1978, Cap. 12), Dörfler (2013, Cap. 1, p26)

relação $Q/Q_{ot} \approx 0,33$ e pulsação de pressão atingiu uma amplitude de 27 mca, conforme ITAIPU (1993).

2.2.2.2 Pulsação de muito baixa carga parcial

Ocorre quando a relação de descarga na turbina Q/Q_{ot} fica abaixo de um limiar, usualmente entre 40% e 50%, segundo Dörfler et al (2013). Nesta condição, a relação de circulação Γ é muito alta e o vórtice de núcleo não se forma ou é desintegrado, dando origem a um grande número de pequenos vórtices não organizados, fazendo com que a pulsação de pressão no tubo de sucção mude seu comportamento de quase-periódica para uma característica de banda larga, chegando a uma pulsação aleatória na faixa operativa considerada como de muito baixa carga no diagrama das faixas operativas da turbina.

Na zona de baixa carga, embora a amplitude da pressão no domínio do tempo possa ser grande, usualmente não ocorre flutuação significativa de banda estreita que resulte em ressonância franca do sistema para esta excitação.

2.2.2.3 Vórtice de baixa carga parcial – oscilação forçada

É um fenômeno típico da operação na carga parcial. Ocorre para uma relação de descarga na turbina Q/Q_{ot} normalmente na faixa entre 50% e 85%. Nesta faixa ocorrem dois diferentes regimes de escoamento com fronteira entre o núcleo cavitante do vórtice e o restante do fluido, sendo tal fronteira normalmente melhor caracterizada no limite inferior que no superior. Os estudos iniciais deste fenômeno são atribuídos a Rheingans (1940).

A pulsação de pressão no tubo de sucção é aproximadamente periódica e tem a mesma frequência relativa f/f_n da precessão do vórtice, com um valor entre 0,2 a 0,4. Se a altura do afogamento NPSH da turbina for grande o suficiente para impedir a ocorrência da cavitação, a fronteira do vórtice com o fluido adjacente não será visível, embora o vórtice de núcleo de baixa carga continue presente e com a

frequência de oscilação típica deste fenômeno permanecendo praticamente inalterada.

Conforme descrito na seção 2.2.2, as componentes síncrona e assíncrona do vórtice de núcleo decorrentes da circulação Γ no escoamento no tubo de sucção na operação de baixa carga parcial representam uma excitação forçada sobre o sistema hidráulico, atuando como uma fonte de momento S_Q , independente da presença ou não de cavitação no vórtice.

2.2.2.4 Vórtice da alta carga parcial

Sujeito à ocorrência para uma relação de descarga na turbina Q/Q_{ot} normalmente na faixa entre 70 e 80%. Configura-se por uma pulsação de pressão com presença de frequências mais altas, adicionais à frequência típica do vórtice de baixa carga (trança). O espectro típico das frequências adicionais é de banda estreita e com frequência central múltipla da frequência de precessão do vórtice de baixa carga (trança). Couston (1998), considera também a possibilidade de ocorrência de frequências do tipo $f_o \pm k \cdot f_{trança}$, sendo k um inteiro de 1 a 5.

A explicação mais aceita para as frequências do fenômeno da alta carga parcial se baseia no processo de modulação, decorrente da presença de duas excitações com frequências ω e ω_c com conteúdo harmônico periódico, conforme indicado na expressão seguinte, onde ω é a frequência de precessão da trança e ω_c uma frequência superior, com diversas explicações controvertidas. Contudo, Haban *et al* (2007) demonstrou que tal frequência ω_c é decorrente do automodo fundamental de vibrar da seção transversal do núcleo gasoso, normalmente elíptica, confirmada experimentalmente por Pochyly (2009) e com dependência da pressão no tubo de sucção. A_i, B_i e C_i, D_i são as amplitudes das componentes harmônicas.

$$P(t) = \left(A_o + \sum_{i=1,2,..} \left(A_i \cos i(\omega t) + \dots + B_i \sin(i\omega t) \right) \right) \times \left(C_o + \sum_{i=1,2,..} \left(C_i \cos i(\omega_c t) + \dots + D_i \sin(i\omega_c t) \right) \right). \quad (1.19)$$

A ocorrência do fenômeno da alta carga parcial não é frequente em turbinas protótipos, sendo mais comum em turbinas de alta velocidade específica². Injeção de pequenas quantidades de ar comprimido no centro do tubo de sucção têm tido resultados satisfatórios para solucionar ou suavizar o fenômeno, ou modificações no projeto da roda da turbina.

Devido a presença de frequências mais altas, pode ocorrer ressonância com o modo lateral (flexão) de vibrar do conjunto girante do hidrogerador, normalmente o primeiro modo. Neste caso, mesmo pequena amplitude da pulsação de pressão pode levar a uma vibração radial elevada do eixo do hidrogerador.

2.2.2.5 Instabilidade do vórtice helicoidal

A trança do vórtice de núcleo é um fenômeno típico da operação em carga parcial das turbinas Francis e tem forma estável na região central de sua faixa de ocorrência. No entanto, ele pode se tornar intermitente nos limites de sua faixa de ocorrência. Este fenômeno está sujeito à ocorrência para uma relação de descarga na turbina de 80 e 90% Q/Q_{ot} e configura-se por alteração na pulsação de pressão devido à implosão abrupta do núcleo cavitante, podendo produzir choques quase inaceitáveis³.

2.2.2.6 Vórtice de alta carga

A operação da turbina com vazão maior que a do ponto ótimo ($Q/Q_{ot} > 1$) induz uma componente rotacional de velocidade no fluido contrária à velocidade de

² Na UHI, mesmo não sendo suas turbinas de alta rotação específica, observa-se possível incidência desse fenômeno em algumas turbinas quando operando com $Q/Q_{ot} \approx 82\%$, porém com intensidade aceitável. Contudo, sob determinadas condições de contorno, o mesmo pode se manifestar de forma mais severa, conforme registrado em ITAIPU (1997).

rotação da turbina, conforme ilustrado na Figura 11. Sob tal condição o volume do vórtice de núcleo é normalmente simétrico e de formato oblongo. Devido à simetria radial do vórtice, o efeito da precessão não ocorre e consequentemente a componente assíncrona da pressão desaparece, anulando assim a fonte de pulsação forçada da pressão. No entanto, raramente, pode ocorrer na alta carga a forma helicoidal e, consequentemente, o processo de excitação forçada se faz presente. Dörfler et al (2013) salienta que este raro processo de ocorrência de vórtice helicoidal em alta carga está relacionado a um projeto inadequado e muito raro nos projetos atuais.

Mesmo na ausência da excitação forçada, muitas turbinas apresentam elevada pulsação de pressão e potência na operação em alta carga devido a um processo de oscilação auto-excitada, normalmente na primeira autofrequência do sistema hidráulico, conforme comprovação experimental em bancada por Jacob *et al* (1988) de um modelo matemático de parâmetros concentrados para avaliação do comportamento dinâmico de uma turbina Francis em alta carga. Dörfler et al (2013) explica o processo de autoexcitação em alta carga atribuído à variação do volume da cavidade do vórtice associado não apenas à complância ($C_c = -\partial V_c / \partial H_c$) do vórtice e ao fator de ganho de fluxo de massa ($\chi = -\partial V_c / \partial Q$) considerados no modelo de Jacob *et al* (1988) para a variação da capacitância do sistema, mas também devido a um tempo morto (t_d), este devido à componente rotacional não influenciar instantaneamente o volume da cavidade do vórtice devido à sua inércia. O modelo de parâmetros concentrados de Dörfler et al (2013), baseado na equação da continuidade, apresenta a seguinte expressão para a variação do volume da cavidade, onde k é uma fração de χ e Q_1 e Q_2 as vazões na entrada e na saída da fase líquida do fluido no volume de controle considerado do tubo de sucção.

$$V_c = -C_c \cdot p_c - \chi \left(k \cdot Q_1 (t - t_d) + (1 - k) Q_2 \right). \quad (1.20)$$

A determinação do fator de ganho de massa e o estudo de sua influência na dinâmica de um sistema hidráulico com escoamento cavitante têm sido alvo de diversos estudos recentes de pesquisa como, por exemplo, Fleming *et al* (2009), Alligné (2010) e Müller (2012). De acordo com estes autores, a flutuação do volume de cavitação (dV_c/dt) do vórtice de núcleo representa uma fonte de massa hidroacústica (S_Q) para o sistema hidráulico, podendo desencadear neste um

processo de natureza auto-excitante, levando-o a oscilar normalmente em uma ou mais de suas frequências naturais. A demonstração de que esta fonte de massa equivale à taxa de variação do volume de cavitação e que a mesma pode ser desestabilizante para o sistema é apresentada no Apêndice 1.

Segundo os mesmos autores citados acima, a flutuação do volume de cavitação no tubo de sucção da turbina é dependente dos parâmetros compliância ($C_c = -\partial V_c / \partial H_c$) e fator de ganho de fluxo mássico ($\chi = -\partial V_c / \partial Q$), conforme pode ser deduzido a partir da derivada total de V_c com relação às variáveis de estado (Q, H), conforme segue:

$$\frac{dV_c}{dt}(H, Q) = \frac{\partial V_c}{\partial H} \frac{\partial H}{dt} + \frac{\partial V_c}{\partial Q} \frac{\partial Q}{dt} = C_c \frac{\partial H}{dt} + \chi \frac{\partial Q}{dt}. \quad (1.21)$$

Para os referidos autores, o parâmetro χ é que comanda a estabilidade do sistema hidráulico em alta carga, quando ocorre uma retroalimentação positiva, transferindo energia do fluxo estacionário para o comportamento oscilatório auto-excitante nas operações de alta carga ($Q > Q_{BEP}$) da turbina. Contudo, outros autores, como Dörfler (2010), consideram que a retroalimentação dada pelo fator de ganho de fluxo mássico atuando sobre a flutuação (dQ/dt) à jusante do vórtice de núcleo sempre exagera o efeito de desestabilização. Para evitar isto, sugere que a atuação de χ seja aplicada sobre a flutuação a montante do vórtice, conforme modelado por Landry (2015).

Em função da forma típica da cavidade do vórtice de alta carga ilustrado na Figura 11, sua simetria, posicionamento e pressão negativa, a admissão de ar atmosférico de forma centralizada pelo eixo da turbina normalmente resulta em benefício na suavização da pulsação de pressão. No entanto, como a admissão de ar pode influenciar na dinâmica do volume da cavidade e na frequência natural do tubo de sucção resultados insatisfatórios podem ocorrer. Para Dörfler et al (2013), os efeitos contraproducentes da injeção (ou admissão) de ar em certos casos se devem a ressonância com a parte síncrona da pulsação de pressão no tubo de sucção. Quian (2007) também observa que a redução da pulsação de pressão requer uma adequada escolha da vazão de ar no tubo de sucção.

A influência da vazão de ar injetado na frequência natural do tubo de sucção determinada pela equação (1.17) pode ser estimada pela seguinte expressão de Couston e Philibert (1998), referente ao termo da variação relativa das seções

transversais do vórtice e tubo de sucção, onde γ é um parâmetro adimensional do fluxo rotacional ($\gamma = 2\Gamma / U.D$) e σ o coeficiente de Thoma. O índice 'o' refere-se a à pressão de referência no vórtice de baixa carga (trança) e considera a influência da injeção de ar nos respectivos parâmetros.

$$\frac{S_{vórtice}}{S_{ts}} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\gamma^2 \cdot U^2}{NPSH - NPSH_0} = \frac{U^2}{gH} \cdot \frac{\gamma^2}{\sigma - \sigma_0}. \quad (1.22)$$

Quanto à ocorrência de excitação forçada na alta carga, está associada à formação helicoidal do vórtice, porém com frequência de precessão mais alta que na carga parcial. A dinâmica do fenômeno da excitação forçada na alta carga é similar à da baixa carga parcial, porém fortalecida pelo maior gradiente de pressão no tubo de sucção. Embora o formato helicoidal suporte altos números de cavitação (Número de Thoma), ele pode desaparecer para menores números de cavitação. Dörfler et al (2013) comenta que a formação helicoidal na alta carga possivelmente está associada a um projeto da roda que leve a baixa velocidade axial do escoamento junto ao cubo e que isto é raro em turbinas modernas.

2.2.3 Ressonância hidráulica e instabilidade hidráulica

Embora o conceito dos fenômenos de ressonância e instabilidade hidráulica esteja caracterizado no Capítulo 1 e seções anteriores deste capítulo, esta seção será dedicada a uma abordagem específica, porém sucinta destes fenômenos.

Na seção anterior mostraram-se comprovações de que o escoamento rotacional do fluido no tubo de sucção durante a operação em carga parcial da turbina provoca uma perturbação vorticiosa ΔP_o de frequência ω característica do fenômeno hidráulico típico desta condição operativa. Como tal, esta perturbação representa para o sistema hidráulico uma excitação forçada oriunda da região do tubo de sucção, conforme ilustrado na Figura 1.

Também se mostrou na seção anterior que a frequência natural ω_o do fluido no tubo de sucção depende da compliância C do fluido nesta região do sistema, a qual pode ser severamente afetada pela compressibilidade inserida pela presença de vapor de água provocada pelo fenômeno da cavitação, sempre que o afogamento mínimo da turbina não possibilitar uma contrapressão suficiente para evitar o

atingimento da pressão de vapor de água nesta região, ou seja, que o coeficiente de Thoma seja maior que o mínimo necessário para possibilitar a ocorrência da cavitação.

Aproximando o comportamento dinâmico do sistema hidráulico no tubo de sucção como o de um sistema de um grau de liberdade, similar a um sistema mecânico massa-mola ou um sistema elétrico indutor-capacitor, o sistema fluido do tubo de sucção terá um par conjugado de frequências naturais do tipo $s = \alpha + j\omega_o$. Desta forma, sempre que a frequência ω da excitação forçada vorticiosa coincidir com a frequência natural do sistema fluido do tubo de sucção configura-se como um caso de ressonância hidráulica. Em um sistema real de uma turbina, existem dissipações e não linearidades que se comportam como um amortecedor, reduzindo o ganho dinâmico e a amplitude da pulsação da pressão no tubo de sucção.

Considerando como $G(\alpha, i\omega)$ a função de transferência no domínio da frequência entre o tubo de sucção e a entrada da caixa espiral, tem-se que a amplitude da pulsação de pressão ΔP nesta posição pode ser estimada pela seguinte relação:

$$\Delta P = \Delta P_o \cdot G(\alpha, i\omega). \quad (1.23)$$

Sabe-se que para o caso do parâmetro real α ser positivo, configura-se como uma condição de auto-excitação que pode levar o sistema à oscilação, mesmo sem a presença da fonte excitadora ΔP_o . Esta situação se configura como uma condição de instabilidade para o sistema hidráulico. Nos casos com instabilidade, Dörfler et al (2013) salienta que é mais realístico avaliar o limite da estabilidade que a amplitude das pulsações.

Contudo, além da clássica condição de α positivo para se estabelecer uma situação instável no sistema hidráulico, existem fatores considerados desestabilizantes que favorecem ao atingimento de instabilidade, mesmo com as dissipações energéticas típicas dos sistemas hidráulicos reais. Para o caso da operação da turbina em alta carga, considerando que a variação do volume de cavitação (ou vapor de água) depende da compliância C e também do fator de ganho de fluxo massa χ , diversos estudos, como por exemplo de Alligné (2011) e Müller (2014), reanalisaram a contribuição destes parâmetros para a instabilidade do escoamento nesta condição operativa. Tradicionalmente, o mecanismo desestabilizante devido a estes fatores está associado a uma diferença na vazão pelo

tubo de sucção, entre a montante e jusante do vórtice de núcleo, decorrente da compliância C e da realimentação na vazão induzida pelo parâmetro χ , podendo provocar uma variação sustentável do volume de cavitação (dV_c/dt) com intensidade suficiente para estabelecer instabilidade no escoamento.

Dörfler (2010) e Dörfler et al (2013) levantam a questão sobre qual das vazões é mais adequada na avaliação de $\chi = -\partial V_c / \partial Q$ por meio de simulações CFD em regime permanente. Segundo esses autores, a referência de vazão jusante Q_2 do volume tende a exagerar a instabilidade. Esses autores também consideram que o mecanismo de instabilidade baseado em Q_1 pode ser mais realista, principalmente se considerado que a ação da circulação Γ na saída da turbina não age instantaneamente sobre o volume do vórtice, existindo um atraso t_d na retroalimentação de vazão χQ_1 , o que corresponde a um amortecimento negativo na variação do volume V_c , conforme equação (1.20), favorecendo a estabilidade. A figura seguinte ilustra a posição das variáveis consideradas nesta análise.

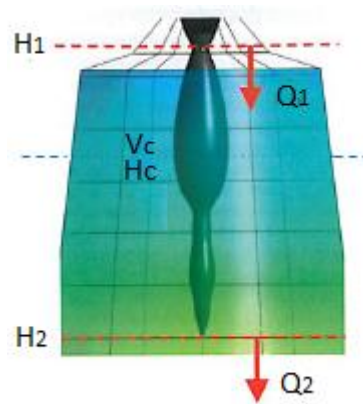


FIGURA 15 – REFERÊNCIA DE POSIÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA ESTIMATIVA DE C , χ
 FONTE: ADAPTADO DE DÖRFLER (2011)

2.2.4 Aeração de turbinas Francis

A aeração atmosférica de turbinas Francis é uma prática extensivamente utilizada na suavização do comportamento dessas máquinas quanto pulsação de pressão, vibração, ruído e erosão por cavitação quando operando fora do ponto de

projeto. Este recurso também é utilizado com fins ambientais para melhoria na oxigenação da água no escoamento a jusante da UHE.

Dentre os métodos de mitigação dos fenômenos citados, como, por exemplo, injeção de ar comprimido, instalação de aletas estabilizadoras no tubo de sucção e extensão do cone da roda, a aeração atmosférica é o mais utilizado devido sua facilidade de implementação e baixo custo, quando previsto no projeto original da turbina. Não obstante, sua utilização provoca um efeito colateral de aumento nas perdas da turbina e também pode proporcionar um ganho na pulsação de pressão em casos de provocar ressonância no tubo de sucção ou de favorecer aos fatores desestabilizantes do escoamento no sistema hidráulico citados na seção anterior (DÖRFLER et al, 2013).

A aeração atmosférica, também denominada admissão de ar ou aeração natural, em contraposição à injeção de ar comprimido, trata-se da aspiração de ar atmosférico por meio do gradiente de pressão favorável provocado pela componente rotacional da velocidade do fluido na saída da roda da turbina, podendo levar a uma pressão manométrica negativa abaixo da roda na região dos vórtices de núcleo no tubo de sucção indicados na Figura 11. Assim sendo, a aeração natural é classificada como passiva, enquanto a injeção de ar comprimido é do tipo ativa, por requerer o uso de compressores ou insufladores de ar.

O mecanismo de ação fundamental da mitigação das flutuações de pressão pela aeração é a alteração de parâmetros hidroacústicos do escoamento provocada pela vazão de ar atmosférico aspirado ou ar comprimido injetado no fluxo principal da turbina, como a compliância do fluido na região do vórtice de núcleo. A alteração deste parâmetro pode influenciar nas pulsações de pressão devidas aos fenômenos de instabilidade ou de ressonância hidráulica, respectivamente pela alteração de autofrequências do sistema hidráulico e do sistema fluido do tubo de sucção, conforme senso comum de autores como Dörfler et al (2013), Nicolet (2007) e Pejovic (2000).

Segundo Pejovic (2000), a presença de uma fase gasosa misturada ao escoamento, seja ar ou vapor de água proveniente de cavitação, mesmo em pequena quantidade, pode alterar significativamente a velocidade local c de propagação de onda de pressão acústica, proporcionando alteração na compressibilidade local equivalente (Compliância C_{eq}) e consequentemente na frequência natural do tubo de sucção, de modo que esta seja proporcional à velocidade da onda, conforme denota-

se substituindo as relações⁴ $C_{eq} = -\partial V_{gas} / \partial H = gA dx / c^2$ e $L = x / gA$ na equação (1.16), resultando em:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\frac{-\partial V_{gas}}{\partial gH} \int \frac{dx}{A}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{eq} \int \frac{dx}{gA}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{eq} L}}. \quad (1.24)$$

Resultados de ensaios de campo realizados por Pejovic (1986) indicaram que uma aeração correspondente a 0,7% da vazão nominal na turbina considerada reduziu aproximadamente 20% as oscilações de pressão e que os resultados não melhoraram para vazões de ar acima desse valor.

Além da dessintonia da frequência natural no tubo de sucção e alteração nas autofrequências do sistema hidráulico decorrentes da aeração da turbina com fins de suavizar ou eliminar as fontes excitadoras ou a autoexcitação, a aeração é muito útil para atenuação de ruído e vibração de altas frequências provenientes do escoamento na roda da turbina. Para este fim a injeção de pequena quantidade de ar comprimido é normalmente efetiva. Segundo Dörfler et al (2013), este recurso cria uma interface de elevada compressibilidade e reduzida velocidade de propagação da onda, mitigando localmente as flutuações de alta frequência emitidas pela roda. Para esta finalidade uma injeção volumétrica de 0,2% de ar pode ser suficiente.

Sobre o impacto da aeração na eficiência, Ferreti et al (2013) citam que a aeração causa tipicamente uma redução de 1% a 3%. Pejovic (2000) menciona que, embora a aeração possa aumentar a eficiência da turbina em certas faixas de operação, a admissão de ar quando não necessária reduz sua eficiência em até 4%. Dörfler et al (2013) comenta que as perdas devidas à aeração aumentam com a vazão relativa de ar. A seguir apresenta-se um gráfico relativo à redução de eficiência das turbinas da UHE Norris, as quais dispõem de diversas opções de aeração.

⁴ Na seção 2.3.3 é apresentada a origem destas relações.

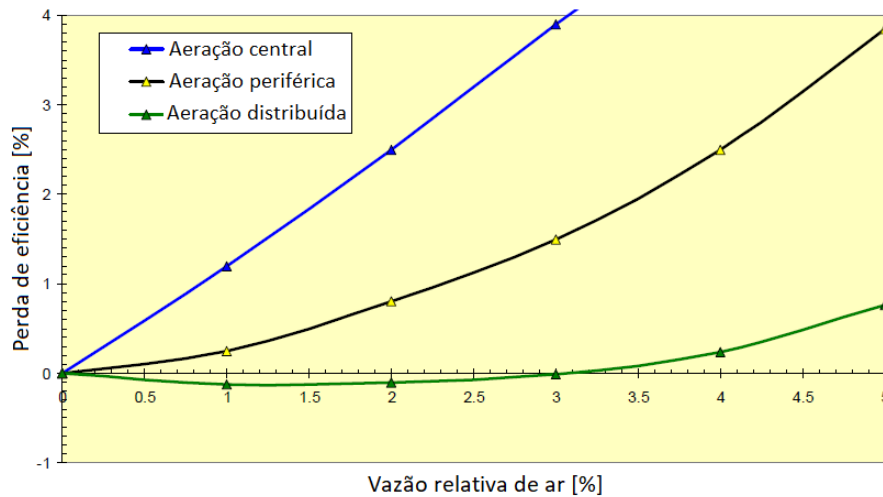


FIGURA 16 – PERDA DE EFICIÊNCIA COM AERAÇÃO – UHE NORRIS
FONTE: ADAPTADO DE EPRI (2009)

Quanto à localização na turbina, as alternativas mais usuais para os sistemas de aeração estão indicadas na Figura 15.

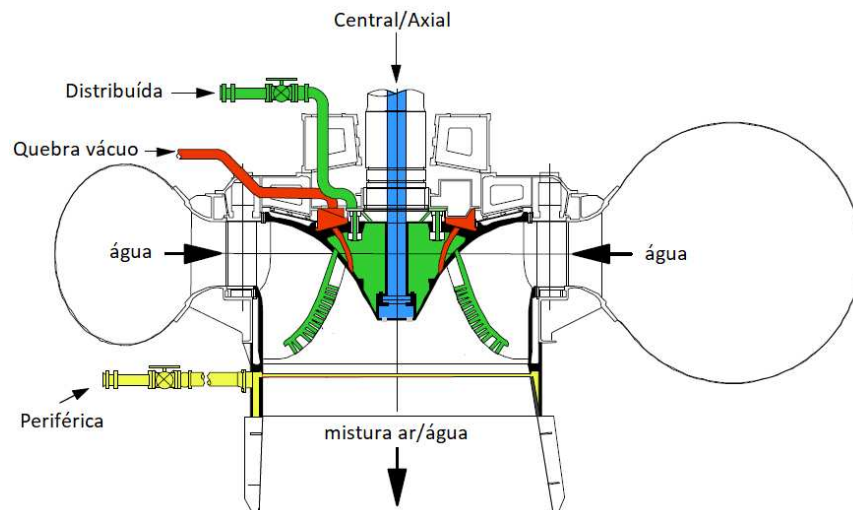


FIGURA 17 – LOCALIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE AERAÇÃO
FONTE: ADAPTADO DE EPRI (2009)

2.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL

O circuito hidráulico de usinas hidrelétricas se caracteriza por ter as dimensões longitudinais muito maiores que as dimensões transversais, conforme ilustração da Figura 1. Em função desta configuração típica, o escoamento do fluido de trabalho tem características predominantes na direção longitudinal e variação de temperatura desprezível, possibilitando uma modelagem matemática unidimensional

do escoamento representativa de seu comportamento dinâmico com base nas leis de conservação da massa e do momento.

De acordo com Fox e McDonald's (2011), a conservação de qualquer propriedade extensiva (\mathcal{N}) de um sistema material aplicada em um volume de controle inercial estacionário é dada generalizadamente pela seguinte expressão em forma integral, onde η corresponde ao valor específico ($\eta = \mathcal{N}/m$) da propriedade e v a velocidade normal à seção transversal da tubulação.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \eta \rho dV + \int_{SC} \eta \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}. \quad (1.25)$$

Para o caso em que a propriedade \mathcal{N} for o momento ($m\vec{v}$), seu valor específico ($m\vec{v}/m$) será a própria velocidade \vec{v} , resultando na segunda lei de Newton aplicada a um referencial inercial, cujo somatório das forças externas (de corpo e de superfície) no sistema deve ser equivalente ao produto da massa pela aceleração $d\vec{v}/dt$, como segue:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v} \rho dV + \int_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \sum \vec{F}. \quad (1.26)$$

Para o caso em que a propriedade \mathcal{N} for a massa (m), seu valor específico (m/m) será a unidade, resultando na lei da conservação da massa, cuja variação deve ser nula no sistema, com segue:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (1.27)$$

A utilização da forma integral das equações da conservação do momento e da continuidade nem sempre é vantajosa na solução de problemas de transientes, conforme comenta Wylie e Streeter (1978). Assim, a obtenção das equações governantes do escoamento unidimensional será feita na forma diferencial, na qual a equação do momento é a própria equação do movimento, aplicada sobre uma seção elementar do fluido com as seguintes considerações:

- Escoamento normal à seção transversal A da tubulação;
- Pressão p , velocidade v e densidade ρ são uniformes na seção transversal;
- A pressão e a velocidade variam com a posição longitudinal e o tempo.

2.3.1 Equação do movimento

As forças de corpo e de superfície sobre o diagrama de corpo livre de um elemento estacionário de tubo de comprimento dx cheio de água, com seção e inclinação transversal variável ao longo de x , submetido a uma pressão dada por uma linha piezométrica, são as da normal da pressão nas seções transversais das extremidades e as componentes da pressão e do cisalhamento na superfície periférica do elemento, mais a força de corpo, conforme ilustrado na Figura 18.

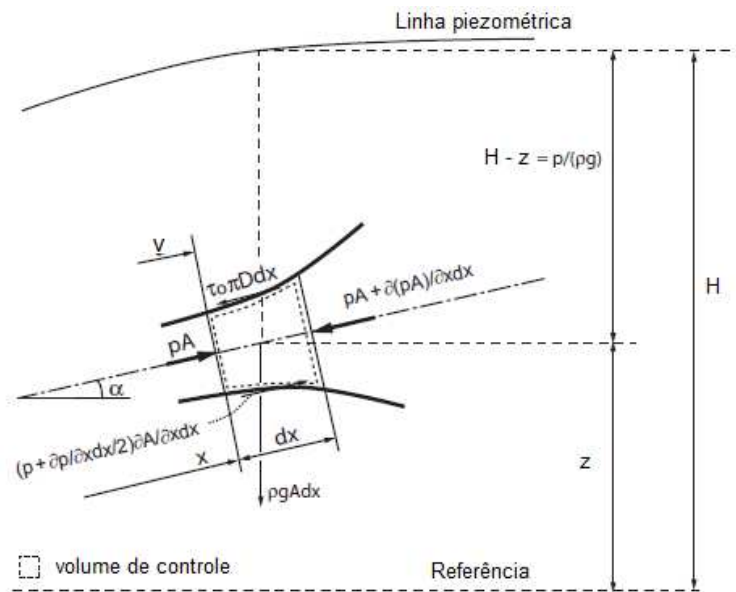


FIGURA 18 - DIAGRAMA DE CORPO LIVRE PARA A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO
FONTE: ADAPTADO DE WYLIE *et* STREETER (2007)

Aplicando a segunda lei de Newton para o movimento, o somatório de forças no diagrama de corpo livre do elemento de tubo resulta na equação seguinte:

$$pA - \left(pA + p \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx - \tau_o \pi D dx - \rho g A dx \sin \alpha = \rho A dx \left(\frac{Dv}{Dt} \right). \quad (1.28)$$

Na equação anterior, τ_o é a tensão de cisalhamento na periferia e é contrária ao movimento. Considerando como se a velocidade fosse estacionária, este termo dissipativo pode ser estimado pelo fator de atrito f de Darcy-Weisbach, o que é compatível com fluxos com oscilação de baixa frequência, conforme Wylie e Streeter (1978), como segue:

$$\tau_o = \frac{\rho f v |v|}{8}. \quad (1.29)$$

Com relação ao termo Dv/Dt , refere-se à derivada total da velocidade dada pela equação seguinte, na qual o termo dv/dx é denominado de parcela convectiva da velocidade:

$$\frac{Dv}{Dt} = v \frac{dv}{dx} + \frac{dv}{dt}. \quad (1.30)$$

Substituindo as equações (1.29) e (1.30) na equação (1.28) e desprezando os termos de segunda ordem dx^2 , resulta em:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + g \sin \alpha + \frac{fv|v|}{2D} = 0. \quad (1.31)$$

A equação (1.31) pode ser reescrita com base nos parâmetros H (altura piezométrica) e Q (vazão), definidos como segue, onde z é a elevação [m] da linha de centro da tubulação indicada na Figura 19:

$$p = \rho g(H - z), \quad (1.32)$$

$$v = \frac{Q}{A}. \quad (1.33)$$

Substituindo na equação (1.31) as expressões de p e v e considerando ρ como constante na derivada parcial $\partial p / \partial x = \rho g(\partial H / \partial x - \partial z / \partial x) = \rho g(\partial H / \partial x - \sin \alpha)$, a equação do momento para o escoamento transiente em um elemento de tubo torna-se válida apenas para fluidos líquidos, na variável H [mca] fica:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \left(v \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0. \quad (1.34)$$

Como no escoamento em condutos de turbinas hidráulicas as velocidades do escoamento são baixas relativamente à velocidade do som o termo de transporte convectivo $\partial Q / \partial x$ pode ser desprezado em comparação com o termo propagativo $\partial Q / \partial t$, resultando na seguinte expressão para o comportamento dinâmico de um líquido em um elemento dx de tubo, conforme observa Nicolet (2007).

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0. \quad (1.35)$$

2.3.2 Equação da continuidade

A lei de conservação da massa estabelece que a taxa de entrada de massa (vazão mássica) no volume de controle é igual ao aumento de massa no volume de controle. Desta forma, o balanço de massa sobre o volume de controle em um elemento estacionário ($\vec{u} = 0$) de tubo de comprimento dx cheio de água, com seção e inclinação transversal variável ao longo de x , submetido a um escoamento dado pela linha piezométrica hidráulica, conforme indicado na Figura 19, resulta na expressão seguinte:

$$\rho Av - \left[\rho Av - \frac{\partial(\rho Av)}{\partial x} dx \right] = \frac{D(\rho A dx)}{Dt}, \quad (1.36)$$

onde $D(\cdot)/Dt = u \partial(\cdot)/\partial x + \partial(\cdot)/\partial t$ é a derivada total em relação ao movimento da tubulação.

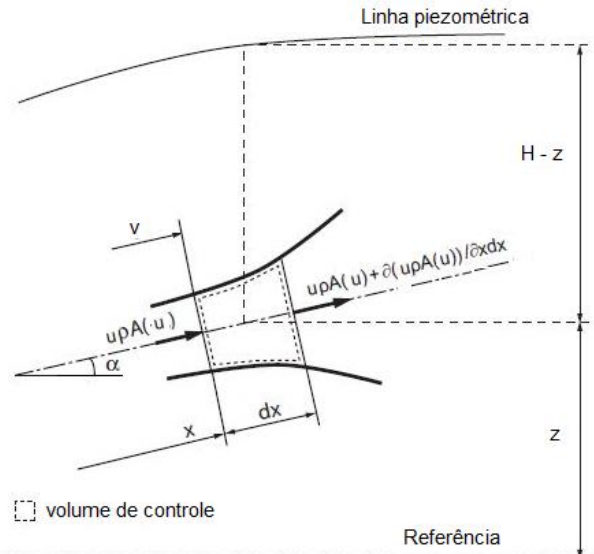


FIGURA 19– VOLUME DE CONTROLE PARA A EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Substituindo $D(\cdot)/Dt$ e rearranjando, a equação (1.36) fica:

$$\frac{\partial(\rho Av)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0, \quad (1.37)$$

Admitindo ρ , v e A dependentes de x e t , as derivadas parciais podem obtidas aplicando sucessivamente a regra da cadeia, resultando em:

$$\rho A \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial x} v + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} A = \rho A \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} Av + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} A = 0. \quad (1.38)$$

Rearranjando, a equação (1.38) fica:

$$\rho A \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \left(v \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) + A \left(v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0. \quad (1.39)$$

Como as expressões entre parêntesis representam respectivamente as derivadas totais de A e de ρ , substituindo estas e rearranjando, a equação da continuidade fica:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{A} \left(\frac{DA}{Dt} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{D\rho}{Dt} \right) = 0. \quad (1.40)$$

A equação anterior é dependente dos parâmetros ρ , v e A do sistema. No entanto, assumindo o fluido como de comportamento barotrópico ($\rho = \rho(p)$), é possível eliminar o parâmetro ρ . Neste tipo de fluido, a variação relativa do volume $\Delta V/V$ é equivalente à variação relativa da massa específica $\Delta \rho/\rho$. Desta forma, a derivada temporal da expressão do módulo de Bulk $E_f = p/(\Delta V/V) = p/(\Delta \rho/\rho)$ do fluido, fica:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{E_f} \frac{Dp}{Dt}. \quad (1.41)$$

O efeito DA/Dt da variação da pressão na seção transversal A , considerando o conduto elástico, pode ser estimado aplicando os conceitos da Mecânica do Contínuo. De acordo com Lai (2010) e Wylie e Streeter (1978), assumindo um estado plano de tensão mecânica $\bar{\sigma}$ na tubulação, sua relação com as deformações é dada pela relação seguinte, onde E é o Módulo de Elasticidade (ou Young), ε a deformação relativa e ν o coeficiente de Poisson.

$$\sigma = E\varepsilon = E(\varepsilon_{lateral} - \nu\varepsilon_{axial}) = \sigma_{lateral} - \nu\sigma_{axial}. \quad (1.42)$$

Como a mudança de área resulta da deformação total ε , sua variação relativa $\Delta A/A$ e respectiva taxa temporal para uma tubulação circular é dada por:

$$\Delta A = \Delta \varepsilon \frac{D}{2} \pi D \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta A}{A} = 2\Delta \varepsilon, \quad \text{logo,} \quad \frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} = 2 \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{2}{E} \frac{D\sigma}{Dt}. \quad (1.43)$$

Substituindo (1.41) e (1.43) em (1.40), a equação da continuidade para um tubo elástico fica:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2}{E} \left(\frac{D(\sigma_{lateral} - \sigma_{axial})}{Dt} \right) + \frac{1}{E_f} \left(\frac{Dp}{Dt} \right) = 0. \quad (1.44)$$

Considerando uma tubulação com junta de dilatação $\sigma_{axial} = 0$, a equação (1.42) reduz-se à lei de Hook para um estado simples de tensão. Para essa condição, se pode escrever as seguintes relações para um tubo de diâmetro interno $D = 2R$, espessura e , modulo de Young E_t sujeito a uma pressão interna p :

$$\sigma = E_t \varepsilon = E_t \frac{dR}{R} \rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \frac{E_t}{R} \frac{dR}{dt}, \quad (1.45)$$

$$A = \pi R^2 \rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{1}{2\pi R} \frac{dA}{dt}, \quad (1.46)$$

$$\sigma = \frac{pD}{2e} \rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt}. \quad (1.47)$$

Substituindo (1.46) e (1.47) em (1.45) resulta em:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE_t} \frac{dp}{dt} \quad (1.48)$$

Substituindo (1.41) e (1.48) em (1.40) resulta na equação da continuidade em função das variáveis p e v :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{D}{eE} \frac{Dp}{Dt} + \frac{1}{E_f} \frac{Dp}{Dt} = 0. \quad (1.49)$$

Rearranjando, a equação anterior fica:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{Dp}{Dt} = 0, \quad \text{onde} \quad \frac{1}{c^2} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{D}{eE_t} + \frac{1}{E_f} \right). \quad (1.50)$$

Substituindo na equação anterior a derivada total Dp/Dt obtida da equação (1.48), obtém-se a equação da continuidade para o escoamento unidimensional de um fluido em um elemento de tubo elástico de comprimento dx , onde o parâmetro c é conhecido como sendo a velocidade de propagação do som no referido elemento cheio do fluido, como segue:

$$\rho c^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (1.51)$$

De forma similar ao realizado para a equação do movimento, a equação (1.51) da continuidade pode ser reescrita com base nos parâmetros H (altura piezométrica) e Q (vazão). Desprezando o termo de transporte convectivo $v \partial p / \partial x$ em comparação ao termo propagativo, obtém-se a seguinte expressão simplificada para a equação da continuidade unidimensional para o escoamento unidimensional de um fluido em um elemento de tubo elástico de comprimento dx :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (1.52)$$

2.3.3 Sistema de equações governantes e analogia elétrica

As equações do movimento e da continuidade para o escoamento unidimensional descritas anteriormente formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas que governam o comportamento dinâmico do escoamento em um elemento de tubulação, cuja solução do mesmo para as condições de contorno específicas possibilita determinar o comportamento dinâmico do sistema hidráulico completo, inclusive seus autopares. De acordo com as considerações simplificadoras apresentadas anteriormente, o sistema de equações governantes para um sistema com atrito fluido f resulta no seguinte:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (1.53)$$

Caso o sistema hidráulico seja idealmente considerado sem atrito ($f = 0$), tal sistema de equações resulta, após manipulações, na equação de D'Alembert (ou da onda) referente à propagação de onda de pressão em um sistema hidráulico, como segue:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (1.54)$$

O sistema de equações (1.53) é análogo ao de propagação de ondas de tensão elétrica em condutores, sendo a vazão correspondente à corrente elétrica e a altura piezométrica (ou pressão) correspondente à tensão elétrica. Com base na analogia destes dois sistemas, os parâmetros do sistema hidráulico são qualificados por Wylie e Streeter (1978) com as tradicionais denominações de parâmetros R (Resistência), L (Indutância) e C (Capacitância) para um sistema elétrico, como indicado a seguir:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} + L' \frac{\partial Q}{\partial t} + R'(Q)Q = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{C'} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (1.55)$$

onde o sinal de apóstrofo indica que os valores dos parâmetros R , L e C nas equações estão por unidade de comprimento do elemento de tubo considerado, ou seja:

$$R' = \frac{f|Q|}{2gDA^2} [s/m^3], \quad L' = \frac{1}{gA} [s^2/m^3], \quad C' = \frac{gA}{c^2} [m^2]. \quad (1.56)$$

No sistema hidráulico o parâmetro R representa a perda de energia por efeitos dissipativos, L e C representam, respectivamente, os efeitos de inércia e armazenamento em volume. O parâmetro C é também denominado de compliância, pois o efeito de armazenamento se deve à compressibilidade do fluido e à elasticidade da tubulação. Devido à dependência da resistência R com a vazão $R(Q)$, o sistema de equações diferenciais parciais (1.55) é não linear.

O circuito do sistema hidráulico equivalente ao circuito elétrico RLC encontra-se indicado na Figura 20, onde os índices i e $i+1$ representam o valor das variáveis de estado (H , Q) nas extremidades opostas do elemento considerado. No caso elétrico, tal circuito pode, por exemplo, representar dois trechos de comprimento $dx/2$ de uma linha transmissão com diferença de potencial elétrico fase-terra respectivamente de U_i e U_{i+1} e capacitância C entre a linha e o referencial de terra.

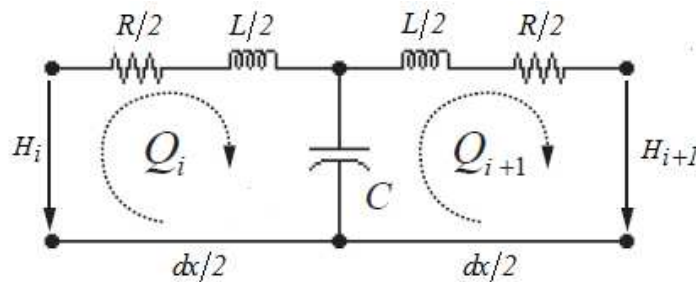


FIGURA 20– CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DO ELEMENTO DO SISTEMA HIDRÁULICO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Em função da analogia entre os circuitos hidráulico e elétrico, as equações governantes do circuito hidráulico podem ser obtidas por aplicação das leis de Kirchhoff e das leis relativas à queda de tensão elétrica (ou de pressão hidráulica) nos elementos do circuito, conforme indicado na tabela seguinte, onde I é a corrente e U a tensão elétrica.

TABELA 2.2– ANALOGIA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS E HIDRÁULICOS

Lei	Aplicação	Elétrica	Hidráulica
1ª lei de Kirchhoff	Lei dos nós	$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$\sum_{i=1}^n Q_i = 0$
2ª lei de Kirchhoff	Lei das malhas	$\sum_{i=1}^n U_i = 0$	$\sum_{i=1}^n H_i = 0$
Lei de Ohm	Queda de tensão no resistor	$\Delta U = RI$	$\Delta H = RQ$
Lei de Lenz	Queda de tensão no indutor	$\Delta U = L \frac{dI}{dt}$	$\Delta H = L \frac{dQ}{dt}$
	Queda de tensão no capacitor	$I = C \frac{dU}{dt}$	$Q = C \frac{dH}{dt}$

FONTE: ADAPTADO DE SADIKU E ALEXANDER (2006)

Como exemplo da utilização da analogia elétrica para a obtenção das equações governantes de um circuito hidráulico, consideremos um transiente hidráulico com redução da vazão Q , fato que induz uma aceleração dQ/dt negativa e consequente recuperação da pressão dH/dx positiva no elemento devido à redução das perdas RQ . Sob tal condição e considerando a simetria do elemento, aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff ao circuito da Figura 20, de forma que a variação de potencial no elemento $H_{i+1} - H_i$ seja igual ao somatório da queda de potencial nos indutores (lei de Lenz) e nos resistores (lei de Ohm), fica:

$$H_i + \frac{L}{2} \frac{dQ_i}{dt} + \frac{R}{2} Q_i + \frac{L}{2} \frac{dQ_{i+1}}{dt} + \frac{R}{2} Q_{i+1} = H_{i+1}. \quad (1.57)$$

Rearranjando, obtém-se:

$$H_i - H_{i+1} + L \frac{d}{dt} \left(\frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} \right) + R \left(\frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} \right) = 0. \quad (1.58)$$

Substituindo pela vazão \bar{Q} média no elemento, resulta:

$$H_i - H_{i+1} + L' dx \frac{d\bar{Q}}{dt} + R' dx \bar{Q} = 0. \quad (1.59)$$

Dividindo por dx , fica:

$$\left(\frac{H_i - H_{i+1}}{dx} \right) + L' \frac{d\bar{Q}}{dt} + R' \bar{Q} = 0. \quad (1.60)$$

Substituindo a variação de H no elemento pela derivada e tomando $Q = \bar{Q}$, obtém-se a mesma equação do movimento do sistema da equação (1.55), ou seja,

$$\frac{dH}{dx} + L' \frac{dQ}{dt} + R' Q = 0. \quad (1.61)$$

Para a obtenção da equação da continuidade, aplicando a lei de Lenz tem-se que a corrente no capacitor (ou vazão) é dada por:

$$Q_c = C \frac{dH}{dt}. \quad (1.62)$$

De acordo com a 1ª Lei de Kirchhoff, aplicada a um dos nós do ramal intermediário da Figura 20, tem-se que a corrente no capacitor (ou vazão Q_c) deve ser:

$$Q_c = Q_{i+1} - Q_i. \quad (1.63)$$

Substituindo (1.63) em (1.62) e fazendo $C = C' dx$, obtém-se:

$$Q_{i+1} - Q_i = C' dx \frac{dH}{dt}. \quad (1.64)$$

Substituindo a variação de Q no elemento de tubo por sua derivada, que para o caso considerado é negativa, e rearranjando, obtém-se pela analogia elétrica a equação da continuidade indicada no sistema de (1.55), ou seja:

$$\left(\frac{Q_{i+1} - Q_i}{dx} \right) = C' \frac{dH}{dt} \rightarrow \frac{dH}{dt} + \frac{1}{C'} \frac{dQ}{dx} = 0. \quad (1.65)$$

Em notação matricial, a forma analítica do sistema de equações governantes formado pelas expressões (1.61) e (1.65), fica:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial Q}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L'} \\ \frac{1}{C'} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial Q}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R' Q \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.66)$$

Adotando um esquema central de posicionamento das variáveis (Q , H) e adicionalmente para a vazão o esquema de Lax, as derivadas parciais e a vazão média no elemento de tubo elástico da Figura 20, ficam:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i+1/2} = \frac{H_{i+1} - H_i}{dx} \quad ; \quad \left. \frac{\partial Q}{\partial x} \right|_{i+1/2} = \frac{Q_{i+1} - Q_i}{dx} \quad ; \quad Q_{i+1/2} = \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2}. \quad (1.67)$$

Substituindo as expressões acima na equação (1.55), fazendo $R' dx = R$, $L' dx = L$ e $C' dx = C$ e rearranjando termos, obtém-se a seguinte expressão matricial para a forma discretizada desta equação:

$$\begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} H_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & R/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_i \\ -H_{i+1} \end{pmatrix}. \quad (1.68)$$

Tomando $\vec{x} = (H_{i+1/2}, Q_i, Q_{i+1})$ como o vetor das variáveis de estado do sistema discretizado de n elementos e respectivas matrizes quadradas A , B e C de ordem $2n+1$ correspondentes na equação anterior, a forma matricial compacta das equações que descrevem o comportamento do escoamento unidimensional em um elemento de tubo elástico fica:

$$[A] \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} + [B] \cdot \vec{x} = \vec{C}. \quad (1.69)$$

É importante ressaltar que o circuito da Figura 20 refere-se ao escoamento do fluido em um elemento elástico típico de tubulação do sistema hidráulico. Contudo, devido às diversas singularidades existentes no sistema real de uma turbina hidráulica, como a roda da turbina, distribuidor, tubo de alívio, ou visando à inclusão dos efeitos da viscoelasticidade do fluido, da tubulação e dos efeitos dos vórtices de núcleo no tubo de sucção, outros circuitos representativos para estes elementos têm que ser considerados na modelagem completa do sistema. Para estes outros elementos, a obtenção das equações que descrevem o comportamento dinâmico do fluido é apresentada no Capítulo 4, utilizando a analogia com os circuitos elétricos apresentada nesta seção e em conformidade com a discretização espacial adotada nesta pesquisa.

2.4 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL

Embora para alguns tipos de análises o escoamento do fluido de trabalho no circuito hidráulico de usinas hidrelétricas possa ser modelado como unidimensional, como considerado na seção anterior, ele é de fato um escoamento tridimensional e certos fenômenos, como por exemplo os vórtices no tubo de sucção causados pela rotação do fluido na saída da turbina quando operando fora do ponto ótimo, só poderão ser obtidos considerando o campo tridimensional da velocidade, o qual depende das forças de pressão, de corpo e viscosas do fluido. No entanto, desprezando a variação térmica no fluido, o escoamento tridimensional pode ser

representado matematicamente por equações obtidas das leis de conservação da massa e do momento.

Conforme apresentado e descrito na seção 2.3, a conservação de qualquer propriedade extensiva (\mathcal{N}) de um sistema material aplicada em um volume de controle inercial estacionário é dada generalizadamente pela expressão em forma integral, conforme equação (1.25), onde η corresponde ao valor específico ($\eta = \mathcal{N}/m$) da propriedade e \vec{v} a velocidade do escoamento. Ressalvando que para o escoamento tridimensional a velocidade é dada por três componentes vetoriais, tal que, $\vec{v} = \vec{v}(\vec{x}, t) = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$, onde $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \vec{x}_3$.

No escoamento tridimensional, de forma similar ao modelo unidimensional, para o caso da propriedade \mathcal{N} ser o momento ($m\vec{v}$), seu valor específico ($m\vec{v}/m$) é a própria velocidade \vec{v} , resultando na Lei de Conservação do Momento, equivalente à segunda lei de Newton aplicada a um referencial inercial, cujo somatório das forças externas (de corpo e de superfície) no sistema deve ser equivalente ao produto da massa pela aceleração $d\vec{v}/dt$, conforme equação seguinte. Contudo, no escoamento tridimensional, inclui-se dentre as forças de superfície aquelas de natureza viscosa entre as partículas do fluido.

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v} \rho dV + \int_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \sum F. \quad (1.70)$$

Para o caso em que a propriedade \mathcal{N} for a massa (m), seu valor específico (m/m) será a unidade, resultando na lei da conservação da massa, cuja variação deve ser nula no sistema, com segue:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (1.71)$$

A utilização da forma integral das equações da conservação do momento e da continuidade nem sempre é vantajosa na solução de problemas de escoamento transientes, conforme já mencionado na seção 2.3. Para Kundu (2012) ‘as formas integrais são tipicamente úteis quando a extensão espacial de fluxo potencialmente complicadas são pequenas o suficiente para ser negligenciada’. Não obstante, embora nesta pesquisa a modelagem do escoamento seja feita na forma diferencial, as equações da conservação do momento e da massa para o escoamento tridimensional serão caracterizadas inicialmente com base na forma integral destes

princípios, para sequente obtenção da forma diferencial das equações governantes do movimento aplicada a um volume elementar do fluido em escoamento. A partir destas equações diferenciais, introduzindo a equação constitutiva do fluido, serão obtidas as equações de Navier-Stokes, que associadas à da continuidade descrevem o escoamento tridimensional viscoso.

O desenvolvimento das equações do movimento, da continuidade e de Navier-Stokes para o escoamento tridimensional de um fluido viscoso apresentado nas seções seguintes está fundamentado em Kundu (2012).

2.4.1 Equação da continuidade

O princípio da conservação da massa aplicado a um volume de controle de um sistema material expresso na equação (1.71) resulta que a taxa de variação da massa no volume de controle deve ser nula, ou seja $dm/dt = 0$. Expressando a massa por sua integral no volume de controle ($\int \rho dV$), onde $\rho = \rho(\vec{x}, t)$, e $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \vec{x}_3$, o princípio da conservação da massa, fica:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dV = 0. \quad (1.72)$$

Aplicando o teorema de transporte de Reynolds sobre a derivada temporal, a equação anterior resulta na equação (1.73), onde $\vec{v} = v(\vec{x}, t)$, $d\vec{A} = \vec{n}dA$ e $\vec{n} = \vec{n}_1 + \vec{n}_2 + \vec{n}_3$ é um vetor unitário normal ao elemento de área dA da superfície do volume de controle:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = 0. \quad (1.73)$$

Aplicando o teorema de Gauss (ou da Divergência) sobre o segundo termo da equação anterior se pode convertê-lo em uma integral sobre o volume, resultando em:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{VC} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV = 0. \quad (1.74)$$

Como ambas as integrais da equação (1.74) são agora sobre o volume de controle VC, essa equação pode ser reescrita como:

$$\int_{VC} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right] dV = 0. \quad (1.75)$$

Como a integral (1.75) deve ser nula em qualquer volume de controle material, o integrando deve ser nulo em qualquer ponto do espaço do volume de controle do sistema considerado, resultando na seguinte expressão em notação vetorial:

$$\frac{\partial \rho(\vec{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho(\vec{x}, t) \vec{v}(\vec{x}, t)) = 0. \quad (1.76)$$

Em notação indicial, a equação da continuidade para um volume de controle tridimensional inercial, fica:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0. \quad (1.77)$$

2.4.2 Equação do movimento

Baseando-se em Kundu (2012), a equação do momento (1.70) pode ser reescrita na forma da equação (1.78), considerando $d\vec{A} = \vec{n}dA$, onde $\vec{n} = \vec{n}_1 + \vec{n}_2 + \vec{n}_3$ é um vetor unitário normal ao elemento de área dA da superfície do volume de controle, e substituindo na equação (1.70) os componentes dos termos indicados a seguir:

- Primeiro termo: $m = \int \rho dV$
- Segundo termo: $(\partial \vec{v} / \partial t)_{VC} = [\text{Força de corpo} / \text{unidade de massa}] = \vec{b} = \vec{g}$
- Terceiro termo $(\vec{v} \rho \vec{v})_{SC} = [\text{Força de superfície} / \text{Área}] = \vec{f}$

Procedendo conforme indicado acima, a equação do momento fica:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho \vec{v} dV = \int_{VC} \rho \vec{b} dV + \int_{SC} \vec{f} dA. \quad (1.78)$$

Aplicando o teorema de transporte de Reynold sobre a derivada temporal do primeiro termo, a equação anterior fica:

$$\int_{VC} \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v} dV + \int_{SC} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \int_{VC} \rho \vec{b} dV + \int_{SC} \vec{f} dA. \quad (1.79)$$

Aplicando o teorema de Gauss (ou Divergência), se pode converter as integrais de superfície em integrais sobre o volume de controle, ou seja:

$$\int_{VC} \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v} dV + \int_{VC} \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) dV = \int_{VC} \rho \vec{b} dV + \int_{VC} \nabla \cdot \vec{f} dV. \quad (1.80)$$

Como todas as integrais são agora sobre o volume de controle VC, a equação anterior pode ser escrita como:

$$\int_{VC} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \rho \vec{b} - \nabla \vec{f} \right] dV = 0. \quad (1.81)$$

Como a integral da equação (1.81) deve ser nula em qualquer volume de controle material, o integrando deve ser nulo em qualquer ponto do espaço do volume de controle, resultando em:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\nabla \vec{v}) \vec{v} \right] = \rho \vec{b} + \nabla \vec{f}. \quad (1.82)$$

Como o termo da esquerda é a derivada material da aceleração $\vec{a} = D\vec{v}/Dt$ da partícula no campo de velocidade, a equação do movimento para o escoamento tridimensional, por unidade de volume, resulta na equação seguinte, conhecida como equação de Cauchy, que escrita na forma invariante (ou vetorial) fica:

$$\nabla \vec{f} + \rho \vec{b} = \rho \vec{a}. \quad (1.83)$$

De forma a compatibilizar com notação mais usual, o termo de tensão \vec{f} será substituído doravante por $\vec{\tau}$, sendo este um tensor cartesiano de terceira ordem representativo das tensões de superfície, conforme ilustrado em Fox e McDonald's (2011, p220). Substituindo \vec{f} por $\vec{\tau}$ e \vec{a} por $D\vec{v}/Dt$, a equação do movimento (ou momento) fica:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \vec{b} + \nabla \vec{\tau}. \quad (1.84)$$

2.4.3 Equações de Navier-Stokes

A equação do momento de Navier-Stokes é obtida introduzindo na equação de Cauchy a relação constitutiva do fluido. Segundo Kundu (2012) e Lai (2010), para um fluido Newtoniano ($\tau_x = \mu dv/dy$) a relação constitutiva que relaciona o tensor de tensão (τ_{ij}) com as taxas de deformação do fluido é dada pela expressão seguinte, dada em notação indicial:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \left(D_{ij} - \frac{1}{3} D_{ii} \delta_{ij} \right) + \mu_v D_{ii} \delta_{ij}, \quad (1.85)$$

onde μ_v é o coeficiente *bulk* de viscosidade, dado por $\mu_v = \lambda + 2\mu/3$, sendo μ o primeiro coeficiente de viscosidade e λ o segundo coeficiente de viscosidade, equivalentes às constantes de Lamè para sólidos elásticos lineares, e D_{ij} as componentes do tensor taxa de deformação por unidade de volume dado por:

$$D_{ij} = \nabla \vec{v} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.86)$$

Substituindo a equação constitutiva (1.85) na equação de Cauchy (1.84) obtém-se a equação do momento de Navier-Stokes para fluidos Newtonianos compressíveis, como segue:

$$\rho \left(\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right]. \quad (1.87)$$

Para variações térmicas desprezíveis no escoamento, as viscosidades μ e μ_v podem ser excluídas da derivada espacial do termo entre colchetes, resultando na expressão típica para fluidos Newtonianos compressíveis:

$$\rho \frac{Dv_j}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i^2} + \left(\mu_v + \frac{1}{3} \mu \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_i}. \quad (1.88)$$

Considerando a denominada assunção de Stokes de $\mu_v = 0$, a qual, segundo Lai (2010), é válida para gases monoatômicos, a equação do movimento para fluidos Newtonianos compressíveis reduz-se para:

$$\rho \frac{Dv_j}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \mu \left(\frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right). \quad (1.89)$$

Para o caso de fluidos Newtonianos incompressíveis, o último termo se anula, pois $\nabla \cdot \vec{v} = \partial v_i / \partial x_i = 0$, resultando na seguinte expressão:

$$\rho \frac{Dv_j}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i^2}. \quad (1.90)$$

Em notação vetorial invariante, a equação de Navier-Stokes para fluidos Newtonianos incompressíveis, fica:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{b}. \quad (1.91)$$

Expandindo a derivada total do primeiro membro da equação anterior, os termos, por unidade de volume, da equação Navier-Stokes são classificados de

acordo sua forma de participação no escoamento, segundo Fox e McDonald's (2011), respectivamente em termo de variação, convecção, difusão, fonte interna e fonte externa.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} - \mu \nabla^2 \vec{v} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{b}. \quad (1.92)$$

Para o caso em que os efeitos viscosos são desprezados, a equação do movimento (2.92) se reduz à equação de Euler:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{b} \quad (1.93)$$

2.4.4 Sistema de equações tridimensionais a resolver – Sistema monofásico

O escoamento tridimensional de um fluido viscoso é governado simultaneamente pelas equações do momento de Navier-Stokes e da continuidade, conforme caracterizado na seção 2.4. Essas equações formam um conjunto de equações diferenciais não lineares acopladas, cuja solução permite obter os campos tridimensionais da velocidade e da pressão no escoamento, em função do espaço e do tempo. De acordo as equações (1.77) e (1.90), a representação indicial do sistema para o escoamento de um fluido Newtoniano incompressível, fica:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_i}(v_i) = 0 \\ \rho \frac{v_j}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i^2}. \end{cases} \quad (1.94)$$

O desdobramento do sistema de equações (1.94) em suas componentes cartesianas permite uma melhor visualização dos termos envolvidos. Para o caso de fluidos monofásicos incompressíveis, as componentes das equações do movimento para o escoamento tridimensional de um fluido viscoso newtoniano, ficam:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right) = \rho b_1 - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) = \rho b_2 - \frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) = \rho b_3 - \frac{\partial p}{\partial x_3} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} \right) \end{array} \right. \quad (1.95)$$

Embora existam soluções exatas (ou analíticas) para algumas condições de escoamentos turbulentos, é senso comum que não se conhece uma solução analítica generalizada de (1.95). Para fluidos incompressíveis, uma solução exata foi obtida, por exemplo, por Cannone, Planchon e Schonbeck (2000)⁵ para domínios em semi-espaços. Concorrendo ao Prêmio do Milênio do Clay Mathematics Institute, Otelbaev (2013)⁶ apresentou a demonstração da existência e da unicidade da solução do sistema de equações de Navier-Stokes para escoamento tridimensional de fluidos incompressíveis com condições de contorno periódicas.

2.4.5 Sistema de equações tridimensionais a resolver – Sistema bifásico

A ocorrência de cavitação no escoamento na turbina requer um tratamento com fluxo de duas fases para melhor representar este fenômeno no escoamento. Considerando um modelo homogêneo de mistura, em que ambas as fases compartilham os mesmos campos de pressão e velocidade, basta resolver uma equação para cada campo, em vez de resolvê-la para cada fase do campo. Desta forma, prevalecem as suposições de igualdade de pressões ($p_l = p_c$) e de velocidades ($v_l = v_c$) das fases da mistura, formada por vapor de água da cavitação (c) e pelo líquido (l). No entanto, além da equação de continuidade e do momento, é necessária uma equação de transporte adicional acoplada à elas, formando assim um conjunto de nove equações governantes do escoamento tridimensional no elemento de volume

⁵ Communications In Partial Differential Equations, Vol. 15, Ed. 5/6, 2000.

⁶ Mathematical Journal, Vol. 13, Ed.4, 2013.

de controle, mais a restrição que a pressão em todas as fases é igual à pressão média da mistura.

A equação de transporte adicional pode ser obtida da lei de conservação do volume, que expressa que a soma das frações parciais dos volumes das fases deve ser igual à unidade. De acordo com esta lei, para uma mistura de um fluido viscoso compressível, formada por líquido e uma fração de volume de vapor β , a densidade ρ_m da mistura é dada pela equação (1.96), onde os índices c e l se referem respectivamente à fase vapor de água (cavitação) e à fase líquida, conforme citado em Alligné (2011).

$$\rho_m = \rho_c + (1 - \beta) \rho_l. \quad (1.96)$$

Substituindo esta condição de conservação na equação da continuidade (1.77), a equação de transporte adicional requerida pode ser obtida, formando um conjunto de equações acopladas à conservação de massa e momentum da mistura compressível de duas fases do sistema (1.97), onde os índices m foram omitidos para as variáveis ρ, v, p da mistura e o volume de cavitação β é uma variável adicional do sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \\ \frac{\partial \rho v_j}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho v_j}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho b_j + \mu \left(\frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \\ \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta v_i) = \frac{1}{\rho_c} S_{cl} . \end{cases} \quad (1.97)$$

O termo fonte $S_{cl} [m^3/s]$ da fase vapor considera os processos de vaporização e condensação existentes na cavitação. Desta forma, $S_{cl} = S_{cl}^{vap} + S_{cl}^{cond}$ e seus termos podem ser estimados pelo modelo de Rayleigh-Plesset, que relaciona o volume das bolhas de vapor com a pressão e essa com os locais de sua nucleação.

2.4.6 Equações mediadas de Navier-Stokes - RANS

As equações de Navier-Stokes têm plena capacidade para descrever o comportamento de escoamentos turbulentos sem a necessidade de termos adicionais. No entanto, como citado em Fox e McDonald's (2011), sua solução analítica para

casos gerais ainda está aberta e, para atender à necessidade de conhecer o comportamento dos fluidos em suas inúmeras aplicações, vários métodos numéricos foram desenvolvidos.

De acordo com Maliska (2004), um dos métodos mais bem-sucedidos é o Método dos Volumes Finitos, que discretiza as equações diferenciais por um balanço de conservação de cada propriedade, por exemplo, o fluxo de massa para cada elemento de volume.

Contudo, os fluxos turbulentos de realistas números de Reynolds apresentam uma ampla gama de escalas espaciais e temporais de turbulência, que geralmente envolvem escalas espaciais muito menores que o menor dos volumes finitos de uma malha que ainda seja viável de se utilizar. Para permitir que os efeitos da turbulência sejam analisados, uma grande quantidade de pesquisas em CFD se concentrou no desenvolvimento de modelos de turbulência, conforme referenciado em Ansys (2013.b).

Os métodos numéricos que modelam a turbulência são agrupados nas três categorias a seguir:

- a) Equações Médias de Reynolds (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes) é um método que soluciona o escoamento médio e modela os efeitos que todas as escalas de turbulência têm sobre o escoamento médio (Ansys, 2013a).
- b) Simulação de Grandes Escalas (LES – Large Eddy Simulation) é uma metodologia Intermediária que resolve as grandes escalas de turbulência, as quais transportam a maior parte da energia e modela as escalas menores (Spode, 2006).
- c) Simulação Numérica Direta (DNS – Direct Numerical Simulation) é capaz de resolver o escoamento médio e todas as flutuações de velocidade devido à turbulência. Esse método é extremamente custoso em termos de recursos computacionais, por isso não é utilizado pela indústria para resolver escoamentos (Versteeg; Malalasekera, 2002).

Na simulação DNS as equações são discretizadas e resolvidas numericamente sem o uso de qualquer modelagem, requerendo, portanto, uma malha espacial refinada para a solução das menores escalas de turbulência de Kolmogorov envolvidas, mencionadas em Wilcox (2000). É senso comum no meio científico que a solução numérica direta (DNS) das equações de Navier-Stokes só é viável

computacionalmente para sistemas mais simplificados ou com baixo número de Reynolds, portanto, com esforço computacional ainda atualmente incompatível para solução numérica do escoamento no sistema hidráulico de uma turbina Francis, seja este modelado como escoamento bifásico compressível ou mesmo monofásico incompressível.

Dentre esses métodos, a modelagem RANS é adotada preferencialmente para casos de engenharia, pois reduz consideravelmente o esforço computacional requerido, conforme menciona Davidson (2011). No entanto, devido à modelagem requerida de termos da equação original, tal procedimento representa uma filtragem na resposta dinâmica do sistema, conforme demonstrado originalmente por Smagorinsky (1963) e referendado em Wilcox (2000), limitando sua aplicação para a avaliação do comportamento dinâmico do escoamento. Nesse método, as variáveis em um escoamento turbulento, como por exemplo, a velocidade $v_i(x, t)$, são decompostas em um termo médio $\bar{v}_i(x)$ e outro flutuante $v'_i(x, t)$, como mostrado na equação (1.98).

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i. \quad (1.98)$$

Exclusivamente para escoamento compressível, o termo médio da velocidade e demais variáveis, exceto a densidade e a pressão, deve ser ponderado adicionalmente pela massa, similarmente ao indicado na expressão seguinte referente ao termo médio da velocidade:

$$\bar{V}_i = \overline{\rho V_i} / \bar{\rho}. \quad (1.99)$$

A substituição dos valores médios nas equações governantes originais resulta nas equações médias de Reynolds - RANS, nas quais a barra sobre as variáveis indica que estas devem ser consideradas por seu valor médio correspondente. Desta forma, para o escoamento monofásico incompressível, obtêm-se as equações médias da continuidade (1.100) e do momento (1.101), conhecidas como Equações Médias de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.100)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \rho \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho v'_i v'_j} \right) + \rho b_i. \quad (1.101)$$

Para o caso do escoamento bifásico compressível, as equações médias de Reynolds, dadas pelas três expressões seguintes, ficam:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \bar{V}_i) = 0, \quad (1.102)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{V}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{V}_i \bar{V}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{\rho} b_i + \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{V}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial \bar{\rho} \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_j}, \quad (1.103)$$

$$\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\beta} \bar{V}_i) = \frac{1}{\rho_c} \bar{S}_{cl}. \quad (1.104)$$

Como se pode observar nas expressões referentes à conservação do momento, seja para o escoamento monofásico, equação (1.101), ou bifásico, equação (1.103), surge um termo adicional, o Tensor de Reynolds, $-\rho \overline{v'_i v'_j}$ ou $-\bar{\rho} \overline{v'_i v'_j}$. Este termo representa correlações entre flutuações de velocidade e é uma incógnita a mais no sistema. Para fechar o sistema de equações é necessário um modelo para o Tensor de Reynolds, conforme menciona Davidson (2011).

2.4.7 Modelagem da turbulência

De acordo com Launder & Sandham, a hipótese da viscosidade turbulenta, proposta por Boussinesq em 1877, baseia-se numa analogia entre as tensões turbulentas e as tensões viscosas moleculares do regime laminar e estabelece que o Tensor de Reynolds seja proporcional ao gradiente de velocidade média, de forma matematicamente análoga aos tensores de tensão e de deformação em um fluido Newtoniano. Dessa forma ele é dado pela expressão seguinte, disponível em Ansys (2013.a), onde o termo $2/3 \rho k \delta_{ij}$ foi introduzido para representar a pressão dinâmica referente aos turbilhões:

$$-\bar{\rho} \overline{v'_i v'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\bar{\rho} k + \frac{\mu_t \partial \bar{V}_k}{\partial x_k} \right). \quad (1.105)$$

sendo μ_t a viscosidade turbulenta e k a energia cinética turbulenta por unidade de massa. Analogamente à hipótese de viscosidade turbulenta é a hipótese de difusividade turbulenta entre fases, que assume os fluxos de Reynolds de escalares ϕ

como linearmente relacionados com o gradiente escalar médio, conforme indicado em Alligné (2011) e Laundner & Sandham (2002):

$$-\overline{\rho V_i' \phi} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i} . \quad (1.106)$$

Ao se aplicar a expressão do tensor de Reynolds na equação do momento para escoamento incompressível a equação média de Reynolds fica:

$$\rho \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial t} + \rho \overline{V}_j \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right) + \rho b_i . \quad (1.107)$$

Para o caso do escoamento compressível, ao se aplicar a expressão do tensor de Reynolds a equação média de Reynolds correspondente fica:

$$\frac{\partial \overline{\rho V}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho V}_i \overline{V}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu_{ef} \frac{\partial^2 \overline{V}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial^2}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{V}_k}{\partial x_k} + \rho b_i . \quad (1.108)$$

onde, nas duas expressões anteriores μ_{ef} é a viscosidade efetiva, composta pelas viscosidades molecular (μ) e turbulenta (μ_t), e P a pressão modificada, tal que:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t , \quad (1.109)$$

$$P = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{ef} \frac{\partial \overline{V}_k}{\partial x_k} . \quad (1.110)$$

A viscosidade turbulenta é uma função do escoamento, enquanto a viscosidade molecular é uma propriedade do fluido. Embora a hipótese de Boussinesq simplifique o problema de fechamento, a energia cinética k e sua dissipação associada à viscosidade turbulenta constituem duas incógnitas do sistema de equações. Para fechar este problema, estas incógnitas são resolvidas por modelos que utilizam equações de transporte separadas do sistema de equações.

Em 1925, Prandtl desenvolveu o primeiro modelo de viscosidade turbulenta, associando-a a velocidade e ao comprimento da escala de turbulência. Atualmente, os principais tipos de modelos utilizados são classificados como modelos algébricos (sem equação diferencial) e os com uma e com duas equações diferenciais.

Os modelos de uma equação normalmente resolvem uma equação diferencial parcial representativa do transporte de uma escala de turbulência, enquanto que uma segunda escala é determinada por relações algébricas. Em modelos de duas equações, a segunda escala também é determinada por meio de uma equação diferencial parcial.

Os modelos de turbulência continuam em evolução e ainda são objetos de pesquisas. Eles utilizam também constantes empíricas e realizam nas simulações numéricas uma representação aproximada do escoamento. De acordo com Ansys (2013.a), os modelos de viscosidade turbulenta se distinguem pela maneira em que eles prescrevem a viscosidade e a difusividade turbulenta. Nesta pesquisa, serão descritos conceitualmente os modelos k- ε e k- ω e analiticamente o modelo SST.

O modelo k- ε é o mais usado na indústria e, segundo Wilcox (2000), o mais popular modelo de duas equações. Seu desenvolvimento se iniciou em 1945 por P. Y. Chou e foi consolidado por Jones e Sharma em 1974. É conhecido como um modelo estável e numericamente robusto para várias aplicações na engenharia, porém, de acordo com Ansys (2013.c), pode ser inadequado para escoamentos turbulentos envolvendo descolamentos da camada limite, fluxos rotacionais, superfícies curvas e mudanças bruscas na taxa de deformação. É um modelo de duas equações de transporte, sendo uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para taxa de dissipação turbulenta (ε) que permitem a determinação da viscosidade turbulenta pela expressão seguinte, onde C_μ é uma constante:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} . \quad (1.111)$$

O modelo k- ω se adequa ao escoamento com baixo número de Reynolds próximo à parede, não envolve funções de dissipação não lineares e é normalmente preciso e robusto, segundo Ansys (2013.a). É considerado como o primeiro modelo de turbulência de duas equações e foi proposto por Kolmogorov em 1942, conforme citado em Wilcox (2000). Este mesmo cita que o modelo original foi revisado pelo próprio Kolmogorov, por Wilcox em 1988, Speziale *et al* em 1990 e Peng *et al* em 1997, reescrevendo equações para ω e ω^2 . É considerado um modelo mais realista que o k- ε quanto a escoamentos com separação, obtendo melhores resultados próximo de paredes. Em escoamentos livres a sensibilidade da equação de ω prejudica sua aplicação. É um modelo de duas equações de transporte, sendo uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a frequência turbulenta (ω) que permitem a determinação da viscosidade turbulenta pela expressão seguinte:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} . \quad (1.112)$$

O modelo SST (Shear Stress Transport) foi originalmente proposto por Florian R. Menter em 1992 para simulações de escoamentos aerodinâmicos com gradiente

adverso de pressão e separação da camada limite, privilegiando as vantagens dos modelos k- ϵ e k- ω . De acordo com Menter (1992), em escoamentos livres os resultados com o modelo k- ϵ são pouco influenciados pelas condições de contorno, porém próximo à parede seu desempenho não é satisfatório para camadas limites com gradientes de pressão adversos. Para solucionar essa deficiência, um modelo híbrido foi sugerido de modo a ter-se o modelo k- ω em regiões próximas a parede e o modelo k- ϵ em regiões completamente turbulentas longe da parede. A formulação completa do modelo SST, dada a seguir, é extraída de Menter (2003). Este modelo é recomendado para simulações que requerem precisão na camada limite, apresentando bons resultados no cálculo de forças e torques e na predição de recirculações. Contudo, este modelo pode apresentar, em alguns casos, dificuldade de convergência na simulação do escoamento. É um modelo de duas equações de transporte, sendo uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a frequência turbulenta (ω), que permitem a determinação da viscosidade turbulenta pela expressão seguinte:

$$\mu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (1.113)$$

A formulação completa do modelo SST, extraída de Menter (2003), é apresentada a seguir, sendo as equações de transporte para a energia cinética turbulenta (k) e a frequência turbulenta (ω) dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho V_i k) = \tilde{P}_k - \beta' \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (1.114)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_i \omega)}{\partial x_i} = \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}. \quad (1.115)$$

A função de mesclagem F_1 é definida por:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right]^4 \right\}, \quad (1.116)$$

onde y é a distância até a parede mais próxima e o parâmetro $CD_{k\omega}$ dado por:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right). \quad (1.117)$$

O valor de F_1 é igual a zero quando distante da parede, definindo assim o uso do modelo k- ϵ e torna-se unitário quando dentro da camada limite, indicando o uso do modelo k- ω . Na expressão da viscosidade turbulenta, equação (1.113), S é a medida

invariante da taxa de deformação e F_2 é uma segunda função de mesclagem definida por:

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\}. \quad (1.118)$$

Um limitador de produção de energia turbulenta é usado no modelo SST para prevenir o acúmulo de turbulência em regiões estagnadas:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow \tilde{P}_k = \Phi = \Phi_1 F + \Phi_2 (1 - F) \min(P_k, 10 \cdot \beta' \rho k \omega). \quad (1.119)$$

Todas as constantes são calculadas a partir de uma combinação das constantes correspondentes às dos modelos k- ϵ e k- ω pela expressão geral,

$$\Phi = \Phi_1 F + \Phi_2 (1 - F). \quad (1.120)$$

onde, Φ corresponde a uma das constantes a ser calculada. As constantes para este modelo são: $\beta' = 0.09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{k1} = 0.85$, $\sigma_{\omega1} = 0.5$, $\alpha_2 = 0.44$, $\sigma_{k2} = 1$, $\beta_2 = 0.0828$, $\sigma_{\omega2} = 0.0856$.

2.4.8 Análise numérica do escoamento turbulento

Dentre as técnicas utilizadas em CFD para a solução numérica das equações governantes do escoamento turbulento tridimensional destacam-se três grupos: diferenças finitas, elementos finitos e métodos espectrais. Nesta pesquisa será apresentado conceitualmente apenas o Método dos Volumes Finitos – MVF, por ser o método mais utilizado nos códigos de CFD, inclusive no código a ser utilizado nas simulações desta pesquisa. Este método trata-se de uma formulação especial de diferenças finitas.

O método dos volumes finitos consiste na fragmentação do domínio contínuo a ser estudado em volumes finitos, de modo a formar uma malha computacional com grau de refinamento adequado às necessidades de estudo, conforme Maliska (2004). A malha pode ser estruturada ou não estruturada, normalmente hexaédrica ou tetraédrica, respectivamente. As malhas estruturadas seguem uma lei de formação, facilitando a indexação dos nós e a eficiência computacional, porém exigem maior esforço em sua geração, segundo Maliska (2004). Para avaliação da qualidade da

malha normalmente se usa os parâmetros ortogonalidade ($>0,05$) ou distorção ($<0,95$, para malha tetraédrica), este último também conhecido por *skewness*. Contudo, de acordo com Tu, Yeoh e Liu (2008), devido à versatilidade para adaptação a geometrias complexas, as malhas tridimensionais tetraédricas não estruturadas são predominantes atualmente na maioria dos softwares comerciais.

Em sequência, segundo Maliska (2004), é feita a formulação integral das equações governantes de conservação para cada volume de controle e realizada sua aproximação numérica. Os valores aproximados obtidos para as variáveis e suas derivadas são armazenados nos nós da malha, cujos balanços de conservação nos volumes discretizados formam um conjunto de equações linearizadas e acopladas, cuja solução fornece o campo discreto de valores das variáveis nos elementos da malha.

A aproximação numérica dos termos de difusão e do gradiente de pressão nas equações discretizadas utiliza as funções de forma, seguindo a técnica de aproximação utilizada no método de elementos finitos.

A aproximação numérica dos termos de fluxos de advecção nas equações discretizadas é feita por aproximações em séries de expansão, como a série de Taylor. De acordo com a precisão requerida neste processo, pode-se variar o número de termos da expansão da série, levando a esquemas denominados de Primeira Ordem (Upwind Difference Scheme) ou de Segunda Ordem (High Resolution), conforme mencionado em Ansys (2015a, p.324). Em geral, como primeira aproximação estacionária dos resultados, recomenda utilizar o esquema de 1ª ordem, para favorecer a convergência e reduzir o esforço computacional, cujos resultados podem ser utilizados como condição inicial para a uma simulação final transiente, onde normalmente se utiliza o esquema de 2ª ordem para reduzir efeitos de difusão numérica e melhorar a acurácia dos resultados.

A discretização temporal é normalmente feita utilizando-se de esquemas de Euler retrógrados (*Backward*) ou adiantados (*Forward*). Os esquemas retrógrados são do tipo implícito, geralmente estáveis, e não requerem um passo de tempo muito pequeno, porém exigem maior esforço computacional. Os esquemas adiantados são do tipo explícito, sujeitos a instabilidades conforme o tipo de equações ou passo de tempo utilizado, porém requerem menor esforço computacional.

O critério de convergência se baseia normalmente nos resíduos da integração das equações e o valor de referência pode variar de acordo com a complexidade do

sistema envolvido ou com a etapa da simulação. Normalmente são aceitos valores abaixo de 1×10^{-5} RMS, conforme Ansys (2015b, p.472). Contudo, para sistemas complexos bifásicos/multifásicos normalmente são aceitos valores abaixo de 1×10^{-4} . Outro critério a ser paralelamente verificado, segundo Ansys (2015b, p.474), é o balanço global de massa e momento na integração das equações governantes entre passos de tempo sucessivos nas simulações transientes. Pequenos valores para os desbalanços indicam que a conservação foi alcançada. De forma ideal, o desbalanço global deve ser inferior a 0,01 (1%) e valores acima de 0,05 (5%) são inaceitáveis.

Vários algoritmos podem ser utilizados para resolver o conjunto de equações correspondentes do sistema discretizado. Em função do elevado número de equações normalmente envolvido em sistemas fluidodinâmicos reais, os códigos computacionais existentes, sejam comerciais ou livres, utilizam métodos que visam reduzir o tempo de processamento e os erros envolvidos neste processo. Neste sentido, os métodos computacionais envolvendo fatoração de matrizes são os mais utilizados, como eliminação de Gauss, decomposição LU, ou Multigrid para aceleração da decomposição LU de matrizes numéricas.

2.5 COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA HIDRÁULICO UNIDIMENSIONAL – ANÁLISE DA ESTABILIDADE

Pelos motivos expostos no Capítulo 1 e em seções anteriores do presente capítulo, a predição numérica do comportamento hidráulico da turbina quanto às pulsações de pressão em uma planta real apresenta dificuldades e com possibilidade de obtenção de resultados divergentes do previsto. Também foi apresentado que a estimativa do comportamento hidráulico do protótipo por meio da transposição de resultados obtidos em bancada com modelo reduzido está sujeita a divergência com relação ao previsto. Tal fato está principalmente relacionado às limitações na representação da similaridade dinâmica entre a planta real e a bancada do modelo reduzido.

Em função das dificuldades e limitações citadas acima, muitas vezes é preferível conhecer na etapa de projeto o risco de ocorrência dos fenômenos de ressonância e instabilidade hidráulicas citados na seção 2.2.3 do que propriamente a estimativa da amplitude das pulsações de pressão nestas situações para, se

necessário, realizar adequações no projeto hidráulico ou, em último caso, prever um sistema adequado de mitigação das pulsações anormais de pressão. Como referência geral para o limite aceitável das pulsações.

Dörfler et al (2013) sugere um critério para o limite admissível da amplitude das pulsações de pressão, conforme equação seguinte, onde $\Delta H_{p/p}$ é a amplitude pico a pico da pulsação de pressão, em metros de coluna de água.

$$\Delta h_{p/p} < \sqrt{H} \quad (1.121)$$

Existem diversas formas de se avaliar o risco de ocorrência de instabilidade hidráulica no protótipo. Uma delas é verificar se as autofrequências do sistema hidráulico unidimensional estão em região estável ou instável. No contexto desta pesquisa, apenas as contribuições do escoamento no sistema hidráulico como um todo serão analisadas, exceto interações com o canal de fuga. Possíveis interações do sistema hidráulico com oscilações do sistema elétrico, ações do sistema de regulação de velocidade da turbina ou com partes fixas ou girantes da unidade geradora também não serão consideradas nesta pesquisa.

Nas subseções seguintes apresenta-se diversas possibilidades de avaliação das autofrequências do sistema hidráulico unidimensional de uma turbina.

2.5.1 Comportamento dinâmico de um sistema hidráulico simplificado

Esta seção é dedicada à análise do comportamento dinâmico de um sistema hidráulico unidimensional simplificado, sem singularidades no circuito, baseando-se em Wylie e Streeter (1978), salvo exceções mencionadas. Sob tal condição, prevalece o sistema de equações (1.55) para um elemento dx de um tubo elástico, transcrito a seguir:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} + L' \frac{\partial Q}{\partial t} + R'(Q)Q = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{C'} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1.122)$$

Utilizando a técnica de separação de variáveis e assumindo uma solução harmônica de frequência s para a parte variável (oscilante, pulsante ou flutuante) da queda (\tilde{H}) e da vazão (\tilde{Q}) é possível desacoplar as equações do sistema de

equações (1.122) em termos destes parâmetros, resultando em duas equações diferenciais, uma relativa à \tilde{H} e outra à \tilde{Q} , cujas soluções estão indicadas a seguir:

$$\begin{aligned}\tilde{H}(x,t) &= (C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x}) e^{st} = H(x) e^{st}, \\ \tilde{Q}(x,t) &= -\frac{1}{Z_c} (C_1 e^{\gamma x} - C_2 e^{-\gamma x}) e^{st} = Q(x) e^{st},\end{aligned}\quad (1.123)$$

sendo C_1 e C_2 constantes de integração e γ uma constante de propagação (número de onda complexo), s a frequência complexa (ou variável de Laplace) e Z_c a impedância característica do sistema hidráulico, como segue:

$$\gamma = Cs(Ls + R), \quad (1.124)$$

$$s = \alpha + j\omega, \quad (1.125)$$

$$Z_c = \frac{\gamma}{Cs}. \quad (1.126)$$

As constantes de integração podem ser determinadas aplicando nas Equações (1.123) as condições de contorno do elemento, por exemplo, a pressão (ou queda) e a vazão na entrada montante (H_M, Q_M), em $x=0$, ou na saída jusante (H_J, Q_J), em $x=l$ do elemento de comprimento l . Aplicando as condições de contorno em $x=0$ e utilizando funções hiperbólicas, obtêm-se as seguintes expressões para as funções espaciais $H(x)$ e $Q(x)$:

$$H(x) = H_M \cosh(\gamma x) - Z_c Q_M \sinh(\gamma x), \quad (1.127)$$

e

$$Q(x) = -\frac{H_M}{Z_c} \sinh(\gamma x) - Q_M \cosh(\gamma x). \quad (1.128)$$

Em forma matricial, as equações referentes à variação espacial de H e Q ficam:

$$\begin{Bmatrix} H(x) \\ Q(x) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma x) & Z_c \sinh(\gamma x) \\ -\frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} H_M \\ Q_M \end{Bmatrix}. \quad (1.129)$$

A matriz da equação anterior opera como uma matriz de transferência para H e Q no elemento de tubo elástico considerado. O comportamento da variação espacial e temporal da amplitude de \tilde{H} e \tilde{Q} pode ser obtido tomando-se a parte real das Equações (1.123), ou seja:

$$\begin{aligned}\tilde{H}(x,t) &= Re\left[H(x)e^{\alpha}e^{j\omega t}\right], \\ \tilde{Q}(x,t) &= Re\left[Q(x)e^{\alpha}e^{j\omega t}\right].\end{aligned}\tag{1.130}$$

Embora não pareça evidente pelas Equações (1.130), uma análise adequada das funções $H(x)$ e $Q(x)$ denota a possibilidade de ocorrência de diferença de fase entre a pressão e a vazão e que esta depende dos parâmetros do sistema (R, L, C, s).

Na equação (1.125) ω é a uma frequência (rd/s) natural do sistema e α sua taxa do amortecimento [s^{-1}]. De acordo com Wylie e Streeter (1978), se $\alpha = 0$, H e Q permanecem em oscilação forçada estacionária, ou seja, com amplitude constante em qualquer posição longitudinal x . Se $\alpha < 0$, o sistema opera em oscilação forçada amortecida. Segundo Dörfler et al (2013), se α for positivo a amplitude da oscilação aumentará indefinidamente, configurando-se como uma instabilidade, ou seja, um movimento auto-oscilante mesmo na ausência de oscilação forçada. De forma similar a um sistema mecânico, a resposta às vibrações livres do sistema hidráulico após a remoção de sua excitação, como o que ocorre após uma interrupção brusca da vazão, depende também das condições iniciais do sistema.

Os efeitos da rotação (Γ) do fluido, da turbulência e dos fenômenos vorticosos no tubo de sucção possuem complexa estrutura tridimensional e não podem ser representados diretamente pelas equações governantes do escoamento unidimensional transiente (ou dinâmico). Contudo, como possuem grande comprimento de onda, podem ser modelados como uma fonte acústica de emissão de pressão, que se propaga como ondas planas pelo sistema hidráulico. A modelagem desta fonte de excitação e de outros componentes singulares do sistema hidráulico será realizada no Capítulo 4 com base nas leis de Kirchhoff, devido à analogia dos circuitos hidráulicos unidimensionais com o comportamento de um circuito elétrico RLC.

2.5.2 Auto-pares e análise de estabilidade do sistema completo

A análise da estabilidade do sistema hidráulico completo pode ser feita pela verificação dos autopares do sistema hidráulico unidimensional, a partir das raízes da equação característica correspondente do sistema de equações governantes.

A abordagem deste tema será feita com base nas equações governantes discretizadas para o escoamento em um tubo elástico. Contudo, o mesmo procedimento se aplica às equações governantes do sistema hidráulico completo, ou seja, com os diversos tipos e quantidades de elementos considerados na discretização do modelo unidimensional do sistema hidráulico de uma turbina.

A partir da equação (1.69) é possível obter os autopares (autovalores e autovetores) e a resposta de vibração livre do sistema hidráulico. Para tanto, o vetor coluna \vec{C} das condições de contorno deve ser nulo, resultando na equação seguinte:

$$[A] \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} + [B] \cdot \vec{x} = \vec{0}. \quad (1.131)$$

Realizando a transformada de Laplace da equação anterior, o que equivale a uma transformação para o domínio da frequência, e considerando essa com uma variável complexa $s = \alpha + j\omega$, conforme apresentado na equação (1.125), tem-se que a solução não trivial requer que:

$$\det([I] \cdot s + [A]^{-1} [B]) = 0. \quad (1.132)$$

A solução da equação (1.132) fornece $2n+1$ raízes conjugadas complexas do tipo $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$, relativas aos autovalores (autofrequências) e $2n+1$ vetores x_i correspondentes aos autovetores (modos de vibrar ou pulsar), cujo somatório fornece a resposta em vibração (pulsção) livre do sistema hidráulico, como segue:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_1 \cdot e^{s_1 t} + \vec{x}_2 \cdot e^{s_2 t} + \dots + \vec{x}_n \cdot e^{s_n t}, \quad (1.133)$$

onde,

$$x_i(t) = \text{Re}[\vec{x}_i e^{\alpha_i} e^{j\omega_i t}] = |\vec{x}_i| e^{\alpha_i} e^{j\omega_i t} = |\vec{x}_i| e^{\alpha_i} \cos(\omega_i t). \quad (1.134)$$

Conforme apresentado na seção (2.5.1), o parâmetro α_i é uma taxa de amortecimento no sistema hidráulico e somente valores negativos deste parâmetro proporcionam um sistema amortecido e consequentemente estável, pois, o limiar da estabilidade dos automodos encontra-se em α_i nulos, conforme ilustrado na figura seguinte:

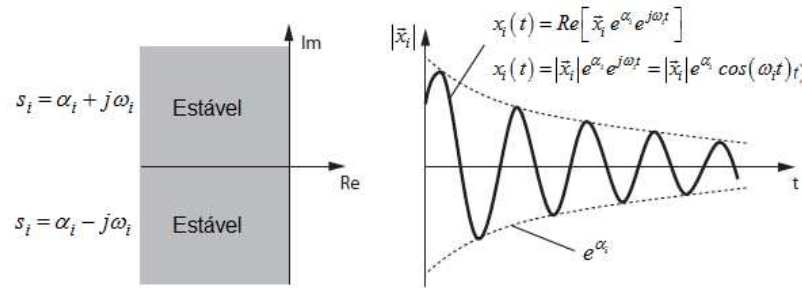


FIGURA 21 – AUTO-MODOS E AUTO-FREQÜÊNCIAS EM UM TUBO ELÁSTICO
 FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Outra interessante forma de visualizar os resultados para análise da estabilidade é conforme Chen (2009), plotando separadamente a componentes real α e a imaginária ω da frequência complexa em função da vazão variando um fator de influência, por exemplo o afogamento (coeficiente de Thoma σ). Como ilustração apenas, este tipo de análise está indicado na Figura 22, para o caso analisado por Chen (2009) para diversos valores do coeficiente de pressão $[\xi]^7$ devido à rotação do fluido pela componente tangencial na saída da turbina (V_{u2}).

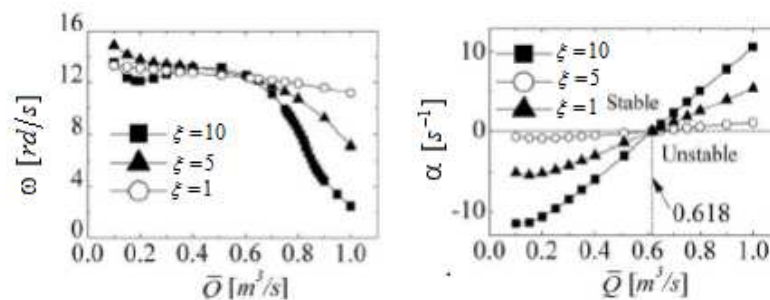


FIGURA 22– ANÁLISE DA ESTABILIDADE EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO
 FONTE: ADAPTADO DE CHEN (2009)

Uma alternativa à equação (1.132) é usar a matriz de transferência do elemento. De acordo com Nicolet (2007), usando esta técnica é possível combinar as matrizes de transferência dos diversos elementos e construir a matriz global G do sistema hidráulico, incluindo as condições de contorno, resultando na seguinte equação, onde \vec{x} é o vetor de estado:

$$|G| \cdot \vec{x} = \vec{0}. \quad (1.135)$$

⁷ Feito troca de nome de variável para evitar confusão com símbolos já utilizados trabalho.

A solução da equação característica do sistema fornece suas autofrequências complexas $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$. Para tanto, a solução não trivial da equação (1.135) exige que seu determinante seja nulo, tal que:

$$\det(|G|) = 0. \quad (1136)$$

Assim sendo, tomando como base os procedimentos apresentados nesta subseção para o escoamento em um tubo elástico unidimensional, pode-se analisar a estabilidade do sistema hidráulico completo. Para tanto, um esquema elétrico correspondente deve ser construído, incluindo todos os elementos considerados na modelagem, em diversidade e quantidade. A discretização espacial e a modelagem dos diferentes tipos de elementos do sistema hidráulico considerados nesta pesquisa estão indicadas no Capítulo 4.

2.5.3 Determinação da função de transferência do sistema hidráulico

O conhecimento da função de transferência do sistema hidráulico constitui uma importante ferramenta na análise da estabilidade do sistema. De acordo com Ogata (1982), as respostas no domínio do tempo $Y(t)$ ou no domínio da frequência $Y(s)$ podem facilmente ser obtidas para as entradas correspondentes no tempo $x(t)$ ou na frequência $y(s)$ a partir das funções de transferência $g(t)$ ou $G(s)$, conforme ilustrado na Figura 22, onde o sinal (*) refere-se à convolução das funções no domínio do tempo.

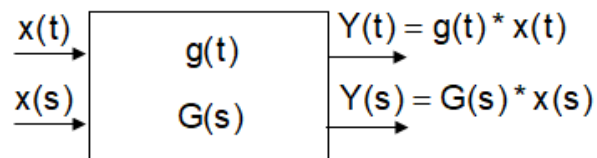


FIGURA 23 - RESPOSTA DINAMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUENCIA
FONTE: ADAPTADO DE MEIROVITCH ()

Sem perda de generalidade, tomando como referência o conjunto de equações diferenciais de primeira ordem da equação (1.55) referente ao escoamento em tubo elástico, este se constitui um sistema não linear devido à dependência da resistência hidráulica com a vazão. No entanto, para que a técnica de determinação

das funções de transferência para sistemas lineares seja aplicada às equações governantes do sistema hidráulico algumas considerações devem ser feitas.

A não linearidade da equação (1.55) pode, por exemplo, ser resolvida assumindo a hipótese de resistência constante, aproximação pertinente para condições operativas com variações pequenas na vazão, ou levantada por meio da expansão em série de Taylor truncada dos termos pertinentes. Procedendo desta forma, o sistema de equações torna-se um Sistema Linear Invariante no Tempo – LIT, apto para aplicação de procedimento para este tipo de sistema descrito em sua forma padrão, descrita em Nisi (2011) e Ogata (1982), conforme equação (1.137).

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = [A]\vec{x} + [B]\vec{u} \\ y = [C]\vec{x} + [D]\vec{u} \end{cases} \quad (1.137)$$

O esquema correspondente ao sistema padrão da equação (1.137) é apresentado na Figura 24:

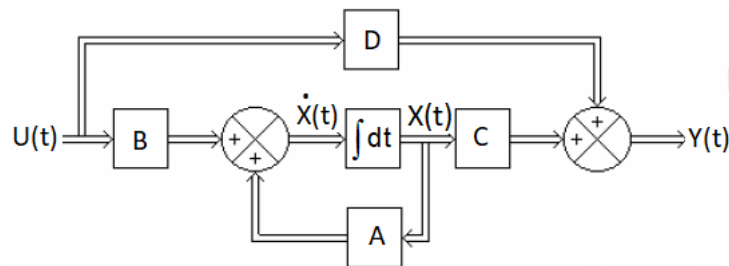


FIGURA 24- ESQUEMA DO SISTEMA LINEAR PADRÃO
FONTE: ADAPTADO DE OGATA (1982)

A denominação dos parâmetros do esquema da Figura 24 são:

\vec{x} : vetor de estados	$[A]$: matriz do sistema
$\dot{\vec{x}}$: derivada temporal do vetor de estado	$[B]$: matriz de entrada
\vec{y} : vetor de saída	$[C]$: matriz de saída
\vec{u} : vetor de entrada ou de controle	$[D]$: matriz de ação ou transmissão

Aplicando a transformada de Laplace na equação (1.137) resulta em:

$$\begin{cases} sX(s) = [A]X(s) + [B]U(s) & (i) \\ Y(s) = [C]X(s) + [D]U(s) & (ii) \end{cases} \quad (1.138)$$

Isolando $X(s)$ na expressão (i) da equação (1.138), obtém-se:

$$X(s) = (s[I] - [A])^{-1} [B]U(s) \quad (1.139)$$

Substituindo a relação de $X(s)$ na expressão (ii) da equação (1.138) obtém-se a função de transferência $G(s)$ do sistema linear padrão indicado na Figura 24:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = [C](s[I] - [A])^{-1} [B] + [D]. \quad (1.140)$$

Para aplicar a relação da equação (1.140) à expressão de estado da Equação (1.69), relativa às equações governantes do escoamento em um tubo elástico, esta deve também estar expressa também na forma padrão. Para tanto, como as matrizes A , B e C das equações (1.69) e (1.137) não são as mesmas, a equação (1.69) será reescrita utilizando as matrizes A' , B' e C' , como segue:

$$[A']\dot{\bar{x}} + [B']\bar{x} = [C']. \quad (1.141)$$

Pré-multiplicando a equação (1.141) pela inversa da matriz A' e isolando o termo $\dot{\bar{x}}$ obtém-se a seguinte expressão:

$$\dot{\bar{x}} = -[A']^{-1} [B']\bar{x} + [A']^{-1} [C']. \quad (1.142)$$

Assim sendo, fazendo na equação (1.142) $A = -[A']^{-1} [B']$, $B = [A']^{-1}$ e $\bar{u} = [C']$ obtém-se a expressão na forma padrão $\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u}$ correspondente. Quanto à segunda expressão da forma padrão do sistema de estado da equação (1.137), $\bar{y} = C\bar{x} + D\bar{u}$, não existe correspondência no sistema hidráulico considerado. Portanto, para que sua ação seja nula no esquema da Figura 24, deve-se ter as matrizes $C = I$ e $D = \vec{O}$.

Aplicando as considerações anteriores, a expressão para a matriz de transferência $G(s)$ do elemento hidráulico considerado fica:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = (s[I] - [A])^{-1} [B]. \quad (1.143)$$

As raízes da equação de $G(s)$ fornece suas autofrequências complexas $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$. Para tanto, deve-se ter:

$$\det([G]) = 0. \quad (1.144)$$

2.5.4 Modelo analítico para análise da estabilidade hidráulica

Os modelos para análise da estabilidade apresentados nas subseções anteriores são modelos numéricos e como tal requerem a discretização espacial do sistema hidráulico. Contudo, esta seção se dedica a apresentar um modelo analítico para análise da estabilidade do escoamento no sistema hidráulico de uma turbina. O modelo considerado nesta análise se fundamenta na modelagem apresentada em Chen *et al* (2008) e Yulin *et al* (2013), utilizando o circuito simplificado apresentado na Figura 25, porém adiciona o efeito do fator de ganho de fluxo mássico χ na modelagem matemática a variação dV_c / dt do volume da cavitação no vórtice.

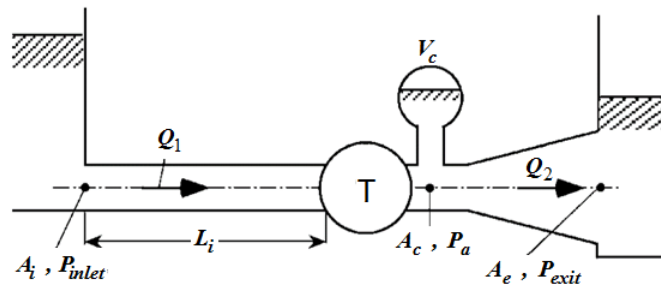


FIGURA 25 - ESQUEMA DO SISTEMA HIDRÁULICO SIMPLIFICADO
FONTE: CHEN ET AL (2008)

O modelo analítico considerado possibilita de forma ágil determinar o campo de estabilidade com base na influência da variação do volume de cavitação dV_c / dt relacionada com os parâmetros compliância C e fator de ganho de fluxo mássico χ . Esta modelagem favorece também a análise de influência na estabilidade do ângulo de difusão δ do tubo de sucção e do coeficiente de pressão induzido pelos efeitos rotacionais do fluido na saída da turbina.

Aplicando as equações de conservação do momento e da massa ao sistema da Figura 25, obtêm-se as expressões das Equações (1.145), (1.146) e (1.147), onde ζ_T é o coeficiente de perdas por atrito na adução, ζ_2 o coeficiente de perdas no tubo de sucção e δ o fator de difusão longitudinal das seções transversais do tubo de sucção:

$$p_i = p_a + \rho \frac{L_i}{A_i} \frac{dQ_1}{dt} + \rho \frac{\zeta_T}{2A_i^2} Q_1^2, \quad (1.145)$$

$$p_a = p_e + \rho \frac{L_e}{A_e} \frac{dQ_2}{dt} + \rho \frac{\zeta_2 - \delta}{2A_e^2} Q_2^2, \quad (1.146)$$

$$Q_1 - Q_2 = \frac{dV_c}{dt} = \frac{\partial V_c}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial V_c}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial t} = -C \frac{\partial p}{\partial t} - \chi \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (1.147)$$

Adotando as considerações de $V_c = V_c(p_c)$ e o modelo de vórtice de Rankine para o coeficiente de pressão ϕ do efeito rotacional do fluxo, tal que $\phi = (R/a)^2 - 1/2$, onde R é raio externo da roda e ' a ' o raio do vórtice, e a componente tangencial V_{U_2} da velocidade absoluta na saída das pás, indicada na Figura 11, obtida pelo triângulo de velocidade na saída da roda, tem-se que:

$$p_c = p_a - \rho \phi V_{u_2}^2, \quad (1.148)$$

$$V_{U_2} = V_{m_2} \cot \beta_2 - U_2 = (Q_1/S) \cot \beta_2 - U_2. \quad (1.149)$$

Inserindo as Equações (1.146) e (1.149) na equação (1.148), obtém-se a seguinte relação para a pressão no vórtice cavitante:

$$p_c = p_e + \rho \frac{L_e}{A_e} \frac{dQ_2}{dt} + \rho \frac{\zeta_2 - \delta}{2A_e^2} Q_2^2 - \rho \phi \left(\frac{\cot \beta_2}{S} Q_1 - U_2 \right)^2. \quad (1.150)$$

Derivando a equação (1.150) em relação ao tempo e substituindo na equação (1.147) da continuidade, tem-se que:

$$Q_2 - Q_1 = -\rho C \frac{L_e}{A_e} \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \rho C \frac{\delta - \zeta_2}{A_e^2} Q_2 \frac{dQ_2}{dt} + 2\rho C \phi \frac{\cot \beta_2}{S} \left(\frac{\cot \beta_2}{S} Q_1 - U_2 \right) \frac{dQ_1}{dt} - \chi \frac{dQ_2}{dt}. \quad (1.151)$$

Inserindo a equação (1.145) na equação (1.146), obtém-se:

$$p_i = p_e + \rho \frac{L_e}{A_e} \frac{dQ_2}{dt} + \rho \frac{\zeta_2 - \delta}{2A_e^2} Q_2^2 + \rho \frac{L_i}{A_i} \frac{dQ_1}{dt} + \rho \frac{\zeta_T}{2A_i^2} Q_1^2. \quad (1.152)$$

Assumindo $Q_1 = \bar{Q} + \tilde{Q}_1(t)$ e $Q_2 = \bar{Q} + \tilde{Q}_2(t)$, considerando $\bar{Q}_1 = \bar{Q}_2 = \bar{Q}$ e substituindo nas equações (1.151) e (1.152) obtém-se dos termos transientes resultantes o sistema dinâmico de equações governantes seguintes:

$$0 = \rho \frac{L_e}{A_e} \frac{d\tilde{Q}_2}{dt} + \rho \frac{\zeta_2 - \delta}{A_e^2} \bar{Q} \tilde{Q}_2 + \rho \frac{L_i}{A_i} \frac{d\tilde{Q}_1}{dt} + \rho \frac{\zeta_T}{A_i^2} \bar{Q} \tilde{Q}_1, \quad (1.153)$$

$$\tilde{Q}_2 - \tilde{Q}_1 = -\rho C \frac{L_e}{A_e} \frac{d^2 \tilde{Q}_2}{dt^2} + \rho C \frac{\delta - \zeta_2}{A_e^2} \bar{Q} \frac{d\tilde{Q}_2}{dt} + 2\rho C \phi \frac{\cot \beta_2}{S} \left(\frac{\cot \beta_2}{S} \bar{Q} - U_2 \right) \frac{d\tilde{Q}_1}{dt} - \chi \frac{d\tilde{Q}_2}{dt}. \quad (1.154)$$

Aplicando a hipótese de flutuações harmônicas na vazão, $\tilde{Q}_1 = Q_{1,0}e^{-i\omega t}$ e $\tilde{Q}_2 = Q_{2,0}e^{-i\omega t}$, e substituindo nas Equações (1.153) e (1.154) obtém-se um sistema homogêneo de equações lineares, que expresso em notação matricial fica:

$$\begin{bmatrix} i\rho \frac{L_i}{A_i} \omega + \rho \frac{\zeta_T}{A_i^2} \bar{Q} & i\rho \frac{L_e}{A_e} \omega + \rho \frac{\zeta_2 - \delta}{2A_e^2} \bar{Q} \\ -i2\rho C\varphi \frac{\cot\beta_2}{S} \left(\frac{\cot\beta_2}{S} \bar{Q} - U_2 \right) \omega - 1 & -\rho C \frac{L_e}{A_e} \omega^2 - i\rho C \frac{\delta - \zeta_2}{A_e^2} \bar{Q} \omega + \chi \omega + 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{Q}_{1,0} \\ \tilde{Q}_{2,0} \end{Bmatrix} = 0 \quad (1.155)$$

Para análise da estabilidade, fazendo o determinante da matriz quadrada da equação (1.155) igual a zero, obtém-se uma equação de terceira ordem em $i\omega$ para a equação característica do sistema, cuja solução permite determinar as frequências naturais complexas $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ do sistema hidráulico em função da Compliância (C) e do Fator de Ganho de Fluxo Mássico (χ), bem como do coeficiente de pressão φ devido à rotação do fluido e do fator de difusão geométrica δ do tubo de sucção. Para o caso de amortecimento positivo, o sistema é instável, conforme ilustrado na figura seguinte:

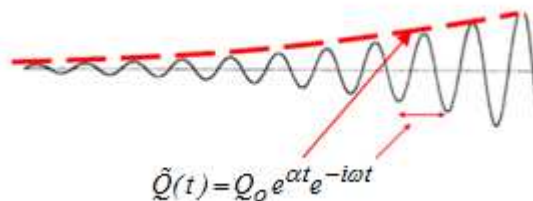


FIGURA 26 - SISTEMA INSTÁVEL – AMORTECIMENTO POSITIVO
FONTE: ADAPTADO DE FLEMING ET AL (2009)

2.5.5 Estabilidade de um escoamento cavitante

Sabe-se que a cavitação é fonte de instabilidade em escoamentos. Brennen e Acosta (1973) desenvolveram um importante estudo sobre esta fonte de instabilidade em turbobombas, baseando-se na contribuição da compliância da cavidade do volume de cavitação como fonte de oscilação no escoamento. Esta seção se dedica a apresentar um modelo para análise expedita da estabilidade do escoamento cavitante no sistema hidráulico de uma turbina hidráulica operando em alta carga. A abordagem considerada nesta análise se fundamenta no modelo utilizado por Nicolet (2007) para determinar o efeito do fator de ganho de fluxo mássico

χ na instabilidade do escoamento com volume de cavitação presente. O circuito simplificado utilizado por Nicolet é composto por um reservatório e uma tubulação de montante, um volume cavitante, um segundo tubo e um reservatório de jusante, conforme ilustração da Figura 27-a. Contudo, o modelo matemático considerado na presente pesquisa inclui, além da compliância C e do fator χ , a resistência termodinâmica R_{th} associada à dissipação de energia no volume de cavitação, permitindo avaliar também de forma ágil o efeito deste parâmetro na estabilidade hidráulica, bem como considera valores diferenciados para os parâmetros L e R dos trechos de adução de sucção, conforme modelo elétrico análogo representado na Figura 27-b.

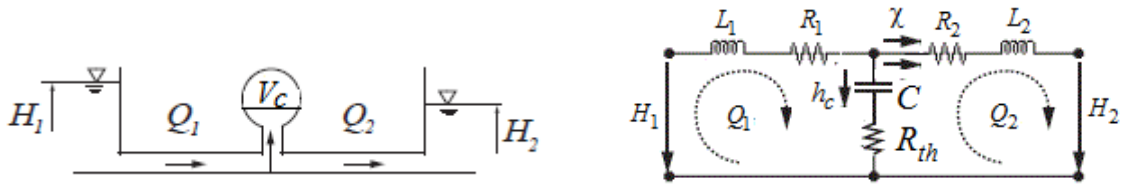


FIGURA 27- a) CIRCUITO HIDRÁULICO COM CAVITAÇÃO b) CIRCUITO ELÉTRICO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 27-b obtém-se a conjunto de equações seguintes:

$$\begin{cases} C \frac{d}{dt} h_c + Q_2 - Q_1 = 0 \\ L_1 \frac{d}{dt} Q_1 + (R_1 + R_{th}) Q_1 - R_{th} Q_2 + h_c = H_1 \\ L_2 \frac{d}{dt} Q_2 + (R_2 + R_{th}) Q_2 - R_{th} Q_1 - h_c = -H_2 \end{cases} \quad (1.156)$$

Em forma matricial, o sistema anterior fica:

$$\begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_c \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -I & I \\ -I & R_1 + R_{th} & -R_{th} \\ I & -R_{th} & R_2 + R_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_c \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_1 \\ -H_2 \end{bmatrix}. \quad (1.157)$$

Denominando na equação (1.157) a primeira, a segunda e a terceira matriz respectivamente de A , B e C , e o vetor de variáveis de \vec{x} , obtém-se:

$$[A] \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} + [B] \cdot \vec{x} = [C]. \quad (1.158)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação (1.158), o que equivale a uma transformação para o domínio da frequência na variável complexa $s = \alpha + j\omega$, obtém-se a equação (1.159), onde $\vec{X}(s)$ é o vetor de variáveis no espaço s de Laplace:

$$s \cdot [A] \cdot \vec{X}(s) + [B] \cdot \vec{X}(s) = \vec{0}. \quad (1.159)$$

A solução da equação característica fornece as autofrequências complexas $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ do sistema hidráulico. Para tanto, deve-se ter:

$$\det([A] \cdot s + [B]) = 0. \quad (1.160)$$

Resolvendo o determinante da equação (1.160), resulta em:

$$(L_1s + (R_1 + R_{th}))(L_2s + (R_2 + R_{th}))Cs + (L_1s + (R_1 + R_{th}))(\chi s + 1) + (L_2s + (R_2 + R_{th})) - (R_{th}C + \chi)R_{th}s = 0. \quad (1.161)$$

A influência de C , χ e de R_{th} na estabilidade do sistema pode ser visualizada em um diagrama que indique as isofrequências ω em função dos parâmetros C e χ . Tendo em conta que o limite da estabilidade ocorre para amortecimento nulo, então, a fronteira entre as regiões de estabilidade e instabilidade será determinada pelos valores destes parâmetros que proporcionarem obter $\alpha_i = 0$ em $s_i = \alpha_i \pm j\omega_i$. A consideração do efeito de R_{th} pode ser avaliada adotando-se valores discretos deste parâmetro. Nesta pesquisa a influência de R_{th} na estabilidade foi avaliada considerando um valor estimado para este parâmetro e sua inexistência ($R_{th} = 0$).

Para o caso em que $L_1 = L_2$, $R_1 = R_2$ e $R_{th} = 0$ recai-se no sistema analisado em Nicolet (2012), ou seja:

$$(Ls + R)[LCs^2 + (RC + \chi)s + 2] = 0 \quad (1.162)$$

Como para $\alpha = 0$ o termo $(Ls + R)$ é sempre positivo, tem-se no limite da estabilidade que:

$$\chi > -RC \quad (1.163)$$

3 ANÁLISE EXPERIMENTAL DO OBJETO DE ESTUDO

O objetivo deste capítulo é apresentar a caracterização do objeto de referência da pesquisa, a modelagem geométrica tridimensional realizada do sistema hidráulico e da turbina envolvidos, aspectos experimentais considerados e simulações numéricas fluidodinâmicas preliminares do escoamento tridimensional realizadas. A pesquisa se configura de natureza aplicada, com objetivo exploratório e abordagem quantitativa.

A operacionalização da pesquisa tomará como referência as turbinas da Usina Hidrelétrica de Itaipu - UHI e se baseará na fundamentação teórica apresentada no Capítulo 2. A Usina de Itaipu dispõe de 20 turbinas Francis verticais, cujos dados principais são:

- Potência nominal no eixo: 715 MW
- Queda líquida de projeto: 118,4 m
- Vazão de projeto: $\sim 574 \text{ m}^3/\text{s}$
- Rotação nominal de projeto: 91,6 RPM
- Velocidade específica – n_s : $\sim 231 \text{ RPM}$
- Diâmetro de saída da turbina: 8,1 m

3.1 MODELAGEM GEOMÉTRICA DO SISTEMA HIDRÁULICO

O circuito hidráulico típico das turbinas da Usina de Itaipu encontra-se ilustrado no corte transversal da barragem e da casa de força da UHI, apresentado na figura seguinte:

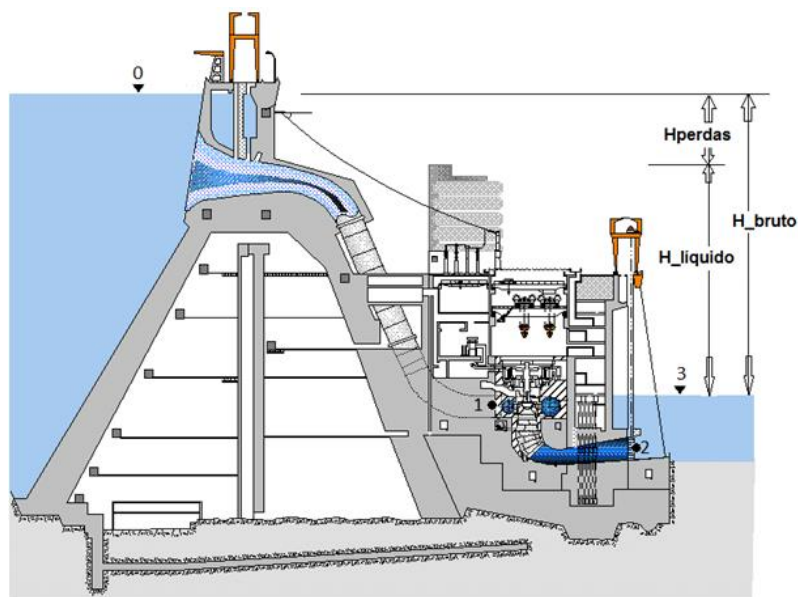


FIGURA 28 – SISTEMA HIDRÁULICO – CORTE TRANSVERSAL DA BARRAGEM DE ITAIPU
 FONTE: ADAPTADO DE ITAIPU BINACIONAL (2009)

Assim como a modelagem matemática, a modelagem geométrica é uma etapa relevante na qualidade dos resultados da predição numérica do comportamento de uma turbina hidráulica, pois é a partir desta que o domínio do fluido será determinado.

3.1.1 Modelagem geométrica tridimensional

A modelagem geométrica tridimensional do sistema hidráulico, necessária para as simulações CFD do escoamento tridimensional foi realizada por meio do aplicativo de CAD *Solidworks*, a partir das dimensões informadas nos desenhos bidimensionais originais do projeto da turbina, disponíveis no Arquivo Técnico da Itaipu Binacional no formato físico impresso ou cópia digital no formato pdf.

A modelagem geométrica envolveu todo o sistema hidráulico, desde a tomada de água do conduto forçado no reservatório de montante até a saída do tubo de sucção da turbina, conforme ilustração da Figura 28.

Os modelos geométricos em CAD-3D utilizados nesta pesquisa foram desenvolvidos no âmbito do programa de 'Modelagem Tridimensional' do Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens – CEASB, pertencente ao Parque Tecnológico Itaipu – PTI e gentilmente cedidos para este estudo. Vale ressaltar que o referido programa do CEASB é realizado com participação de bolsistas acadêmicos de cursos de engenharia da Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE.

3.1.1.1 Modelagem da roda da turbina

Para o caso específico da roda da turbina, os desenhos bidimensionais de projeto disponíveis não eram suficientes para possibilitar a construção de um desenho 3D da roda, visto que não havia disponibilidade de informações suficientes do perfil hidráulico completo das pás da roda e dos ângulos de entrada e saída das pás. Devido a isto, visando uma modelagem realística deste elemento do sistema hidráulico, a solução dada foi a modelagem geométrica por meio do processamento de uma nuvem de pontos correspondentes à superfície hidráulica ativa da roda. A nuvem de pontos utilizada se refere a um escaneamento completo pela técnica de laser rotativo realizado na roda da turbina da U07 da UHI em julho/2013, com dados digitais disponíveis no Arquivo Técnico da Itaipu Binacional, conforme ITAIPU (2013).

O tratamento da nuvem de pontos bruta e a geração e ajuste da malha superficial foi realizada por meio de aplicativo de CAD apropriado disponível no CEASB/PTI. A geração do sólido 3D e a modelagem final do contorno externo da roda foi realizada com base nos desenhos bidimensionais do projeto da turbina. O resultado final obtido para o sólido em CAD-3D da roda das turbinas da UHI é apresentado na figura seguinte, em vista e em corte longitudinal.

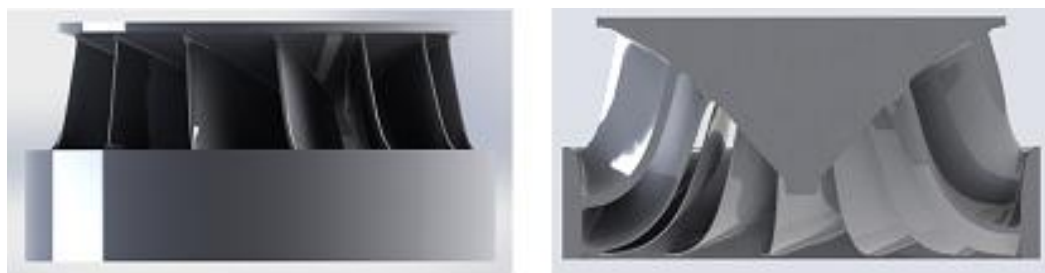


FIGURA 29 – MODELAGEM 3D DA RODA DA TURBINA
FONTE: MARRA ET AL (2015)

O procedimento completo para obtenção do sólido 3D da roda da turbina constituiu em sua completude um diferencial e certamente um trabalho inédito de engenharia reversa de aplicação da técnica de escaneamento rotativo para este tipo de equipamento, tendo-se que superar diversas dificuldades no processamento dos dados disponíveis do escaneamento até a obtenção do sólido 3D da roda da turbina. O procedimento utilizado nesta modelagem é delineado no APÊNDICE 12.

Como alternativa para o sólido da turbina obtido por escaneamento, visando menor esforço computacional envolvido nas simulações CFD, utilizou-se em

simulações preliminares diversas no contexto desta pesquisa um sólido homogêneo das turbinas de ITAIPU, ilustrado na Figura 30 e obtido conforme detalhado em Vivarelli (2008).

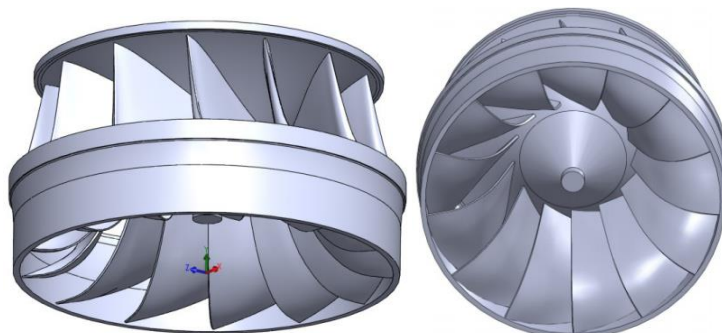


FIGURA 30– MODELAGEM ALTERNATIVA 3D DA RODA DA TURBINA
FONTE: VIVARELLI (2008)

3.1.1.2 Conjunto caixa-espiral, pré-distribuidor e distribuidor

Os modelos geométricos da caixa espiral, pré-distribuidor e distribuidor foram desenvolvidos como um conjunto, sendo que a abertura do distribuidor deve ser ajustada conforme a abertura correspondente ao ponto de operação a ser simulado numericamente. Uma imagem deste conjunto em vista e corte pode ser visualizado na Figura 31.

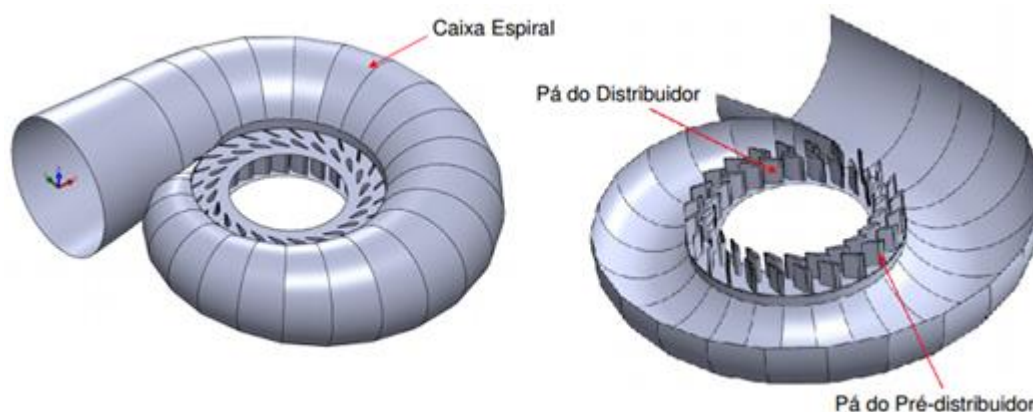


FIGURA 31– MODELO GEOMÉTRICO 3D DO CONJUNTO CAIXA ESPIRAL E DISTRIBUIDOR
FONTE: ACERVO CEASB

3.1.1.3 Tubo de sucção

Em função do escoamento vorticoso no tubo de sucção fora das condições operativas ótimas da turbina, do atrito e do gradiente positivo de pressão no tubo de sucção existe a tendência de recirculação do escoamento neste elemento do sistema hidráulico. Este fenômeno prejudica a convergência da integração numérica das equações governantes. De forma a contornar este problema foi introduzido um prolongamento na saída do tubo de sucção. Este procedimento afasta a condição de contorno de saída da seção final do tubo de sucção para uma seção de saída mais afastada após um hipotético trecho reto, tornando o processo de solução numérica mais estável. Replicando um modelo de Borges (2007) para este mesmo elemento foi adotado um prolongamento de 60 metros, conforme indicado na Figura 32.

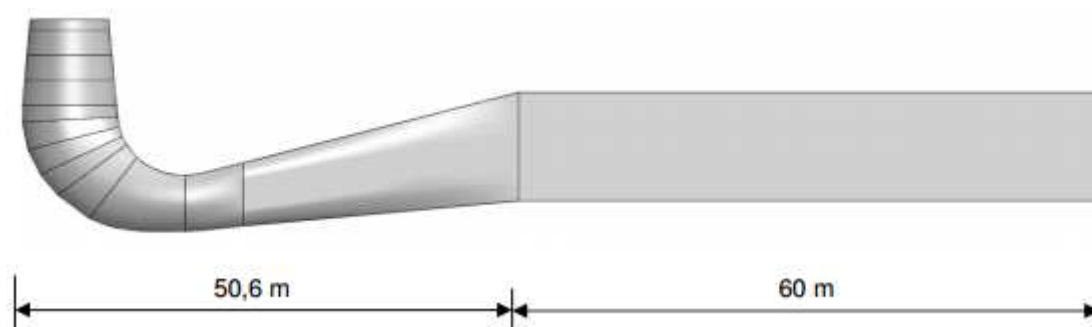


FIGURA 32 – MODELO GEOMÉTRICO 3D DO TUBO DE SUCÇÃO
FONTE: BORGES (2007)

3.1.1.4 Reservatório, tomada d'água e Conduto forçado

A modelagem geométrica do conjunto formado pelo reservatório de montante, tomada de água e conduto forçado foi desenvolvida para permitir a avaliação da influência dos componentes à montante da entrada da caixa espiral sobre os resultados da simulação CFD do escoamento na turbina. O diâmetro interno do trecho reto do conduto forçado é de 10,5m. A modelagem geométrica desses componentes foi feita conforme ilustrado na Figura 33. Para o trecho correspondente ao reservatório montante adotou-se uma largura de 40 metros.

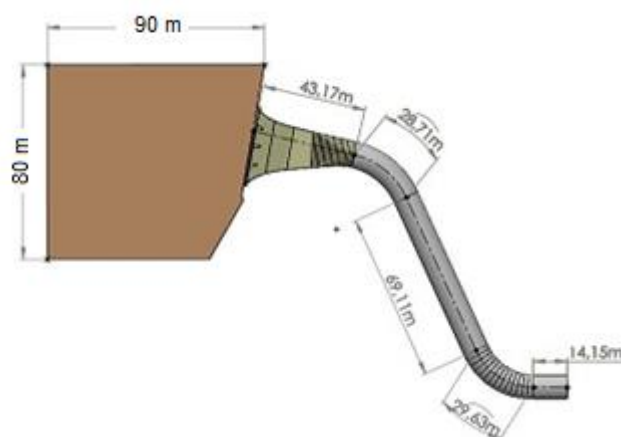


FIGURA 33– MODELO GEOMÉTRICO 3D RESERVATÓRIO, TOMADA DE ÁGUA E CONDUTO
FONTE: ACERVO CEASB

3.2 ADAPTAÇÃO NO SISTEMA DE AERAÇÃO DA TURBINA

Tendo em conta que a turbina de referência nesta pesquisa dispõe de um sistema axial de aeração atmosférica, de concepção clássica, para mitigação de pulsações de pressão no sistema hidráulico em alta carga, fez-se necessário o desenvolvimento e instalação de um dispositivo que possibilitasse regular a vazão pela válvula de aeração até o seu total fechamento, com a máquina em operação durante os ensaios no protótipo, viabilizando quantificar a influência da aeração no comportamento das pulsações de pressão na turbina. A válvula de aeração, seu posicionamento no topo do eixo do gerador e o encaminhamento do ar até a turbina estão indicados na Figura 34.

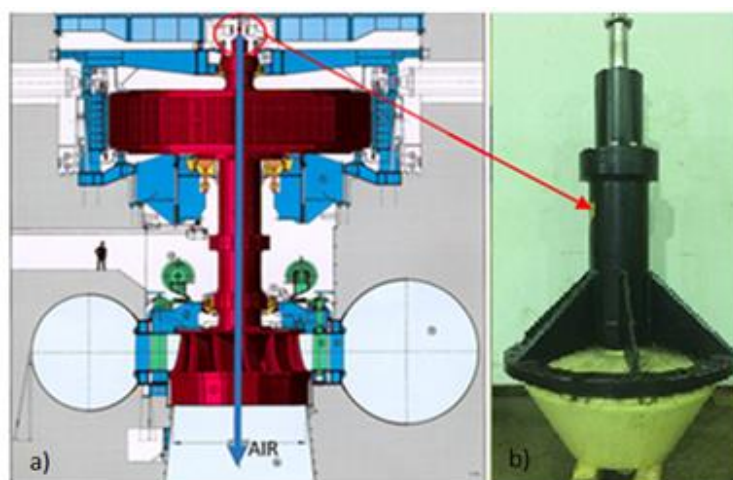


FIGURA 34 – SISTEMA DE AERAÇÃO DA TURBINA – A) CAMINHO DO AR; B) VÁLVULA
FONTE: A) ADAPTADO DE SCHEIL (1998); B) AUTOR

O dispositivo desenvolvido para viabilizar o controle da aeração da turbina durante ensaios específicos é do tipo mecânico, com acionamento manual, porém dotado de um transdutor com saída analógica de 4-20 mA para a medição contínua da abertura da válvula de aeração. Um corte longitudinal do dispositivo é apresentado na Figura 35. Também foi implementado um transdutor para medição da pressão piezométrica na tubulação de aeração para obtenção da vazão de ar.

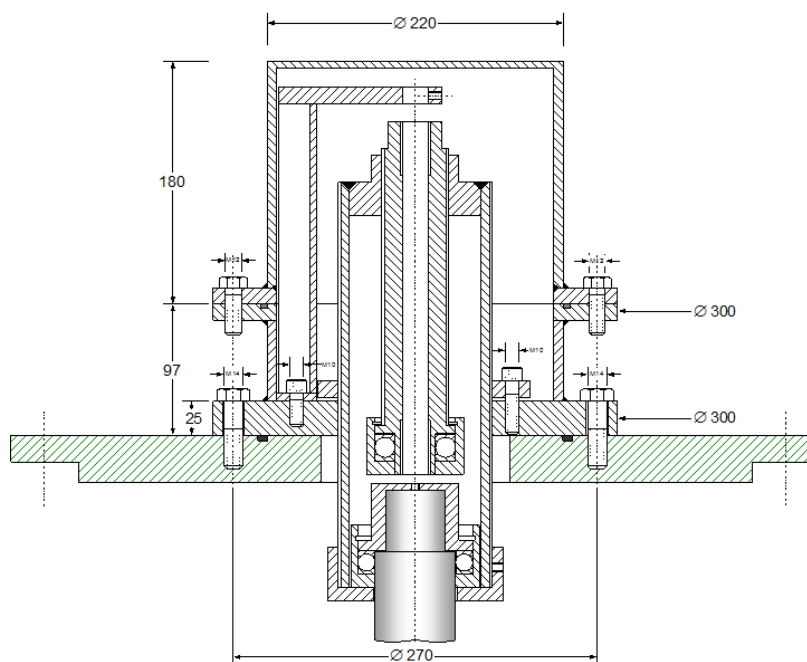


FIGURA 35 – DISPOSITIVO MECÂNICO DE CONTROLE DA VÁLVULA DE AERAÇÃO

Na figura seguinte apresentam-se os componentes fabricados e respectiva pré-montagem na tampa do duto de aeração:



FIGURA 36– DISPOSITIVO P/ VARIAÇÃO DA AERAÇÃO: COMPONENTES

A seguir, imagens do dispositivo durante sua instalação no sistema de aeração da U09 da UHI:



FIGURA 37 – DISPOSITIVO P/ VARIAÇÃO DA AERAÇÃO: PRÉ-MONTAGEM

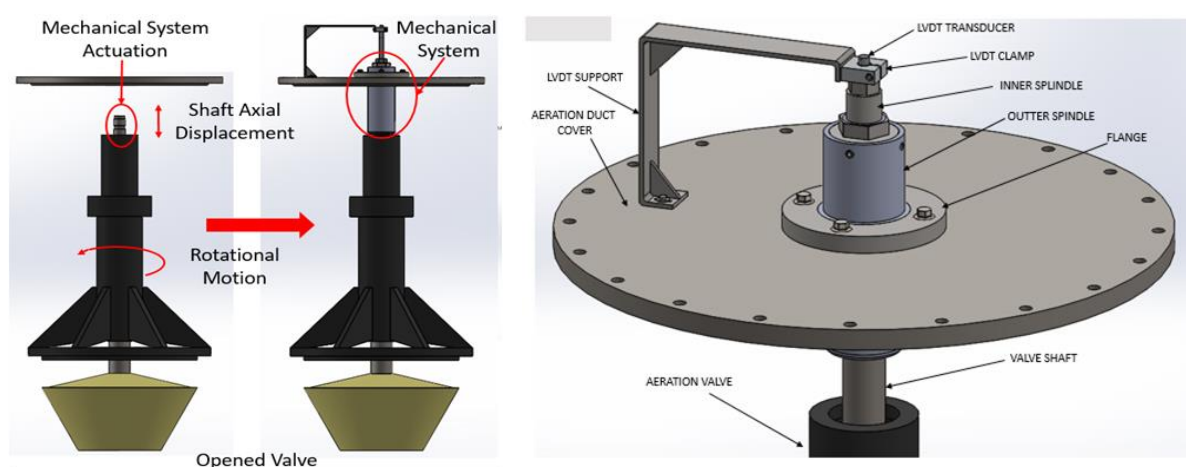


FIGURA 38 – DISPOSITIVO MECÂNICO DE CONTROLE DA VÁLVULA DE AERAÇÃO
FONTE: MARRA ET AL (2016)

3.3 ENSAIOS REALIZADOS EM PROTÓTIPO

O programa de ensaios no protótipo para comparação com as previsões numéricas foi concebido com o objetivo conjunto de avaliar o potencial de melhoria no comportamento hidráulico da turbina em benefício da suavidade operativa das unidades geradoras e da Casa de Força da UHI por meio de possível readequação futura do sistema original de aeração das turbinas, de modo a proporcionar redução das excitações hidráulicas em cargas altas ou quando operando com maior afogamento no canal de fuga, situação em que a aeração natural existente é afetada.

Em sintonia com os objetivos dos ensaios, o programa previu inicialmente a realização de ensaios em ampla faixa de queda, aproveitando ocorrências naturais da queda líquida entre 100 m e 120m. Nesta faixa, previa-se realizar medições a cada nova queda com diferença acima de 1m de quedas já ensaiadas. Em cada queda

ensaiada, previam-se medições em cinco patamares de carga, aproximadamente nas aberturas do distribuidor de 450MW, 500MW, 600MW, 700 MW, 740MW e Pmax. Em cada patamar seria feita então a variação da aeração com a válvula em três condições: abertura normal (livre), 50% da abertura normal e na condição fechada.

Quanto aos pontos de medição de interesse exclusivo da presente pesquisa, foram previstos os seguintes:

- Potência na saída do gerador
- Abertura do distribuidor
- Vazão na turbina (Winter-Kennedy)
- Abertura da válvula de aeração
- Pressão na tubulação de aeração
- Pressão na entrada da caixa espiral
- Pressão no tubo de sucção

A aquisição de dados em cada condição de ensaio foi feita digitalmente com taxa de amostragem de 600 Hz durante um intervalo de 40s. Embora a unidade geradora durante o ensaio estivesse, para maior estabilidade operacional, em regulação de abertura, aguardou-se pelo menos 5 minutos para a estabilização das condições operativas em cada patamar.

A análise dos dados temporais das grandezas medidas foi processada no domínio da frequência por meio de FFT no aplicativo Matlab, utilizando na análise janela temporal de *hamming*, filtro *butterworth* de 14ª ordem e frequência de corte de 21 Hz.

O dispositivo de controle da aeração foi instalado na U09 em julho/2015. Em função de severas restrições operativas para atendimento do Sistema Elétrico Brasileiro em 2015 e 2016 e de anormalidade apresentada no dispositivo em 2017, foram realizadas 4 programações de ensaios, conforme indicado na Tabela 3.1:

TABELA 3.1– BATERIAS DE ENSAIOS REALIZADOS NA U09

Data	Zo [m]	Z3 [m]	Hbruta [m]	Patamares [MW]	Aeração [%]
02/09/2015	217,0	101,0	116,0	455, 503, 542, 590, 668, 683, 743	0; 8; 21; 36; 100
24/11/2015	220,3	113,4	106,9	650; 665	0; 100
14/12/2015	218,1	101,3	116,8	563; 607; 633;	0; 100
21/03/2016	220,2	108,8	111,4	690	0; 40; 100

A indicação da aeração na Tabela 3.1 se refere ao percentual de abertura da válvula com relação à sua abertura sobre a condição livre da regulação do dispositivo. Desta forma, 0% se refere à condição fechada e 100% à condição aberta e as aberturas intermediárias ao percentual entre estas posições. Com o ensaio completo realizado em 02/09/2015 foi possível constatar que a aeração era irrelevante nos patamares de carga com $Q/Q_{ot} < 0,7$ e que para patamares acima desta referência as aberturas intermediárias da válvula de aeração também eram irrelevantes. Por estes motivos, os ensaios posteriores foram realizados apenas em patamares acima de $Q/Q_{ot} < 0,7$ e com a válvula de aeração na condição livre ou fechada.

Embora os ensaios realizados em protótipo com variação da aeração não tenham coberto a faixa de quedas previstas, foram suficientes para registrar a ocorrência limiar e quase periódica do fenômeno de instabilidade hidráulica no patamar ensaiado de $Q/Q_{ot} \cong 1,29$, quando operando com sem aeração (Válvula Fechada), confirmando a possibilidade que motivou o projeto de dotar as turbinas da UHI de um sistema de aeração para mitigação de pulsação de pressão em alta carga. A ocorrência registrada é apresentada na Figura 39, na qual se observa um aumento da amplitude da pulsação de pressão na caixa espiral (ponto SC1) e no tubo de sucção (ponto DT1) no intervalo aproximado de de 0s a 28s, operando na condição sem aeração (Válvula Fechada). Também na Figura 39 está indicada a amplitude da pulsação com o sistema de aeração em condição normal (Válvula Aberta), sendo que para essa condição se observou um comportamento suavizado e ausência do fenômeno de instabilidade.

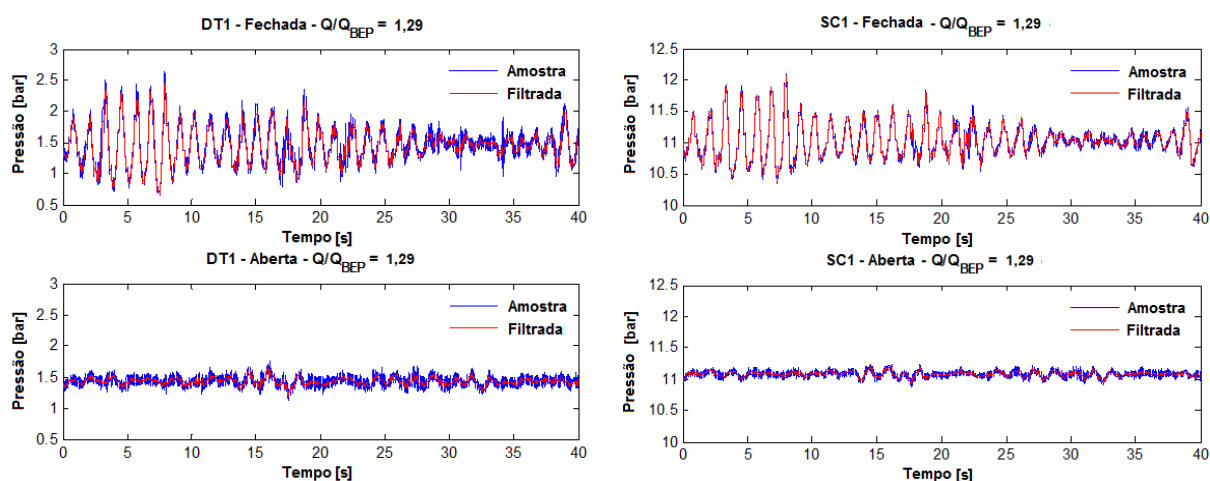


FIGURA 39– PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO – A) DT1; B) SC1
 FONTE: MARRA ET AL (2016)

O cálculo da vazão de aeração na turbina foi feito com base na queda de pressão entre os pontos 1 e 2 em uma das duas tubulações de admissão de ar de diâmetro $D=2''$. Para tanto, adaptou-se uma tomada piezométrica no ponto 2 para a medição da pressão manométrica P_{2m} do escoamento de ar durante os ensaios e posterior obtenção da velocidade por meio da equação de Bernoulli entre os pontos 1 e 2, conforme indicado na Figura 41:

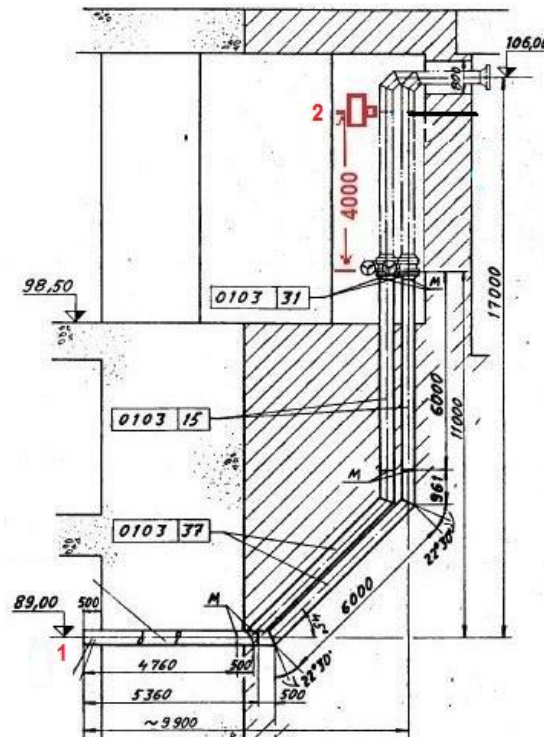


FIGURA 41 – TUBULAÇÕES DE AERAÇÃO – ADMISSÃO DE AR
FONTE: ADAPTADO DE ITAIPU 1982-d

Aplicando a equação de Bernoulli ao trecho da tubulação de comprimento L entre a tomada de ar (ponto 1) e o ponto de medição da subpressão (ponto 2), resulta na seguinte expressão para a velocidade do ar na tubulação

$$V_2 = \sqrt{\frac{2[P_{2m} + \gamma_{ar}(Z_2 - Z_1)]}{\rho_{ar}(1 + K + fL/D)}} \quad (3.1)$$

O coeficiente de atrito f foi obtido pela formula de Colebrook, resultando em 0,016. O coeficiente total K das perdas de carga singulares, uma entrada saliente e dois cotovelos, foi considerado igual a 0,2. O coeficiente total fL/D das perdas de carga distribuída resultou em 0,82, considerando $L=20,8m$ e $D=0,406m$. A diferença

entre as cotas $Z_2 - Z_1$ foi considerada igual a 15 m e a vazão obtida pela relação seguinte, onde A_t é a área da seção transversal de um tubo:

$$Q_{ar} = 2V_{2m}A_t \quad (3.2)$$

A medição de vazão na turbina foi feita pelo método de Winter-Kennedy, conforme equação (3.3), utilizando as tomadas piezométricas de pressão 18 e 20 da Figura 40 para a medição da pressão diferencial ΔP_{WK} . Os valores utilizados para a constante $K_{WK} = 287,4$ e para o expoente $\alpha = 0,493$ da equação (3.3) foram obtidos com dados pré-existentes, adquiridos por medição simultânea com o método absoluto de Gibson utilizado nos ensaios de determinação da eficiência da turbina da U18A, conforme indicado em ITAIPU (2011). Fundamentos do método Winter-Kennedy podem ser encontrados em Binaya (2016).

$$Q_{turb}[m^3/s] = K_{WK} \cdot (\Delta P_{WK}[mca])^\alpha \quad (3.3)$$

Os resultados dos ensaios no protótipo realizados na U09 com variação da aeração de interesse nesta pesquisa estão apresentados no Capítulo 7.

Em função dos ensaios 1 e 7 da Tabela 3.2 representarem adequadamente nas turbinas em estudo, respectivamente, os fenômenos do vórtice de carga parcial, e sua respectiva excitação forçada sobre o sistema hidráulico, e do vórtice de alta carga, com indícios de instabilidade hidráulica, estes foram escolhidos como referência das condições operativas para aplicação dos modelos matemáticos considerados nesta pesquisa, quais sejam: modelos HA, HD, Híbrido e Analíticos detalhados nos capítulos 4, 5 e 6. A Tabela 3.3 seguinte resume os dados destas duas condições operativas.

TABELA 3.3– PATAMARES DOS TESTES SELECIONADOS COMO REFERÊNCIA

Teste	Abertura do distribuidor [%]	\bar{P}_g [MW]	\bar{Q}/Q_{ot} [-]	\bar{Q} [m ³ /s]	H _n [m]	H ₂ [m]
1	48.80	455	0.75	433	~115	30
7	96.25	743	1.29	740	~114	30

3.4 DADOS COMPLEMENTARES DA TURBINA

Esta seção é dedicada à apresentação dos procedimentos adotados na determinação dos valores utilizados para o coeficiente de atrito no sistema hidráulico,

o coeficiente de descarga do distribuidor, os tempos de relaxamento da pressão e da temperatura do vapor de cavitação devido a oscilação do volume do vórtice de núcleo, bem como apresentar a curva de colina (H_n , Q) e os valores das pulsações de pressão previstas pelo projeto. A determinação dos parâmetros hidroacústicos C_c e χ e dos coeficientes de perdas K , ζ_2 e φ considerados nesta pesquisa estão indicados na seção 6.3.

3.4.1 Coeficiente de atrito no sistema hidráulico

Este parâmetro foi assumido como invariável nas simulações, portanto independente da vazão e da frequência de suas oscilações. Isto foi motivado pela pequena oscilação da vazão nas simulações com operação em carga e também pelos resultados satisfatórios obtidos nas simulações com rejeição de carga.

Visando a obtenção do valor constante mais realístico deste parâmetro, este foi tomado com base em medições existentes da perda de carga ΔH no conduto forçado da U18A, realizadas em 7/11/2008 nos ensaios de aceitação para verificação da eficiência da turbina, com vazão medida pelo método de Gibson. O valor considerado foi o valor médio obtido para os diversos patamares do ensaio, aplicando a equação de Darcy-Weisbach ($f = 2g \cdot D_h \cdot \Delta H \cdot A^2 / (L \cdot Q^2)$), resultando no valor médio de 0,021. Os dados da perda de carga medida no sistema de adução até a entrada da caixa espiral e das respectivas vazões estão apresentados na Tabela 3.4.

TABELA 3.4 - MEDIÇÃO DE PERDA DE CARGA NO CONDUTO FORÇADO DA U18A

Q [m³/s]	405,4	488,9	576,7	602,5	629,2	663,2	689,1	696,2	701,3	721,8
ΔH [m]	0,97	1,05	1,14	1,14	1,22	1,23	1,29	1,25	1,36	1,39

FONTE: ITAIPU (2011)

3.4.2 Coeficiente de descarga do distribuidor

O coeficiente de descarga C_d do distribuidor da turbina, necessário para o cálculo da resistência hidráulica do distribuidor, foi calculado utilizando a equação (3.4) com dados de medições existentes da pressão na entrada da caixa espiral (H_1) e na região intermediária entre as palhetas do distribuidor e a roda da turbina (H_d).

$$C_d = Q / (A_r \sqrt{2g \cdot \Delta h}) \quad (3.4)$$

As medições consideradas foram obtidas de dados disponíveis do ensaio de estabilidade hidráulica realizado no comissionamento da U16 da UHI em 28/06/1990, cujos dados são apresentados na Tabela 3.5.

TABELA 3.5 MEDIÇÃO DO COEFICIENTE DE DESCARGA DO DISTRIBUIDOR

y [%]	12,1	21,0	27,0	33,7	40,0	46,3	52,4	60,2	68,3	80,3	100
y [m]	0,072	0,124	0,160	0,199	0,237	0,274	0,310	0,356	0,404	0,475	0,592
A_r [m ²]	3,82	6,63	8,52	10,64	12,62	14,6	16,54	19,00	21,56	25,34	31,57
Q[m ³ /s]	69,6	142,3	192,5	257,2	315,8	373,8	429,1	500,6	567,7	650,9	765,3
H_1 [m]	132,3	132,3	132,2	132,1	132,0	131,8	131,6	131,4	131,1	130,7	130,0
H_d [m]	76,4	80,5	86,8	77,4	76,7	87,6	82,1	91,1	96,4	106,4	122,3
ΔH_{1d} [m]	55,9	51,8	45,4	54,7	55,3	44,2	49,5	40,3	34,7	24,3	7,7
C_d	0,55	0,67	0,76	0,74	0,76	0,87	0,83	0,94	1,01	1,18	1,96

FONTE: ITAIPU (1993)

Em função das medições apresentadas na Tabela 3.5 não terem sido feitas com o objetivo de determinar o coeficiente de descarga, podendo conter desvios nos valores apresentados, principalmente quanto à medição da vazão e a altura manométrica H_d a jusante do distribuidor, foi feita a determinação deste coeficiente utilizando dados de duas simulações CFD para as condições operativas e resultados apresentados na Tabela 3.6, incluindo a consideração da tomada de pressão para H_1 na entrada da caixa espiral, conforme medições em protótipo da Tabela 3.5, e a montante do pré-distribuidor da turbina.

TABELA 3.6 – DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE DESCARGA POR CFD

Parâmetro	ΔH_{1d} com H1 a montante do pré-distr.		ΔH_{1d} com H1 na entrada caixa espiral	
y [%]	48,0	96,0	48,0	96,0
y [m]	0,284	0,568	0,284	0,568
A_r [m ²]	15,15	30,3	15,15	30,3
Q[m ³ /s]	410,0	703,3	410,0	703,3
H ₁ [m]	153,4	134,9	155,4	142,5
H _d [m]	106,2	118,2	106,2	118,2
ΔH_{1d} [m]	47,2	16,8	49,2	24,3
C_d	0,89	1,28	0,87	1,06

A comparação dos valores do coeficiente de descarga obtidos por medições no protótipo para as aberturas de 46,3% (0,87) e 100% (1,96) com os obtidos com dados de simulações CFD para as aberturas de 48% (0,89) e 96% (1,28) apresentaram excelente aderência próxima a aberturas intermediárias e uma diferença em torno de 53% próxima da abertura máxima, considerando a tomada de pressão H1 a montante do pré-distribuidor. Considerando a tomada de H1 no CFD na entrada da caixa espiral a diferença no valor de C_d foi de 85%. Assim sendo, os valores considerados para este parâmetro foram baseados em CFD.

3.4.3 Tempo de relaxamento do volume de cavitação

Os tempos de relaxamento da pressão e da temperatura do vapor da cavitação devidos a oscilação do volume do vórtice de núcleo de alta carga, necessários para a determinação da viscosidade *bulk* no cálculo da resistência termodinâmica, foram avaliados pelo parâmetro global da equação (4.43), a partir dos dados dos estudos de Pezzinga (2003) em função da razão mg/m^3 da fase vapor na cavitação. Com base nestes dados, obteve-se uma relação do tempo de relaxamento para com a razão H/Q [m/(m³/s)]. A extrapolação da regressão linear desta relação para a condição operativa de alta carga desejada, possibilitou a obtenção do valor do tempo global para a condição $H/Q = 114/740 = 0,154$, resultando em um valor para esse de 0,208s. Os dados considerados e a análise feita estão apresentados na

Tabela 3.7 em ordem crescente dos tempos de relaxamento, porém respeitando a denominação das respectivas corridas C_i do ensaio de Pezzinga (2003):

TABELA 3.7 - DETERMINAÇÃO DO TEMPO GLOBAL DE RELAXAMENTO DA CAVITAÇÃO

Dados do modelo de Pezzinga					Relação H/Q	
Ensaio	Q [l/s]	H [m]	mg/m ³	Θ (ms)	[m/(l/s)]	[m/(m ³ /s)]
C9	0,786	26,09	50	1	33,19	0,0332
C7	0,811	15,77	55	3	19,45	0,0194
C2	0,39	4,64	9	5	11,90	0,0119
C4	0,839	7,04	70	6	8,39	0,0084
C8	0,678	26,77	55	9	39,48	0,0395
C3	0,533	5,84	35	11	10,96	0,0110
C5	0,428	13,7	13	14	32,01	0,0320
C1	0,227	4,53	5	17	19,96	0,0200
C10	0,799	35,17	23	26	44,02	0,0440

Regressão: $H/Q \text{ [m/(m}^3\text{/s)]} = 0,0007 \Theta \text{ [ms]} + 0,0168$

$H/Q = 114/740 = 0,154$ $\Theta = 0,196 \text{ s}$

FONTE: ADAPTADO DE PEZZINGA (2003)

3.4.4 Comportamento hidráulico transposto do modelo reduzido

A predição do comportamento hidráulico do protótipo prevista pelo projeto foi baseada nos ensaios de modelo reduzido, com resultados transpostos para a escala do protótipo, conforme informações constantes em ITAIPU (1982). O resultado da transposição resultou no diagrama de flutuação de pressão no tubo de sucção disposto na curva de colina da turbina. No referido diagrama consta a informação da pulsação de pressão percentual, na forma de $\Delta H/H$ pico a pico, e da frequência dominante f da pulsação, na forma de f/f_n , onde f_n é frequência de rotação da turbina. O diagrama da pulsação (flutuação) de pressão é apresentado na Figura 42, bem como a marcação dos pontos de alta carga e carga parcial, na queda líquida de 114,0m, considerados como referência nesta pesquisa.

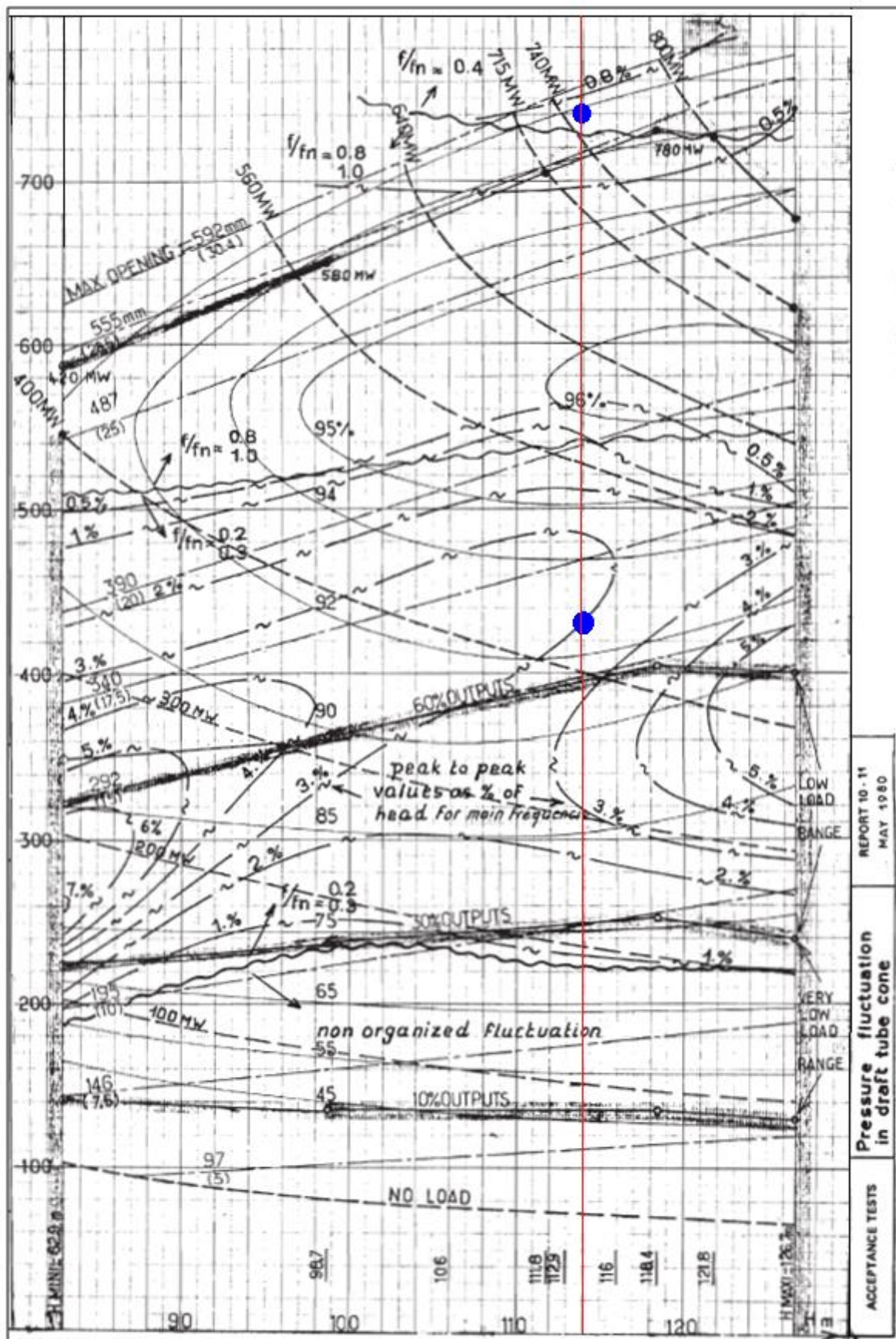


FIGURA 42- DIAGRAMA DE FLUTUAÇÃO DE PRESSÃO NO TUBO DE SUÇÃO
FONTE: ADAPTADO DE ITAIPU (1982-a)

3.5 SIMULAÇÕES PRELIMINARES DO ESCOAMENTO 3D

O objetivo geral das simulações preliminares do escoamento 3D foi avaliar previamente os modelos matemático e geométrico, a discretização espacial e temporal e a configuração geral da solução numérica adotada na qualidade dos resultados e na habilidade dos modelos considerados na predição dos fenômenos, comparando-os com resultados disponíveis de medições realizadas anteriormente no modelo reduzido e/ou em protótipos da UHI.

Os principais alcances específicos dos estudos preliminares relativos às simulações do escoamento 3D foram de verificar a influência nos resultados da solução RANS das equações governantes do escoamento na turbina quanto à habilidade dos modelos de turbulência *SST*, *k- ϵ* , *k- ω* , malhas espaciais, passo de tempo, intervalo de simulação, extensão do domínio do sistema hidráulico, da consideração de escoamento monofásico incompressível ou bifásico compressível e demais configurações da CFD na predição da amplitude e da frequência das pulsações de pressão no sistema hidráulico com a turbina operando fora do ponto de projeto, em carga parcial e em alta carga. O detalhamento e os resultados desses estudos preliminares, incluindo as comparações com dados disponíveis de medições no modelo reduzido e em protótipos da UHI, estão disponíveis no Apêndice 2.

As principais constatações das simulações 3D preliminares podem ser resumidas em:

- a) Nas simulações monofásicas em carga parcial, todas as configurações de modelos de turbulência e malhas testadas representaram satisfatoriamente a forma e a frequência do vórtice e proporcionaram consistência na atenuação da pulsação de pressão na caixa espiral com relação à pulsação forçada no tubo de sucção, porém não proporcionaram o atingimento da pressão de vapor no vórtice de núcleo prevista pelo modelo reduzido para a condição operativa simulada. Contudo, de forma abrangente, a configuração da malha mais refinada (M3) usada nas simulações preliminares em concomitância com o modelo de turbulência *SST* apresentaram os melhores resultados;
- b) Nas simulações monofásicas em alta carga, todas as configurações de modelos de turbulência e malhas testadas representaram

satisfatoriamente a forma do vórtice e proporcionaram o atingimento da pressão de vapor no vórtice de núcleo, porém a dinâmica (amplitude e frequência) da pulsação de pressão não foi captada, tanto no domínio parcial (sem o sistema de adução da turbina) quanto com domínio completo (incluindo o sistema de adução da turbina). Contudo, a configuração composta pela malha mais refinada M3 e o modelo de turbulência SST apresentaram melhor proporcionalidade dimensional com o vórtice observado no modelo reduzido;

- c) As simulações bifásicas em alta carga e domínio completo capturaram satisfatoriamente a dinâmica do vórtice no protótipo em amplitude e frequência, visto que o erro para maior na amplitude foi de aproximadamente 33%, bem como uma discreta tendência à instabilidade denotada pelo pequeno ganho na amplitude da pressão da caixa espiral com relação ao tubo de sucção. Contudo, é importante ressaltar que o sistema de mitigação das pulsações de pressão no protótipo por aeração atmosférica estava operante durante o ensaio e modelo matemático não considera a ação deste sistema de mitigação;
- d) Uma comparação mais realística para a condição de alta carga requer que no ensaio do protótipo o sistema de aeração possa ser inibido ou que este sistema de mitigação seja contemplado nos modelos matemáticos, bem como os efeitos da flexibilidade e da viscoelasticidade das paredes do contorno de todo o sistema hidráulico;
- e) As comparações dos resultados da pulsação de pressão pelo CFD com os resultados advindos do modelo reduzido indicaram grande diferença, salientando o alto risco de validação da predição de pulsação de pressão no protótipo na etapa de projeto baseando somente nos testes de bancada quando uma ressonância ou instabilidade hidráulica ocorrer na bancada ou não puder ser descartada no protótipo, conforme preconiza a norma IEC 60193 (1999).

4 SOLUÇÃO DOS MODELOS UNIDIMENSIONAIS DO ESCOAMENTO

4.1 MODELAGEM GEOMÉTRICA UNIDIMENSIONAL DO SISTEMA HIDRÁULICO

A modelagem geométrica unidimensional do sistema hidráulico da Figura 29 considera que todo o circuito tem seção transversal circular, respeita as áreas das seções na interface de seus elementos e proporciona uma transição linear destas áreas nos trechos com variação de seção. Procedendo desta forma, obtiveram-se as modelagens indicadas na Figura 35.

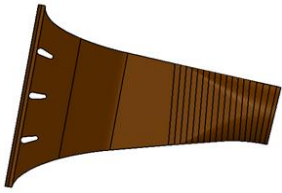
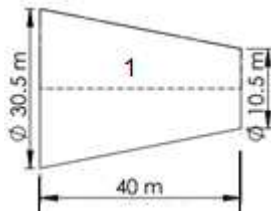

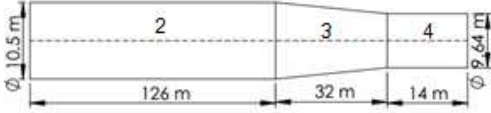

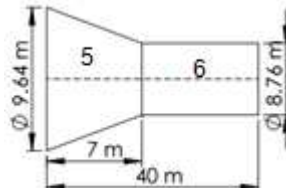

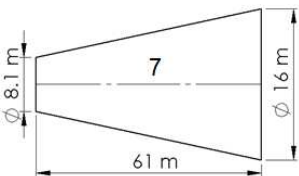
Elementos	Geometria Real	Modelagem Geométrica
Tomada de água		
Conduto forçado		
Caixa espiral		
Tubo de sucção		

FIGURA 43– MODELAGEM GEOMÉTRICA 1D DO SISTEMA HIDRÁULICO DA UHI
 FONTE: ACERVO CEASB E ADAPTADO DE MARRA ET AL (2017)

De acordo com a modelagem geométrica apresentada na Figura 35, considerando uma variação linear do diâmetro hidráulico nos trechos dos elementos

com seção variável, obteve-se a seguinte variação longitudinal para o diâmetro do sistema hidráulico unidimensional completo, conforme figura seguinte:

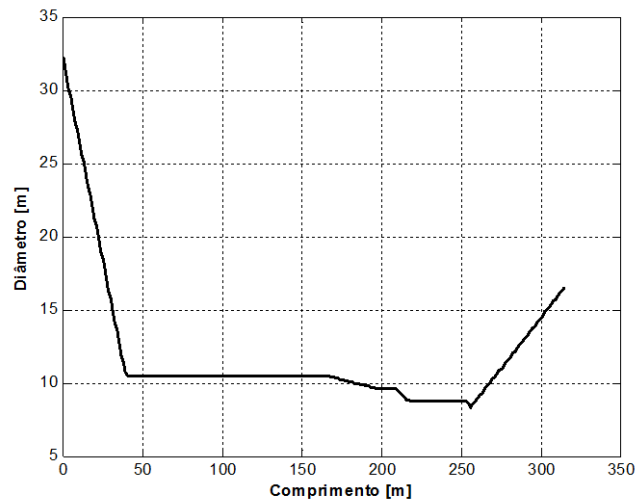


FIGURA 44– VARIAÇÃO LONGITUDINAL DO DIÂMETRO DO SISTEMA HIDRÁULICO

Contudo, nas rotinas utilizadas, o diâmetro nos trechos de seção variável dos elementos da Figura 35 foi programado conforme a expressão da equação (4.1), onde l é o comprimento do trecho considerado e os índices ' e ' o diâmetro na entrada e ' s ' o diâmetro na saída do respectivo trecho.

$$D(x) = D_e + \left(\frac{D_s - D_e}{l} \right) x \quad (4.1)$$

4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ELEMENTOS HIDRÁULICOS 1D

Além dos elementos físicos de tubos decorrentes da discretização da modelagem geométrica unidimensional apresentada no item anterior, outros elementos hidráulicos influenciam o escoamento e devem ser considerados em sua solução. A equação (1.68) e sua forma reduzida da equação (1.69) foram obtidas para o escoamento 1D em um elemento de tubo elástico. Similarmente, as equações governantes para os demais tipos de elementos do sistema hidráulico da turbina são demonstradas nesta sessão, aplicando a analogia com os circuitos elétricos e adotando-se o mesmo esquema central de posicionamento das variáveis (Q , H), o esquema de Lax para a vazão citados na sessão 2.3.3 e a aproximação das derivadas parciais e da vazão média nos elementos conforme equação (1.67). No entanto, as

variáveis de estado (Q, H) serão doravante denominadas de (Q, h) , mantendo o mesmo significado e representação originalmente apresentado. Desta forma, o vetor das variáveis de estado passa de $\vec{x} = (H_{i+1/2}, Q_i, Q_{i+1})$ para $\vec{x} = (h_{i+1/2}, Q_i, Q_{i+1})$.

Para o cumprimento dos objetivos desta pesquisa, foram considerados na modelagem unidimensional do sistema hidráulico indicado na Figura 29 os diferentes elementos indicados a seguir:

- **Elemento de tubo rígido:** aplicável aos trechos em concreto armado do conduto forçado e no tubo de sucção;
- **Elemento de tubo elástico:** aplicável aos trechos do conduto com tubulação metálica exposta ou embutida e alternativamente aos trechos modelados como tubo rígido. Ressalta-se que além da deformação de Poisson, os trechos embutidos têm uma liberdade radial de movimento devido à manta de feltro entre a tubulação metálica e o concreto;
- **Elemento de tubo viscoelástico:** aplicável aos trechos de tubulação metálica, exposta ou embutida e alternativamente nos trechos modelados como tubo elástico. Este elemento considera adicionalmente ao elemento de tubo elástico os efeitos viscoelásticos (taxa de deformação) do fluido e da tubulação;
- **Elemento de tubo termodinâmico:** aplicável apenas aos elementos do circuito correspondente ao trecho do tubo de sucção que contém o volume cavitante, para consideração da dissipação adicional de energia (em relação a um elemento de tubo viscoelástico) no trabalho de variação do volume de cavitação do vórtice com a pressão, ou seja, pela compliância;
- **Elemento de regulador e conversor de energia:** aplicável à turbina como elemento concentrado de ajuste da vazão no sistema pelo distribuidor e de transformação de energia hidráulica em energia mecânica no eixo pela roda hidráulica;
- **Elemento de válvula:** aplicável ao distribuidor de modo a proporcionar a variação da vazão durante o transitório após uma rejeição de carga;
- **Elemento de tubo de alívio:** aplicável ao elemento concentrado correspondente ao ramal em menor diâmetro para purga de ar do conduto forçado localizada próximo à tomada de água na barragem,

operando dinamicamente como uma mini-chaminé de alívio de sobrepressão;

- **Elemento de fonte de momento:** aplicável ao momento induzido no fluido pela precessão do núcleo do vórtice, o qual é o responsável pela componente assíncrona da excitação, conforme apresentado na seção 2.2.2 e Figuras 12 e 13. Será assumido que esta excitação é independente da cavitação (ou Ψ_{σ});
- **Elemento de fonte de massa:** aplicável à contribuição da flutuação do volume do vórtice de núcleo (dV_c/dt) na flutuação da vazão no elemento;

4.2.1 Elemento de tubos viscoelástico, elástico e rígido

De acordo a Mecânica do Contínuo, em Lai (2010), os materiais viscoelásticos apresentam um comportamento dinâmico proporcional à deformação lateral específica ε e à sua taxa de deformação $d\varepsilon/dt$. Tais fenômenos correspondem no elemento de tubo viscoelástico a presença de elasticidade e amortecimento transversais para a parede do tubo e, para o fluido, compressibilidade e amortecimento radiais. Estes fenômenos podem ser associados em dois modelos reológicos de Kelvin-Voigt em série, conforme ilustrado na Figura 45-a. Na analogia elétrica, os efeitos da rigidez (elasticidade da parede e compressibilidade do fluido) correspondem ao comportamento de um capacitor e o efeito do amortecimento proporcionado pela viscosidade corresponde à dissipação em um resistor.

Em sintonia com o modelo reológico, a consideração dos parâmetros relativos à viscoelasticidade da parede do tubo e do fluido introduz uma capacitância a mais em paralelo com aquela relativa do elemento elástico, e duas resistências em paralelo entre si e em série com as referidas capacitâncias, compondo os parâmetros equivalentes C_{ve} e R_{ve} . Dentre as resistências, uma é relativa ao tubo e a outra ao fluido. Desta forma, o circuito elétrico correspondente à modelagem unidimensional de um elemento diferencial de um tubo viscoelástico pressurizado por uma linha piezométrica de um fluido, encontra-se indicado na Figura 45-b:

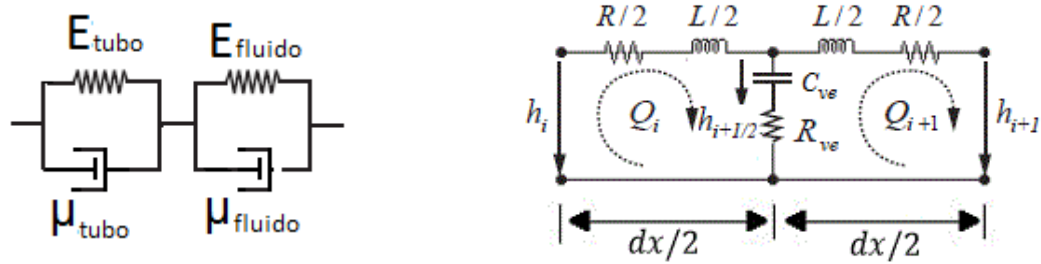


FIGURA 45 – A) ESQUEMA REOLÓGICO DA VISCOELASTICIDADE; B) CIRCUITO ELÉTRICO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 45-b obtém-se a equação (4.2) na forma de sistema e a equação (4.3) na forma matricial.

$$\begin{cases} C_{ve} \frac{d}{dt} h_{i+1/2} + Q_{i+1} - Q_i = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_i + \left(\frac{R}{2} + R_{ve} \right) Q_i - R_{ve} Q_{i+1} + h_{i+1/2} = h_i \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_{i+1} + \left(\frac{R}{2} + R_{ve} \right) Q_{i+1} - R_{ve} Q_i - h_{i+1/2} = h_{i+1} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} C_{ve} & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{ve} & -R_{ve} \\ -1 & -R_{ve} & R/2 + R_{ve} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Para o caso em que os efeitos viscoelásticos do tubo e do fluido sejam negligenciáveis, a capacitância reduz-se apenas àquela associada à elasticidade da parede e o termo R_{ve} se anula, recaindo no caso de um elemento de tubo elástico, conforme segue:

$$\begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & R/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Para o caso de um tubo rígido, a equação acima prevalece, exceto quanto à participação dos efeitos elásticos da parede e do fluido na composição da compliância C , que devem ser negligenciados para que a velocidade da onda tenha seu valor máximo possível, cujo limite é a velocidade do som no meio. A seguir, apresenta-se a demonstração dos parâmetros devido à viscoelasticidade indicados na Figura 45-b.

De acordo a Mecânica do Contínuo, apresentada em Lai (2010), os materiais viscoelásticos apresentam um comportamento dinâmico proporcional à deformação específica $\varepsilon = dD/D$ e à sua taxa de deformação $d\varepsilon/dt$, tal que:

$$\sigma = E_t \varepsilon + \mu_t \frac{d\varepsilon}{dt} = E_t \frac{dD}{D} + \mu_t \frac{d(dD/D)}{dt} = E_t \frac{dD}{D} + \mu_t \frac{1}{D} \frac{d(dD)}{dt}. \quad (4.5)$$

Tendo em conta que o volume do elemento diferencial do tubo é dado por $dV = \pi/2 D dD dx$ e substituindo na equação anterior a expressão correspondente ao diferencial dD , resulta em:

$$\sigma = E_t \frac{2}{\pi D^2 dx} dV + \mu_t \frac{1}{D} \frac{d}{dt} \left(\frac{2dV}{\pi D dx} \right). \quad (4.6)$$

Considerando a vazão ‘armazenada’ devida viscoelasticidade do tubo como $Q_t = dV/dt$ e substituindo na equação anterior o valor correspondente à dV , fica:

$$\sigma = E_t \frac{2}{\pi D^2 dx} Q_t dt + \mu_t \frac{2}{\pi D^2 dx} Q_t. \quad (4.7)$$

Derivando em relação ao tempo, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{2E_t}{\pi D^2 dx} Q_t + \frac{2\mu_t}{\pi D^2 dx} \frac{dQ_t}{dt}. \quad (4.8)$$

Outra expressão para $d\sigma/dt$ pode ser obtida com relação à altura piezométrica $h = p/\rho g + z$. Derivando esta expressão em relação ao tempo e admitindo $dz/dt = 0$, obtém-se que $dh/dt = 1/(\rho g) dp/dt$. Substituindo o valor de dp/dt na expressão equação 1.45, obtém-se:

$$E_t \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{e} \rho g \frac{dh}{dt}. \quad (4.9)$$

Lembrando que $dA/A = \varepsilon$ e que pela Lei de Hook a variação temporal da tensão $d\sigma/dt = E d\varepsilon/dt$, a equação anterior fica:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{D\rho g}{e} \frac{dh}{dt}. \quad (4.10)$$

Igualando as expressões de (4.8) e (4.10), fazendo $\pi D^2 = A$ e isolando o termo dh/dt , obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2E_t e}{AD\rho g dx} Q_t + \frac{2\mu_t e}{AD\rho g dx} \frac{dQ_t}{dt}, \quad (4.11)$$

onde o coeficiente do primeiro termo é o inverso da capacitância do tubo $C_{tubo} = C_t$ e o coeficiente do segundo termo é o parâmetro resistência $R_{tubo} = R_t$. Integrando

(4.11) em relação ao tempo, obtém-se a variação temporal da altura piezométrica com os efeitos viscoelásticos do tubo:

$$h = \frac{I}{C_t} \int Q_t dt + R_t Q_t . \quad (4.12)$$

De forma similar à parede do tubo, os efeitos viscoelásticos do fluido na altura piezométrica da pressão no tubo podem ser obtidos aplicando-se o conceito de viscoelasticidade da Mecânica do Contínuo a um fluido compressível, segundo Lai (2010). Assim sendo, para o fluido de pressão p , tem-se:

$$p = E_f \varepsilon + \mu_f \frac{d\varepsilon}{dt} . \quad (4.13)$$

Fazendo $\varepsilon = d\rho/\rho$, substituindo na expressão acima e derivando em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{E_f}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\mu_f}{\rho} \frac{d^2\rho}{dt^2} . \quad (4.14)$$

Expressando a vazão 'armazenada' devida à compressibilidade do fluido como $Q_f = -V(d\varepsilon/dt) = -V/\rho(dp/dt)$, considerando a derivada temporal da altura piezométrica $h = p/\rho g + z$ como sendo $dh/dt = I/(\rho g) dp/dt$ e o volume do elemento diferencial dado por $V = A dx$, substituindo na equação anterior e rearranjando termos, obtém-se:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E_f}{A \rho g dx} Q_f + \frac{\mu_f}{A \rho g dx} \frac{dQ_f}{dt} . \quad (4.15)$$

onde o coeficiente do primeiro termo é o inverso da capacitância do fluido $C_{fluido} = C_f$ e o coeficiente do segundo termo é o parâmetro resistência $R_{fluido} = R_f$. Integrando (4.15) em relação ao tempo, obtém-se a variação temporal da altura piezométrica com os efeitos viscoelásticos do fluido:

$$h = \frac{I}{C_f} \int Q_f dt + R_f Q_f \quad (4.16)$$

A composição das contribuições elásticas e viscoelásticas da parede do tubo e da compressibilidade do fluido na capacitância equivalente C_{ve} e na resistência equivalente R_{ve} devem ser feitas em compatibilidade com o esquema reológico da Figura 45-a, ou seja:

$$C = C_{tubo} + C_{fluido} \quad \frac{I}{R_{ve}} = \frac{I}{R_{tubo}} + \frac{I}{R_{fluido}} \quad (4.17)$$

$$R_{ve} = \frac{\mu_{eq}}{\rho g A dx} \quad ; \quad \mu_{eq} = \frac{1}{d/(\mu_t e) + 1/\mu_f} \quad (4.18)$$

4.2.2 Elemento de distribuidor

Este elemento com função exclusiva de uma válvula será utilizado apenas nas simulações dos transitórios hidráulicos após uma rejeição brusca de carga na turbina. Para as simulações dos transientes (Q , H) no sistema hidráulico com a turbina em operação normal, seja em baixa ou alta carga, será utilizado o elemento conversor de energia descrito no item seguinte, o qual engloba no mesmo o ajuste de vazão feito pelo distribuidor.

O distribuidor da turbina será modelado como um elemento hidráulico concentrado, similar a uma válvula com abertura variável, como ilustrado na Figura 46-a. A modelagem matemática foi feita acrescentando-se uma resistência elétrica variável (varistor) R_v ao circuito elétrico equivalente de um elemento de tubo elástico, conforme indicado na Figura 46-b. Desta forma, R_v varia de um valor mínimo, correspondente à válvula totalmente aberta, a um valor infinito, correspondente à válvula totalmente fechada. Os valores de R , L e C serão tomados baseados na geometria à caixa espiral.

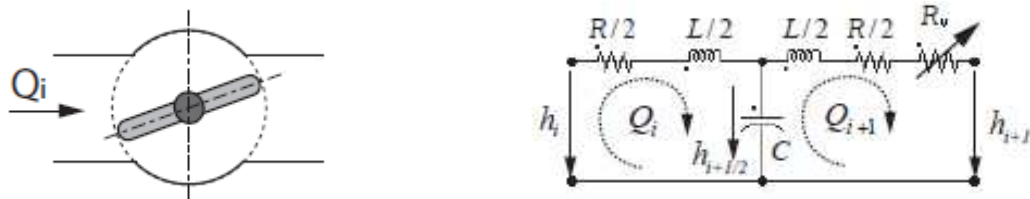


FIGURA 46 - A) ELEMENTO DE VÁLVULA; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Resolvendo o circuito elétrico equivalente da Figura 46-b, obtém-se a representação matemática do elemento hidráulico correspondente ao distribuidor na forma de sistema (equação (4.19)) e na forma matricial (equação (4.20)), como segue:

$$\begin{cases} C \frac{d}{dt} h_{i+1/2} + Q_i - Q_{i+1} = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_i + \frac{R}{2} Q_i + h_{i+1/2} = h_i \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_{i+1} + \left(\frac{R}{2} + R_v \right) Q_{i+1} - h_{i+1/2} = h_{i+1}, \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & (R/2 + R_v) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

A resistência elétrica R_v no elemento é variável com a vazão Q e será determinada pela expressão seguinte, conforme Avellan et al. (2001), onde A_r é a área livre de passagem da vazão do fluido e C_d é o coeficiente de descarga:

$$R_v = \frac{|Q|}{2gC_d^2 A_r^2}. \quad (4.21)$$

O coeficiente de descarga C_d é um parâmetro característico de uma válvula ou distribuidor da turbina e varia com a abertura ou área livre de passagem do fluido. A figura seguinte ilustra a variação unitária deste parâmetro na faixa entre as posições fechada e aberta de uma dada válvula, bem como a relação unitária das respectivas áreas, tomando como referência o valor destes para uma abertura equivalente à seção transversal do tubo em que a mesma se insere.

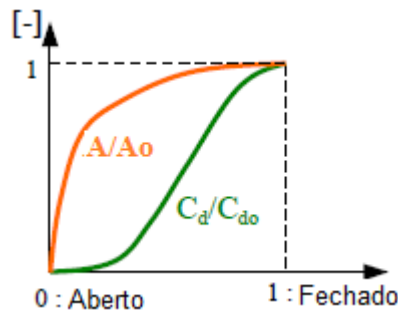


FIGURA 47- A) CURVA UNITÁRIA DO COEFICIENTE DE DESCARGA DA VÁLVULA
FONTE: ADAPTADO DE AVELLAN (2001).

O coeficiente de descarga C_d função da área livre do distribuidor da turbina foi calculado usando a relação da equação (4.22), onde Δh é perda de carga no distribuidor, dada pela diferença da pressão piezométrica entre montante e jusante das palhetas do distribuidor em função da área livre do distribuidor e da vazão.

$$C_d = Q / (A_r \sqrt{2g \cdot \Delta h}) \quad (4.22)$$

4.2.3 Conversor de energia

A turbina hidráulica será modelada como um elemento concentrado que converte a energia hidráulica correspondente à queda líquida H_t do fluido em trabalho mecânico T , e que ajusta a vazão na turbina por meio de dissipação da energia hidráulica no distribuidor. Pela analogia elétrica, as variações no trabalho mecânico produzem efeitos de inércia que podem ser associados ao comportamento de uma indutância L_t , e a dissipação no distribuidor ao comportamento da circulação da corrente em um resistor elétrico R_t , conforme ilustrado na figura seguinte:

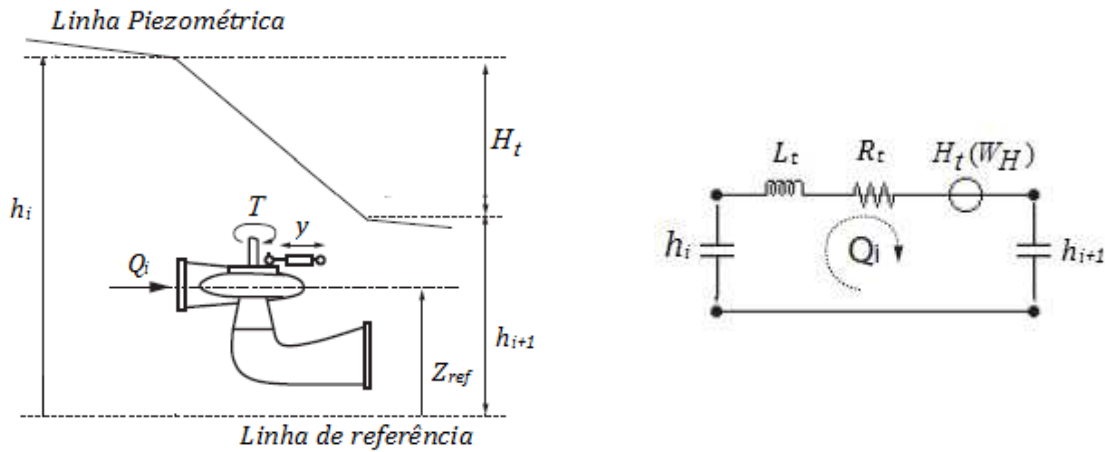


FIGURA 48 - A) ELEMENTO DE TURBINA; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Aplicando a segunda lei de Kirchhoff ao circuito equivalente da turbina, obtém-se a representação matemática do elemento hidráulico correspondente à turbina, conforme expressão seguinte, onde h_i e h_{i+1} são respectivamente as alturas piezométricas na entrada da turbina e na saída do tubo de sucção:

$$L_t \frac{dQ_i}{dt} + R_t Q_i = -H_t + h_i - h_{i+1} . \quad (4.23)$$

A variação da queda líquida H_t na turbina decorrente de alteração nos parâmetros operativos Q (descarga), torque mecânico (T) e abertura do distribuidor (y) pode ser expressa conjuntamente em função do parâmetro W_H , conforme Wylie e Streeter (1978), dado pela seguinte expressão:

$$W_H(\theta) = \frac{\xi}{g^2 + v^2} . \quad (4.24)$$

onde ξ, ϑ, v são variáveis adimensionais dadas por:

$$\xi = \frac{H_t}{H_r} \quad \vartheta = \frac{Q}{Q_r} \quad v = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (4.25)$$

A substituição destas variáveis adimensionais nas relações unitárias hidráulicas da turbina permite adimensionalizá-las, possibilitando obter uma representação adimensional da curva de colina da turbina, denominada de curva de colina polar, de maior facilidade para implementação nas simulações numéricas que envolvem a variação de seus parâmetros operativos, como por exemplo no transiente hidráulico após uma rejeição de carga. A figura seguinte ilustra a curva de colina polar de uma dada turbina.

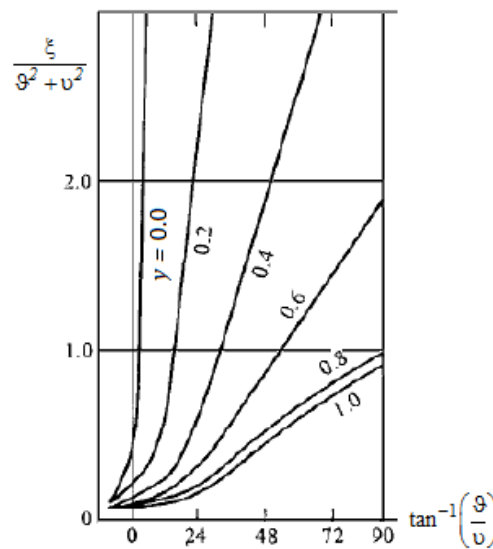


FIGURA 49- CURVA DE COLINA POLAR
FONTE: ADAPTADO DE WYLIE et STREETER (1978)

A resistência R_t da turbina será assumida como sendo igual à resistência R_v do distribuidor, dada na seção 4.2.2, pois a resistência dos demais órgãos da turbina é muito menor que a do distribuidor e suas perdas estão consideradas na eficiência da turbina.

A variação da rotação com a condição operativa pode ser obtida pela integração da equação do momento aplicada ao conjunto girante do hidrogerador, dada pela expressão seguinte, onde J é o momento de inércia de rotação e T_m o torque eletromagnético no gerador, o qual se anula instantaneamente para o caso de uma rejeição de carga com desconexão abrupta do sistema elétrico, provocando uma aceleração na velocidade do conjunto girante governada pela equação seguinte, conforme Chaudry (2014),

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_t - T_m \quad (4.26)$$

4.2.4 Tubo termodinâmico

O tubo de sucção é a região do sistema hidráulico da turbina onde se desenvolve os vórtices de núcleo cavitante. De acordo com Alligné (2011), a dissipação de energia devida à compliância do volume de cavitação destes vórtices não deve ser desprezada. Em função deste processo romper o equilíbrio termodinâmico entre o volume de cavitação e o líquido em torno do mesmo, a viscosidade total (*bulk*) participante da equação de Navier-Stokes é adequada para modelar a dissipação de energia pelo processo termodinâmico sem atrito inerente a um fluxo cavitante em tubulação, conforme validação pelo experimento de Pezzinga (2003). Não obstante, vale ressaltar que os vórtices cavitantes de núcleo de baixa-carga e de alta-carga que ocorrem no tubo de sucção de uma turbina apresentam componentes além das reproduzidas no referido experimento.

De forma similar ao modelo reológico de Kelvin-Voigt utilizado para considerar os efeitos viscoelásticos, os efeitos termodinâmicos da dissipação de energia associada à compliância dos vórtices cavitantes de núcleo no tubo de sucção também podem ser representados em um modelo reológico que considere os meios envolvidos nos elementos discretizados desta região, constituídos pelo material da parede, do fluido líquido e pelo volume de vapor da cavitação. O esquema reológico deste fenômeno e seu circuito elétrico correspondente estão respectivamente ilustrados nas imagens das Figura 50-a e Figura 50-b, onde os índices *c*, *l* e *p* referem-se, respectivamente, ao volume de cavitação, ao líquido e à parede:

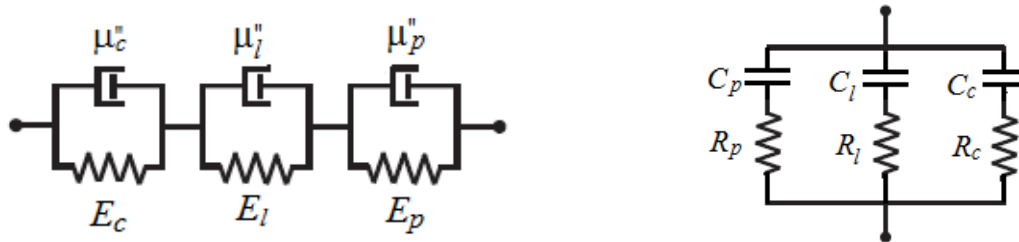


FIGURA 50 - a) ESQUEMA REOLOGICO TERMODINÂMICO; b) CIRCUITO ELÉTRICO
FONTE: ADAPTADO DE ALLIGNÉ (2011)

Tendo em conta que na modelagem unidimensional todos os meios estão sujeitos à mesma pressão (ou tensão elétrica), e considerando que a compliância da cavitação é muito superior que à da parede e do fluido, esta oferece uma menor impedância ($1/\omega C$) à circulação da corrente, de modo que a dissipação tende a ocorrer basicamente no ramo correspondente à cavitação. Assim sendo, desprezando a contribuição de C_p , a dissipação devida à deflexão da parede do tubo pode ser negligenciada e a do fluido considerada no modelo de mistura homogênea, modificando o valor da compliância do líquido para $C = (1-\beta)C_o$ e considerando a resistência da mistura como uma única resistência, denominada de resistência termodinâmica. Desta forma, acrescentando no circuito elétrico correspondente ao elemento elástico os parâmetros associados ao processo de dissipação termodinâmica, obtém-se o modelo para os elementos termodinâmicos no tubo de sucção, conforme esquema da Figura 51-a. Substituindo as capacitâncias em paralelo pela capacitância equivalente $C_{eq} = (1-\beta)C_o + C_c$ obtém-se o circuito da Figura 51-b

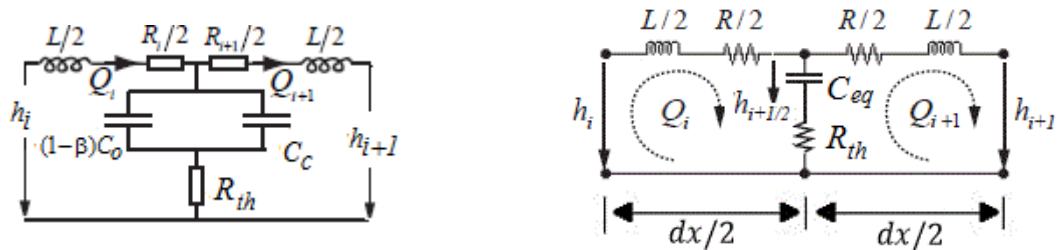


FIGURA 51 - a) ESQUEMA DO ELEMENTO TERMODINÂMICO; b) CIRCUITO ELÉTRICO
FONTE: ADAPTADO DE ALLIGNÉ (2011)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 51-b obtém-se a conjunto de equações seguinte:

$$\begin{cases} C_{eq} \frac{d}{dt} h_{i+1/2} + Q_{i+1} - Q_i = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_i + \left(\frac{R}{2} + R_{th} \right) Q_i - R_{th} Q_{i+1} + h_{i+1/2} = h_i \\ \frac{L}{2} \frac{d}{dt} Q_{i+1} + \left(\frac{R}{2} + R_{th} \right) Q_{i+1} - R_{th} Q_i - h_{i+1/2} = h_{i+1} \end{cases} \quad (4.27)$$

Em forma matricial, o sistema acima fica:

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

A resistência termodinâmica R_{th} pode ser estimada a partir da equação (1.87) de Navier-Stokes, para fluido Newtoniano compressível. Desprezando o termo convectivo da derivada material desta equação e rearranjando, obtém-se:

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho b_j + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \mu_v \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} . \quad (4.29)$$

Para escoamento unidimensional na direção \vec{x} , a representação da equação anterior em coordenadas cilíndricas pode ser obtida de Lai (2010) para escoamento tridimensional, que cancelando os termos não pertinentes ao escoamento unidimensional, fica:

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \left(\mu_v + \frac{4}{3} \mu \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \rho b_j . \quad (4.30)$$

Fazendo $\tau_{rx} = \mu \partial v / \partial r$ e $\tau_{xx} = (4\mu/3 + \mu_v) \partial v / \partial x$, correspondentes às tensões tangenciais e normais, a equação acima fica:

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \rho b_x . \quad (4.31)$$

Integrando a equação anterior no volume de controle V , de comprimento dx e seção constante A , fica:

$$\int_V \rho \frac{dv}{dt} dV = - \int_V \frac{\partial p}{\partial x} dV + \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} dV + \int_V \rho b_x dV . \quad (4.32)$$

Integrando separadamente cada um dos termos do lado direito da equação (4.32) sobre o volume diferencial $dV = A dx$ da discretização espacial adotada no tubo de sucção, tem-se para o primeiro termo, referente à pressão:

$$\int_V \frac{\partial p}{\partial x} dV = \int_{i+1/2}^{i+1+1/2} \frac{\partial p}{\partial x} A dx = A (p_{i+1+1/2} - p_{i+1/2}) . \quad (4.33)$$

Para o segundo termo, referente à tensão tangencial, tem-se:

$$\int_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) dV = \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^{dx} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) r d\theta dr dx = \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^{dx} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}) d\theta dr dx = 2\pi R dx \tau_{rx} . \quad (4.34)$$

Para o terceiro termo, referente à tensão normal, desprezando a viscosidade dinâmica μ , tem-se:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} dV = \int_{i+1/2}^{i+1+1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu_v + \frac{4}{3} \mu \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right] A dx = A \left[\mu_b \frac{\partial v}{\partial x} \right]_{i+1/2}^{i+1+1/2} . \quad (4.35)$$

Para o quarto termo, referente ao peso do fluido, tem-se:

$$\int_V \rho b_x dV = - \int_i^{i+1} \rho (g \sin \alpha) dV = - \rho g \sin \alpha \int_i^{i+1} dV = - \rho g A dx \sin \alpha. \quad (4.36)$$

Transformando para as variáveis de estado h e Q do modelo para a linha piezométrica da Figura 18, tal que $p = \rho g (h - z)$ e $v = Q / A$, substituindo na equação (4.32), dividindo ambos os lados por $\rho g A$ e fazendo $\tau_{rx} = \tau_o = \rho f v^2 / 8$, conforme equação (1.29), considerando dx e dt constantes, e lembrando que $\sin \alpha = dz / dx$, tem-se para o termo da esquerda da equação (4.32):

$$\frac{1}{\rho g A} \int_V \rho \frac{\partial v}{\partial t} dV = \frac{1}{g A} \int_i^{i+1} \frac{\partial (Q / A)}{\partial t} A dx = \frac{dx}{g A dt} \int_i^{i+1} Q = \frac{dx}{g A} \frac{Q_{i+1} - Q_i}{dt} = \frac{dx}{g A} \frac{dQ_{i+1}}{dt}, \quad (4.37)$$

e para a equação (4.32) completa:

$$\frac{dx}{g A} \frac{dQ_{i+1}}{dt} = -(h_{i+1/2} - h_{i+1/2}) + \frac{f dx Q_{i+1}}{2 g D A^2} Q_{i+1} + \frac{\mu_{b_{i+1/2}}}{\rho g A dx} (Q_{i+2} - Q_{i+1}) - \frac{\mu_{b_{i+1/2}}}{\rho g A dx} (Q_{i+1} - Q_i). \quad (4.38)$$

A equação anterior expressa nos termos da analogia elétrica fica:

$$L \frac{dQ_{i+1}}{dt} + R_{i+1} Q_{i+1} + R_{th_{i+1/2}} (Q_{i+1} - Q_{i+2}) - R_{th_{i+1/2}} (Q_i - Q_{i+1}) = h_{i+1/2} - h_{i+1/2}, \quad (4.39)$$

onde o termo R_{th} é a resistência termodinâmica associada à dissipação devida à viscosidade *bulk* μ_b , dado por:

$$R_{th} = \frac{\mu_b}{\rho g A dx}. \quad (4.40)$$

A viscosidade bulk está associada à variação de volume do meio e torna-se importante em um processo dinâmico envolvendo um fluido compressível, principalmente quando envolve modificação na estrutura molecular com escala de tempo característica, como acontece no escoamento cavitante de um fluido.

Diversos autores têm tentado modelar matematicamente a viscosidade bulk em escoamentos cavitantes em tubulações. Dentre estes, destaco os estudos de Ewing (1980) e Pezzinga (2003). A teoria aplicada nestes estudos considera os tempos de relaxamento relacionado à taxa de variação da temperatura e da fração β do volume de cavitação, bem como a velocidade da onda no líquido puro e na mistura de líquido e seu vapor provocado pela cavitação, conforme Cannizzaro e Pezzinga (2005). A seguir, a expressão que será utilizada para estimativa de μ_b , considerando o tempo de relaxamento da pressão da fase gás θ_β e o de relaxamento da temperatura θ_T :

$$\mu_v = \left(\theta_\beta + \frac{s-1}{s} \theta_T \right) \frac{((1-\beta)\rho + \beta\rho_c)^2 \beta\rho_c R T c^4}{p^2} \quad (4.41)$$

onde s é a razão entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante, T a temperatura absoluta das bolhas de gás, R a constante dos gases e c velocidade da onda na mistura dos fluidos.

A velocidade da onda em função da pressão e temperatura absolutas será obtida da seguinte relação, disponível em Pezzinga (2003), onde c_o é a velocidade da onda no fluido livre de cavitação:

$$c = c_o \frac{p}{\sqrt{p^2 + pm\beta RT}} \quad (4.42)$$

Os tempos de relaxamento foram obtidos dos estudos de Pezzinga (2003), considerando o tempo de relaxamento equivalente θ dado por:

$$\theta = \left(\theta_\beta + \frac{s-1}{s} \theta_T \right) \quad (4.43)$$

4.2.5 Duto de ventilação e alívio

O duto de ventilação do conduto forçado, existente como um apêndice no trecho de entrada do sistema hidráulico da Figura 28, logo após a comporta, foi modelado como um elemento concentrado, considerando-o como um tubo de alívio de sobrepressão (chaminé de equilíbrio), porém sem desprezar sua indutância, devido ao mesmo possuir seção transversal pequena, comparativamente a um tubo de alívio típico. O esquema físico deste elemento encontra-se ilustrado na Figura 52-a e seu esquema elétrico está indicado na Figura 52-b

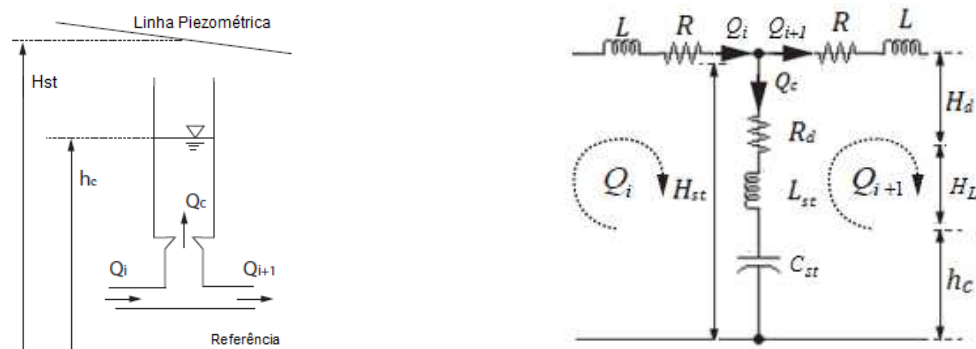


FIGURA 52 - a) ESQUEMA FÍSICO DO DUTO; b) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 52-b obtém-se o conjunto de equações seguintes:

$$\begin{cases} C_{st} \frac{d}{dt} h_c + Q_{i+1} - Q_i = 0 \\ (L + L_{st}) \frac{d}{dt} Q_i - L_{st} \frac{d}{dt} Q_{i+1} + (R + R_d) Q_i - R_d Q_{i+1} + h_c = 0 \\ (L + L_{st}) \frac{d}{dt} Q_{i+1} - L_{st} \frac{d}{dt} Q_i + (R + R_d) Q_{i+1} - R_d Q_i - h_c = -(H_L + h_c + H_d). \end{cases} \quad (4.44)$$

Em forma matricial, o sistema acima fica:

$$\begin{bmatrix} C_{st} & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_c \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R + R_d & -R_d \\ -1 & -R_d & R + R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_c \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_{st} \\ -(H_L + H_d) \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

Os parâmetros hidráulicos C_{st} , L_{st} e R_d do duto de alívio serão determinados da seguinte forma:

a) Capacitância: comparando a expressão da vazão Q_c no duto, dada pela variação do volume armazenado no mesmo, com a analogia elétrica para um capacitor ($Q = C dH/dt$) indicada na Tabela 1.1, conclui-se da equação (4.46) que a capacitância C_{st} é própria área $A(z)$ da seção transversal do duto, conforme indicado a seguir:

$$Q_c = \frac{dV_{st}}{dt} = A(z) \frac{dh_c}{dt} = C_{st} \frac{dh_c}{dt}. \quad (4.46)$$

b) Indutância: aplicando a definição hidráulica deste parâmetro indicada na equação (1.56) e integrando ao longo do eixo do duto, obtém-se o valor deste parâmetro, conforme equação seguinte:

$$L_{st} = \int_{z_0}^{h_c} \frac{dz}{gA(z)} = \frac{h_c - z_0}{g\bar{A}}. \quad (4.47)$$

c) Resistência: aplicando a relação oriunda da equação de Darcy-Weisbach, considerando o coeficiente de perda K_d para a derivação em T de um tubo, obtém-se a seguinte expressão para a resistência:

$$R_d = \frac{K_d Q_c}{2gA_r^2}. \quad (4.48)$$

4.2.6 Elemento com fonte de massa

Conforme apresentado na seção 2.2.2.6 e demonstrado no Apêndice 1, a flutuação do volume de cavitação corresponde a uma fonte hidroacústica de massa (S_Q) para o sistema hidráulico, que por sua vez afeta o campo hidroacústico (H, Q) do escoamento, cuja contribuição pode ser modelada pelos parâmetros compliância (C_c) e fator de ganho de fluxo mássico (χ), segundo a equação (1.21). A implementação deste modelo no tubo de sucção será feita por meio de um elemento concentrado, correspondente ao trecho (1-2) com incidência dos vapores do fluido provocados pela cavitação, segundo modelo físico ilustrado na Figura 53-a e esquema elétrico correspondente ao mesmo, indicado na Figura 53-b.



FIGURA 53 - a) ESQUEMA FÍSICO DE S_Q ; b) CIRCUITO ELÉTRICO COM S_Q
 FONTE: ADAPTADO DE MÜLLER (2011) E ALLIGNÉ (2011)

No circuito anterior, os capacitores em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente $C_{eq} = C_c + (1-\beta)C_o$. O fator χ_2 , cuja dimensão é [s], representa uma retroalimentação $\chi_2 dQ_{i+1}/dt$ sobre a vazão na malha direita do circuito. Sobre a ação da excitação temporal dV_c/dt , a retroalimentação pode levar o sistema a operar em instabilidade sempre que $\chi_2 > -RC_{eq}$, conforme demonstrado na Seção 2.5.5.

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 53-b obtém-se o conjunto de equações seguintes:

$$\begin{cases} Q_i + \frac{dV_c}{dt} - Q_{i+1} - C_{eq} \frac{dh_{i+1/2}}{dt} + \chi_2 \frac{dQ_{i+1}}{dt} = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_i}{dt} + \frac{R}{2} Q_i + h_{i+1/2} + R_{th} (Q_i + dV_c/dt - Q_{i+1}) = h_i \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_{i+1}}{dt} + \frac{R}{2} Q_{i+1} - h_{i+1/2} - R_{th} (Q_i + dV_c/dt - Q_{i+1}) = -h_{i+1} \end{cases} \quad (4.49)$$

Em forma matricial, o sistema acima fica:

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & 0 & \chi_2 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dV_c/dt \\ h_i - R_{th} dV_c/dt \\ -h_{i+1} + R_{th} dV_c/dt \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Conforme mencionado na seção 2.2.2.6, alguns autores consideram que a ação de χ na malha de jusante tende a exagerar o efeito de desestabilização. Devido a isto, será feita uma verificação deste efeito na turbina em estudo. Para tanto, aplicando a ação da retroalimentação de χ na flutuação a montante do volume de cavitação, o circuito elétrico equivalente para o elemento concentrado com fonte de massa $S_Q = dV_c/dt$ fica conforme indicado na figura seguinte:

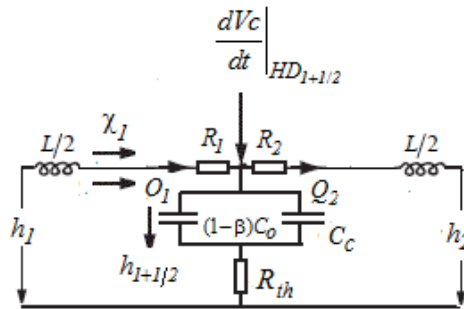


FIGURA 54 - CIRCUITO ELÉTRICO DO ELEMENTO DE FONTE DE MASSA S_Q
FONTE: ADAPTADO DE LANDRY (2015)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 54, apenas a primeira expressão do sistema da equação (4.49) se altera, resultando no conjunto de Equações (4.51) seguinte:

$$\begin{cases} Q_i + \frac{dV_c}{dt} - Q_{i+1} - C_{eq} \frac{dh_{i+1/2}}{dt} - \chi_1 \frac{dQ_i}{dt} = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_i}{dt} + \frac{R}{2} Q_i + h_{i+1/2} + R_{th} (Q_i + dV_c/dt - Q_{i+1}) = h_i \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_{i+1}}{dt} + \frac{R}{2} Q_{i+1} - h_{i+1/2} - R_{th} (Q_i + dV_c/dt - Q_{i+1}) = -h_{i+1} \end{cases} \quad (4.51)$$

Em forma matricial, o sistema acima fica:

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & \chi_i & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dV_c/dt \\ h_i - R_{th} dV_c/dt \\ -h_{i+1} + R_{th} dV_c/dt \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

O valor dos parâmetros C_c , χ e dV_c/dt são evidentemente difíceis de serem medidos em um protótipo devido à dificuldade de obtenção da variação do volume de cavitação no tubo de sucção da turbina, requerido para o cálculo direto destes três parâmetros. A medição em bancada no modelo reduzido facilita esta avaliação, por exemplo usando filmagem em alta velocidade através do tubo de sucção transparente, conforme Müller (2011). Neste estudo, a estimativa destes parâmetros será feita por meio de dados obtidos de computação fluidodinâmica, conforme Flemming (2009) para os parâmetros C_c e χ , e por um método alternativo baseado em Alligné (2010) para a determinação de C_c , por meio do ajuste deste parâmetro até obter pelo modelo matemático a mesma frequência da pulsação de pressão medida no protótipo. Para tanto, a compliância da cavitação é ajustada iterativamente no modelo matemático até que a parte imaginária ($i\omega$) da solução da equação característica seja igual à frequência da pulsação medida no protótipo na condição operativa considerada.

Para o cálculo de C_c usando dados de CFD serão utilizados simulações bifásicas permanentes, e bifásicas transientes para o cálculo de χ_i e χ_{i+1} da equação (4.56).

Para a estimativa de C_c e χ via CFD para uma dada condição operativa (H, Q) procedeu-se a duas simulações adicionais, conforme Flemming (2009), sendo uma com alteração de 10% na queda e outra com 5% de alteração na vazão, conforme tabela seguinte:

TABELA 4.1– CONDIÇÕES DE CONTORNO

Simulação	\bar{Q} [m³/s]	H[m]
SIM1	Q	H
SIM2	Q	1,1H
SIM3	0,95Q	H

A partir dos volumes V de cavitação para cada uma das três simulações indicadas na Tabela 4.1, procedeu-se o cálculo de C_c e χ a partir da definição destes parâmetros, conforme expressões indicadas a seguir:

$$C_c = -\left(\frac{V_{SIM2} - V_{SIM1}}{H_{SIM2} - H_{SIM1}}\right) \quad \chi = -\left(\frac{V_{SIM3} - V_{SIM1}}{Q_{SIM3} - Q_{SIM1}}\right) \quad (4.53)$$

Para a estimativa de C_c pelo método alternativo, se procederá de forma similar ao adotado por Alligné *et al.* (2010). Tal método consiste na determinação indireta deste parâmetro por meio do ajuste do mesmo, até que a frequência da oscilação de pressão no tubo de sucção dada pela modelo matemático descrito na seção 2.5.4 coincida com a frequência da oscilação medida em ensaios no protótipo.

Para o caso das simulações híbridas one-way, a flutuação do volume de cavitação do vórtice de núcleo pode ser dividida em duas componentes, uma associada ao modelo hidroacústico HA-1D e outra devido ao sistema hidrodinâmico HD-3D, conforme segue:

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{dV_c}{dt}\bigg|_{HD} + \frac{dV_c}{dt}\bigg|_{HA} \quad (4.54)$$

De forma similar à expressão apresentada pela equação (1.21), obtida por derivação total, a flutuação do volume de cavitação no modelo unidimensional em função das variáveis de estado para discretização adotada $V_c = (h_{i+1/2}, Q_i, Q_{i+1})$, fica:

$$\frac{dV_c}{dt}\bigg|_{HA} = \frac{\partial V_c}{\partial h_{i+1/2}} \frac{dh_{i+1/2}}{dt} + \frac{\partial V_c}{\partial Q_i} \frac{dQ_i}{dt} + \frac{\partial V_c}{\partial Q_{i+1}} \frac{dQ_{i+1}}{dt} = -C_c \frac{dh_{i+1/2}}{dt} - \chi_i \frac{dQ_i}{dt} - \chi_{i+1} \frac{dQ_{i+1}}{dt} \quad (4.55)$$

Substituindo as equações (4.54) e (4.55) na equação da continuidade (A1.9) do Apêndice 1, obtém-se a expressão seguinte, que deve substituir a primeira expressão dos sistemas de equações (4.49) ou (4.51), quando aplicados para o caso do modelo HA 1-Way:

$$Q_i - Q_{i+1} = C_{eq} \frac{dh_{i+1/2}}{dt} + \chi_i \frac{dQ_i}{dt} + \chi_{i+1} \frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{dV_c}{dt}\bigg|_{HD} \quad (4.56)$$

Procedendo desta maneira, os sistemas de equações (4.50) e (4.52) reduzem-se ao sistema da equação (4.57), equivalente a um sistema com dupla retroalimentação, uma à montante e outra à jusante do vórtice de núcleo:

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & \chi_i & \chi_{i+1} \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} dV_c/dt|_{HD} \\ h_i - R_{th} dV_c/dt|_{HD} \\ -h_{i+1} + R_{th} dV_c/dt|_{HD} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

4.2.7 Elemento com fonte de momento

Conforme descrito na seção 2.2.2.3, a componente tangencial no fluido e a precessão do vórtice de núcleo na operação na operação de baixa carga correspondem a uma fonte de momento associada às componentes síncrona e assíncrona, denominada agora de S_h . Para o escoamento unidimensional, esta fonte de momento será modelada com base no balanço de momento no volume de controle V e comprimento dx , considerado como livre de cavitação, conforme ilustrado na figura seguinte, onde \vec{x} é um sistema de coordenada curvilinear:

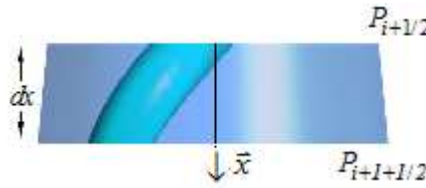


FIGURA 55 - A) ELEMENTO DE FONTE DE MOMENTO S_h
FONTE: ALLIGNÉ (2011)

Da lei de conservação do momento, apresentada na seção 2.3.1, tem-se o seguinte equilíbrio de forças na direção axial do elemento do volume de controle, onde F é a força total aplicada pela precessão da trança do vórtice e α o ângulo de inclinação do tubo com relação à horizontal:

$$(pA)_{i+1/2} - (pA)_{i+1+1/2} + \vec{F}_{\vec{x}} + \rho g A \sin(\alpha) dx = \rho V \frac{dv}{dt} \quad (4.58)$$

Aproximando por série de Taylor o segundo termo relativo à força de pressão, a expressão anterior fica:

$$(pA)_{i+1/2} - \left[(pA)_{i+1/2} + \frac{\partial}{\partial x} ((pA)_{i+1/2}) dx \right] + F_x - \rho g A \sin(\alpha) dx = \rho V \frac{dv}{dt} \quad (4.59)$$

Admitindo o elemento com seção transversal A constante, expressando nas variáveis de estado Q e h sobre a linha piezométrica $p = \rho g(h - z)$ ilustrada na Figura 18 fazendo $\sin \alpha = dz / dx$ e $\vec{F}_{\vec{x}} = F_x$ e rearranjando, a equação anterior fica:

$$\frac{1}{gA} \frac{dQ}{dt} - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{F_x}{\rho g V} = 0. \quad (4.60)$$

Aplicando a discretização espacial adotada, multiplicando ambos os membros por dx e usando a analogia elétrica, a equação anterior fica:

$$L \frac{dQ_{i+1}}{dt} + h_{i+1+1/2} - h_{i+1/2} - \frac{F_x dx}{\rho g V} = 0. \quad (4.61)$$

Onde o último termo é a fonte de momento S_h relativa à precessão da trança do vórtice, que aplicado à discretização espacial adotada, fica:

$$L \frac{dQ_{i+1}}{dt} + h_{i+1+1/2} - h_{i+1/2} - S_{h_{i+1}} = 0. \quad (4.62)$$

A implementação deste modelo no tubo de sucção será feita por meio de elementos distribuídos no trecho $(\bar{1}-\bar{2})$ com incidência da trança do vórtice de baixa carga, conforme ilustrado na Figura 56-a.

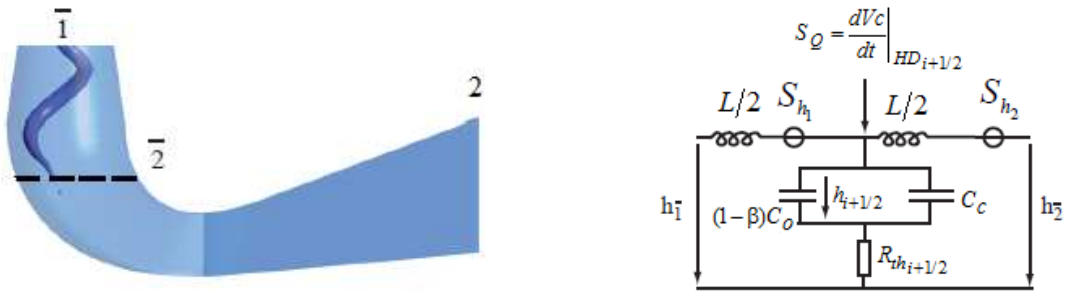


FIGURA 56 - A) ESQUEMA FÍSICO DE S_Q ; B) CIRCUITO ELÉTRICO ASSOCIADO

FONTE: ADAPTADO DE V_I ALLIGNÉ (2011)

Aplicando a 1ª e a 2ª lei de Kirchhoff sobre o circuito elétrico da Figura 56-b obtém-se o conjunto de equações seguintes:

$$\begin{cases} Q_i + S_Q - Q_{i+1} - C_{eq} \frac{dh_{i+1/2}}{dt} = 0 \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_i}{dt} + R_{th} (Q_i + S_Q - Q_{i+1}) + h_{i+1/2} = h_i - S_{h_i} \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_{i+1}}{dt} - R_{th} (Q_i + S_Q - Q_{i+1}) - h_{i+1/2} = -h_{i+1} + S_{h_2}. \end{cases} \quad (4.63)$$

Em forma matricial, o sistema acima fica:

$$\begin{bmatrix} C_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_Q \\ h_i - S_{h_i} - R_{th} S_Q \\ -h_{i+1} - S_{h_2} + R_{th} S_Q \end{bmatrix}. \quad (4.64)$$

4.2.8 Resumo da modelagem dos elementos hidráulicos unidimensionais

Conforme apresentado na seção 2.3.3, as equações governantes do comportamento dinâmico do escoamento unidimensional do fluido nos elementos hidráulicos podem ser descritas na forma de equação de estado, similar a equação (1.69), com suas respectivas matrizes A, B e C obtidas da modelagem hidroacústica dos elementos correspondentes e em conformidade com os esquemas adotados de posicionamento central das variáveis, esquema de Lax para a vazão e da aproximação das derivadas parciais espaciais e da vazão média nos elementos, conforme equação (1.67), tal que:

$$[A] \frac{d\dot{\vec{x}}}{dt} + [B] \dot{\vec{x}} = [C] \quad (4.65)$$

A seguir apresenta-se um resumo das matrizes A, B e C para os elementos considerados nesta pesquisa, conforme indicado no Quadro 4.1.

QUADRO 4.1- MODELAGEM DOS ELEMENTOS DO CIRCUITO HIDRÁULICO

Descrição	Descrição hidráulica	Descrição elétrica equivalente	Matriz A	Matriz B	Matriz C
Tubo elástico			$\begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & R/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}$
Tubo viscoelástico			$\begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & (R/2 + R_{ve}) & -R_{ve} \\ -1 & -R_{ve} & (R/2 + R_{ve}) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}$
Válvula			$\begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & (R/2) & 0 \\ -1 & 0 & (R/2 + R_v) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ h_{ss} \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}$
Turbina Francis			$\begin{pmatrix} L_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & R_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_t + h_i - h_{i+1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
Fluxo Cavitante			$\begin{pmatrix} C_{vc} & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & (L + \infty) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R & 0 \\ -1 & 0 & R \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}$
Tubo Termodinâmico			$\begin{bmatrix} C_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}$
Tubo de alívio			$\begin{bmatrix} C_{st} & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R + R_d & -R_d \\ -1 & -R_d & R + R_d \end{bmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ H_s \\ -(H_L + H_d) \end{pmatrix}$
Fonte de massa			$\begin{bmatrix} C_{eq} & \chi_i & \chi_{i+1} \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 + R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R/2 + R_{th} \end{bmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{dV_c}{dt} \\ h_i - R_{th} \frac{dV_c}{dt} \\ -h_{i+1} - R_{th} \frac{dV_c}{dt} \end{pmatrix}$
Fonte de momento			$\begin{bmatrix} C_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R_{th} & -R_{th} \\ -1 & -R_{th} & R_{th} \end{bmatrix}$	$\begin{pmatrix} S_Q \\ h_i - S_h - R_{th} S_Q \\ -h_{i+1} - S_h + R_{th} S_Q \end{pmatrix}$

FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

4.3 ANÁLISE NUMÉRICA DOS MODELOS UNIDIMENSIONAIS DO ESCOAMENTO

Esta seção é dedicada à apresentação dos procedimentos adotados para a solução numérica dos modelos considerados para a predição do comportamento dinâmico do escoamento unidimensional no sistema hidráulico.

4.3.1 Discretização espacial do sistema hidráulico

Na seção anterior apresentou-se a modelagem matemática dos elementos do circuito hidráulico de forma isolada, sejam distribuídos ou concentrados. Nesta seção apresenta-se o procedimento para obtenção das equações governantes relativas a um trecho do sistema hidráulico, formado por uma composição de elementos subsequentes e justapostos, com base na discretização adotada nesta pesquisa. A demonstração deste procedimento será baseada na discretização espacial de um trecho de tubo elástico de comprimento l genérico, utilizando o esquema central adotado nesta pesquisa, ilustrado na figura seguinte:

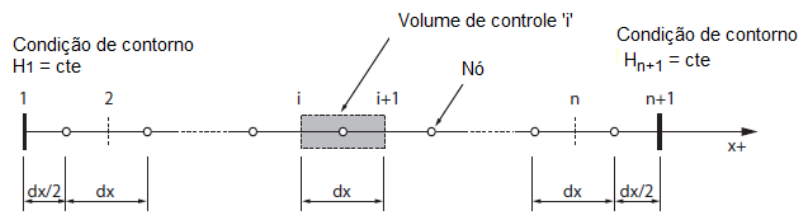


FIGURA 57– DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL UNIDIMENSIONAL
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

De acordo com o esquema central adotado e considerando para a vazão o esquema de Lax, as variáveis de estado no tubo discretizado ficam:

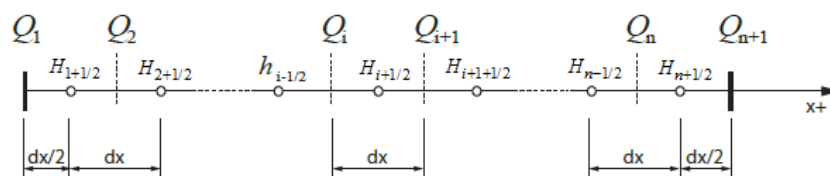


FIGURA 58– POSICIONAMENTO DAS VARIÁVEIS DE ESTADO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

Para o trecho de tubo elástico considerado, o esquema do circuito elétrico equivalente à discretização considerada, fica:

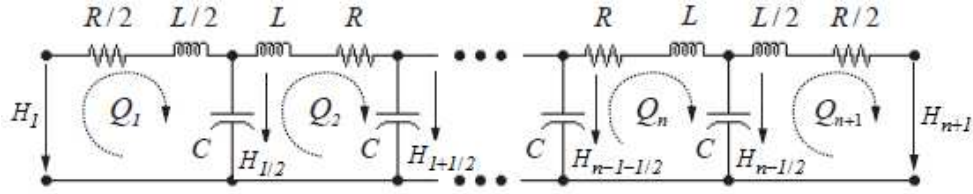


FIGURA 59 – CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DE UM TUBO ELÁSTICO
FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

De acordo com o esquema central adotado de posicionamento das variáveis de estado, do esquema de Lax para a vazão média nos elementos e da aproximação das derivadas parciais espaciais indicadas na equação (1.67), obteve-se na seção 2.3.3 a equação do escoamento para o i -ésimo elemento de tubo elástico, transcrita a seguir nas variáveis (Q, h) :

$$\begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & R/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h_i \\ -h_{i+1} \end{pmatrix}. \quad (4.66)$$

Em forma matricial compacta, o sistema de equações (4.66), onde $\vec{x} = (h_{i+1/2}, Q_i, Q_{i+1})$ é o vetor das variáveis de estado do sistema discretizado, fica:

$$[A] \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} + [B] \cdot \vec{x} = \vec{C}. \quad (4.67)$$

Para o caso de um tubo elástico de comprimento l , discretizado com elementos intermediários de comprimento $dx = l/(n-1)$ e $dx/2$ para os elementos de extremidade, conforme indicado nas ilustrações da Figura 57 e da Figura 58, escrevendo-se as equações governantes para estes elementos obtém-se $2n+1$ equações governantes. Desta forma, as matrizes $[A]$ e $[B]$ ficam de ordem $2n+1$ e os vetores de estado \vec{x} e de condições de contorno \vec{C} de dimensão $(2n+1, 1)$, como indicado a seguir:

$$\vec{x} = (H_{1+1/2} \quad H_{2+1/2} \quad \cdots \quad H_{n+1/2} \quad Q_1 \quad Q_1 \quad \cdots \quad Q_{n+1})^T \quad (4.68)$$

$$\vec{C} = (0 \quad 0 \quad \cdots \quad H_1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad H_{n+1})^T. \quad (4.69)$$

$$[A] = \begin{pmatrix} C & & & & & & & & & & (2n+1) \\ & C & & & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & & & \\ & & & C & & & & & & 0 & \\ & (n) & & & C & & & & & & \\ & & & & & L/2 & & & & & \\ & & & & & & L & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & \\ & & 0 & & & & & & L & & \\ & & & & & & & & & L/2 & \\ (2n+1) & & & & & & & & & & \end{pmatrix}, \quad [B] = \begin{pmatrix} & & & -1 & 1 & & & & & & (2n+1) \\ & & & & & -1 & 1 & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & \\ & 0 & & & & & & & -1 & 1 & \\ & & (n) & & & & & & & & \\ & 1 & & & & R/2 & & & & & \\ & -1 & 1 & & & & R & & & & \\ & & & \ddots & & & & \ddots & & & \\ & & & & -1 & 1 & & & R & & \\ (2n+1) & & & & & & -1 & & & R/2 & \end{pmatrix}, \quad (4.70)$$

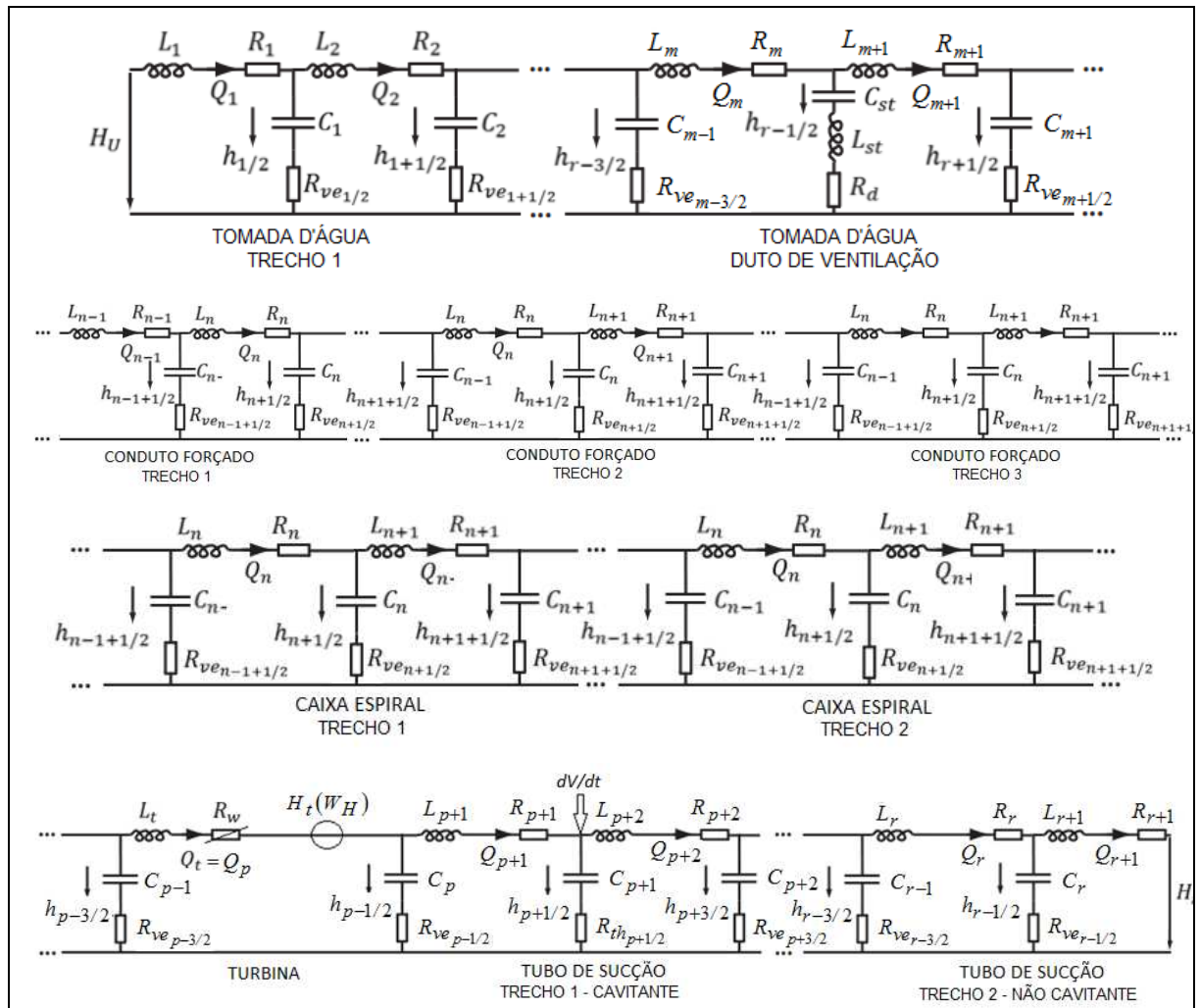


FIGURA 60 – CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE DO SISTEMA HIDRÁULICO COMPLETO
 FONTE: ADAPTADO DE NICOLET (2007)

QUADRO 4.2 – EQUIVALÊNCIA UTILIZADA NAS RESISTÊNCIAS DAS MATRIZES [A] E [B]

$\hat{R}_1 = R_l + R_{ve1/2}$	$\hat{R}_{11} = R_{ve1/2}$	
$\hat{R}_2 = R_2 + R_{ve1/2} + R_{ve1+1/2}$	$\hat{R}_{12} = R_{ve1+1/2}$	
$\hat{R}_3 = R_m + R_d + R_{ve m-3/2}$	$\hat{R}_{13} = R_{ve m-3/2}$	
$\hat{R}_4 = R_{m+1} + R_d + R_{ve m-1/2}$	$\hat{R}_{14} = R_{ve m+1/2}$	
$\hat{R}_5 = R_n + R_{ve n-1/2} + R_{ve n-3/2}$	$\hat{R}_{15} = R_{ve n-3/2}$	$\hat{R}_{16} = R_{ve n-1/2}$
$\hat{R}_6 = R_w + R_{ve p-3/2} + R_{ve p-1/2}$	$\hat{R}_{17} = R_{ve p-3/2}$	$\hat{R}_{18} = R_{ve p-1/2}$
$\hat{R}_7 = R_{p+1} + R_{th p+1/2} + R_{ve p-1/2}$	$\hat{R}_{19} = R_{th p+1/2}$	
$\hat{R}_8 = R_{p+2} + R_{th p+1/2} + R_{ve p+3/2}$	$\hat{R}_{20} = R_{ve p+3/2}$	
$\hat{R}_9 = R_r + R_{ve r-3/2} + R_{ve r-1/2}$	$\hat{R}_{21} = R_{ve r-3/2}$	
$\hat{R}_{10} = R_{r+1} + R_{ve r-1/2}$	$\hat{R}_{22} = -R_{ve r-1/2}$	

$$\left\{ \begin{array}{l}
C_l \frac{d}{dt} h_{l/2} + Q_2 - Q_l = 0 \\
C_2 \frac{d}{dt} h_{l+1/2} + Q_3 - Q_2 = 0 \\
\dots \\
C_{st} \frac{d}{dt} h_{m-1/2} + Q_{m+1} - Q_m = 0 \\
\dots \\
C_n \frac{d}{dt} h_{n-1/2} + Q_{n+1} - Q_n = 0 \\
\dots \\
C_{p+1} \frac{d}{dt} h_{p+1/2} + Q_{p+2} - Q_{p+1} = dV/dt \\
\dots \\
C_{r-1} \frac{d}{dt} h_{r-3/2} + Q_r - Q_{r-1} = 0 \\
C_r \frac{d}{dt} h_{r-1/2} + Q_{r+1} - Q_r = 0 \\
\frac{L_l}{2} \frac{d}{dt} Q_l + (R_l + R_{ve_{l/2}}) Q_l - R_{ve_{l/2}} Q_2 + h_{l/2} = H_U \\
L_2 \frac{d}{dt} Q_2 + (R_2 + R_{ve_{1/2}} + R_{ve_{l+1/2}}) Q_2 - R_{ve_{1/2}} Q_l - R_{ve_{l+1/2}} Q_3 + h_{l+1/2} - h_{l/2} = 0 \\
\dots \\
(L_m + L_{st}) \frac{d}{dt} Q_m - L_{st} \frac{d}{dt} Q_{m+1} + (R_m + R_d + R_{ve_{m-3/2}}) Q_m - R_{ve_{m-3/2}} Q_{m-1} - R_d Q_{m+1} + h_{m-1/2} - h_{m-3/2} = 0 \\
(L_{m+1} + L_{st}) \frac{d}{dt} Q_{m+1} - L_{st} \frac{d}{dt} Q_m + (R_{m+1} + R_d + R_{ve_{m-1/2}}) Q_{m+1} - R_{ve_{m+1/2}} Q_{m+2} - R_d Q_m + h_{m+1/2} - h_{r-1/2} = 0 \\
\dots \\
L_n \frac{d}{dt} Q_n + (R_n + R_{ve_{n-1/2}} + R_{ve_{n-3/2}}) Q_n - R_{ve_{m-3/2}} Q_{n-1} - R_{ve_{n-1/2}} Q_{n+1} + h_{n-1/2} - h_{n-3/2} = 0 \\
\dots \\
L_t \frac{d}{dt} Q_p + (R_w + R_{ve_{p-3/2}} + R_{ve_{p-1/2}}) Q_p - R_{ve_{p-3/2}} Q_{p-1} - R_{ve_{p-1/2}} Q_{p+1} + h_{p-1/2} - h_{p-3/2} = -H_t \\
L_{p+1} \frac{d}{dt} Q_{p+1} + (R_{p+1} + R_{th_{p+1/2}} + R_{ve_{p-1/2}}) Q_{p+1} - R_{ve_{p-1/2}} Q_p - R_{th_{p+1/2}} Q_{p+2} + h_{p+1/2} - h_{p-1/2} = -R_{th} \frac{dV}{dt} \\
L_{p+2} \frac{d}{dt} Q_{p+2} + (R_{p+2} + R_{th_{p+1/2}} + R_{ve_{p+3/2}}) Q_{p+2} - R_{th_{p+1/2}} Q_{p+1} - R_{ve_{m+3/2}} Q_{p+3} + h_{p+3/2} - h_{p+1/2} = R_{th} \frac{dV}{dt} \\
\dots \\
L_r \frac{d}{dt} Q_r + (R_r + R_{ve_{r-3/2}} + R_{ve_{r-1/2}}) Q_r - R_{ve_{r-3/2}} Q_{r-1} - R_{ve_{r-1/2}} Q_{r+1} + h_{r-1/2} - h_{r-3/2} = 0 \\
L_{r+1} \frac{d}{dt} Q_{r+1} + (R_{r+1} + R_{ve_{r-1/2}}) Q_{r+1} - R_{ve_{r-1/2}} Q_r + h_{r-1/2} = -H_D .
\end{array} \right. \quad (4.71)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & R_1 & -R_{11} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & +1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & -R_{11} & R_2 & -R_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & -1 & +1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & -R_{13} & R_3 & -R_d & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & +1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & -R_d & R_4 & -R_{14} & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & +1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & -R_{15} & R_5 & -R_{16} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & +1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -R_{16} & R_6 & -R_{17} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & -1 & +1 & 0 & \dots & 0 & -R_{18} & R_7 & -R_{19} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & +1 & \dots & 0 & -R_{19} & R_8 & -R_{20} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 & +1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -R_{21} & R_9 & -R_{22} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & +1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -R_{22} & R_{10} \end{bmatrix}. \quad (4.76)$$

O conjunto de equações correspondente ao sistema hidráulico completo representado pela equação (4.71), deve ser considerado como referência do procedimento adotado nesta pesquisa, pois, visando o cumprimento dos objetivos propostos, variações de elementos da fonte perturbadora (tubo de sucção) serão feitas em função do tipo de processamento híbrido a ser realizado (1-way; 2-way), da condição operativa simulada (carga alta, carga parcial ou rejeição de carga) e da análise de influência de parâmetros $(dV_c/dt; \chi)$.

Os valores dos parâmetros hidroacústicos dos termos das matrizes A e B foram obtidos pelas expressões demonstradas na seção 4.2, conforme resumido na Tabela 4.2.

TABELA 4.2 – DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS - RESUMO

Parâmetro	Expressão	Equação	Unidade
Indutância	$L_i = \frac{dx_i}{gA_i}$	(1.56)-a	$[s^2/m^2]$
Complância	$C_i = \frac{gA_i dx_i}{c^2}$	(1.56)-b	$[m^3]$
Resistência ao atrito	$R_i = \frac{f Q_i dx_i}{2gD_i A_i^2}$	(1.56)-c	$[s/m^2]$
Resistência viscoelástica	$R_{ve_i} = \frac{\mu_{eq}}{\rho g A_i dx_i}$	(4.18)-a	$[s/m^2]$
Viscosidade equivalente	$\mu_{eq} = \frac{1}{\frac{D_i}{\mu_t} + \frac{1}{\mu_f}}$	(4.18)-b	$[Pa.s]$
Resistência termodinâmica	$R_{th} = \frac{\mu_v}{\rho g A_i dx_i}$	(4.40)	$[s/m^2]$
Viscosidade total - bulk	$\mu_v = \theta \frac{((1-\beta)\rho + \beta\rho_c)^2 \beta\rho_c RTc^4}{p^2}$	(4.41)	$[Pa.s]$
Velocidade do som	$c = c_o \frac{p}{\sqrt{p^2 + pm\beta RT}}$	(4.42)	$[m/s]$

FONTE: SEÇÕES 2.3.3; 4.2.4; 4.2.1

4.3.3 Solução numérica do sistema de equações unidimensional

A integração numérica do sistema de equações diferenciais ordinárias (4.72) pode ser realizada por diversos métodos, tais como Euler, Runge-Kutta, etc. Em função da maior simplicidade de implementação de um programa computacional (ou código) e da convergência da solução, o método escolhido nesta pesquisa foi o de Runge-Kutta de quarta ordem com integral temporal explícita. Como o método explícito não é intrinsecamente estável, a instabilidade numérica pode ser evitada se a discretização espacial e temporal atender ao critério de Courant-Friedrichs-Lewy – CFL. Contudo, para problemas sujeitos a ocorrer alterações rápidas em parâmetros o método implícito é preferível.

De acordo com Sarra (2003), o critério ou condição CFL é necessário para a convergência da solução numérica de EPDs hiperbólicas por diferenças finitas, principalmente quando usando integração temporal em forma explícita. Como no sistema hidráulico considerado a velocidade de propagação do som (c) é maior que a velocidade de transporte v , a recomendação do CFL para o sistema unidimensional considerado é que o número de Courant seja menor ou igual ao seu máximo valor recomendável ($C_{t_{\max}} = 1$):

$$C_t = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq C_{t_{\max}} \quad (4.77)$$

O método de integração numérica de Runge-Kutta - RKM contempla os princípios do método de Euler, visto que ambos buscam a solução da EDO pela reta que tangencia o ponto conhecido. De acordo com Kreyzig (2009), a solução pelo RKM de 4ª ordem de um problema de valor inicial do tipo $\dot{y} = f(t, y)$ e $y(t_o) = y_o$ é dada pela seguinte expressão:

$$y_1 = y_o + \Delta t/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.78)$$

Onde Δt é o passo de tempo considerado na marcha temporal e os coeficientes k_1, k_2, k_3, k_4 obtidos das seguintes relações:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_o, y_o) \\ k_2 &= f(x_o + \Delta t/2, y_o + \Delta t/2 \cdot k_1) \\ k_3 &= f(x_o + \Delta t/2, y_o + \Delta t/2 \cdot k_2) \\ k_4 &= f(x_o + \Delta t, y_o + \Delta t \cdot k_3) \end{aligned} \quad (4.79)$$

De acordo com Zill (2001), a condição inicial bem determinada é relevante na estabilidade da solução. Assim sendo, de forma a favorecer a determinação da condição inicial do problema, esta foi estabelecida assumindo as hipóteses de que no instante inicial $t = 0$ o termo $\dot{\vec{x}}/dt$ na equação (4.72) seja nulo e as condições de contorno representadas pela matriz C estejam em condições estáticas, bem definidas, resultando nas seguintes expressões para \vec{x}_o :

$$[B]\vec{x}_o - [C] = 0 \quad (4.80)$$

$$\vec{x}_o = [B]^{-1}[C] \quad (4.81)$$

Para evitar a inversão da matriz B, optou-se por obter a condição de contorno inicial do PVI resolvendo o sistema linear da equação (4.80).

Para adequar a equação (4.72) ao PVI correspondente à solução da equação (4.78), basta isolar $\dot{\bar{x}}$ na equação (4.72), resultando no PVI procurado:

$$\dot{\bar{x}} = -[A]^{-1}[B]\bar{x} + [A]^{-1}[C] \quad (4.82)$$

Aplicando a integração por RKM indicada na equação (4.78) ao conjunto de EDOs formado pela equação (4.82), obtém-se a solução que determina o comportamento temporal das variáveis (Q, H) do escoamento unidimensional para uma determinada posição longitudinal do sistema hidráulico considerada na solução. A não linearidade da matriz B foi resolvida corrigindo a matriz B a cada passo de tempo da integração, com base na vazão do tempo anterior. Como o passo de tempo adotado foi muito pequeno, isto equivale a uma consideração plena da não linearidade na solução da integração das EDOs.

O código da rotina computacional para a resolução do PVI foi implementado na linguagem Fortran 77, para uso nas simulações híbridas 2-way, e também no aplicativo Matlab, para uso nas simulações híbridas 1-way. O código em Fortran para as simulações híbridas é abordado na seção seguinte, dedicada à solução do escoamento tridimensional. O código implementado no Matlab para as simulações unidimensionais 1-way foi adaptado de Santos (2016) e está disponível no APÊNDICE 4. A sub-rotina utilizada para a solução do sistema de equações lineares em ambos os códigos para o cálculo das condições iniciais foi implementada pelo método LU com pivotamento parcial otimizado, adaptado de Ruggiero e Lopes (1988), e está disponível no APÊNDICE 5.

A verificação do código para o escoamento 1D, incluindo a análise de influência nos resultados da malha espacial-temporal considerada foi alvo dos estudos preliminares apresentados na seção 4.4. Estes estudos envolveram a comparação de resultados do transiente hidráulico após uma rejeição de carga, obtidos pelo método RKM e pelo método das Características – MOC, com os dados disponíveis de um ensaio de rejeição de 791,5 MW na U18A da UHI, operando com vazão de 770 m³/s. Na análise de influência da discretização, 24 diferentes malhas espaciais-temporais foram consideradas. O detalhamento e os resultados destes estudos preliminares relativos às simulações do escoamento 1D estão disponíveis no APÊNDICE 3.

Em função das conclusões dos estudos preliminares, a malha espacial-temporal eleita para as simulações 1-way do escoamento 1D foi a malha M6.T1, com adequada acurácia e reduzido esforço computacional. A dimensão, o número de

elementos e o Courant desta malha estão apresentados na Tabela 4.3. A identificação dos trechos do sistema hidráulico desta tabela está conforme indicado na Figura 43.

TABELA 4.3 – DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL 1D E TEMPORAL – MALHA M6.T1

Trecho	Dimensão dos elementos [m]	Δt [s]	Courant [-]
1	1	1,05E-3	0,9975
2	63	1,05E-3	0,0158
3	1	1,05E-3	0,9975
4	7	1,05E-3	0,1425
5	1	1,05E-3	0,9975
6	18	1,05E-3	0,0554
Total de elementos	83		

FONTE: ADAPTADO DE MARRA ET AL (2017)

A velocidade da onda nos elementos discretizados e concentrados foi obtida utilizando a relação apresentada junto à equação (1.50), a qual considera apenas a elasticidade da água líquida e das paredes da tubulação. Nessa pesquisa, a equação (4.42), que considera a concentração do vapor de cavitação, foi utilizada somente para o cálculo da velocidade do som na determinação da resistência termodinâmica para a condição dos modelos HA e híbrido HDHA com parâmetros hidroacústicos variáveis.

O recurso computacional utilizado nas simulações numéricas do escoamento unidimensional, puro e 1-way, foi:

- Notebook com processador dual-core, CPU 1.6 GHz/2.6 GHz com 4GB de memória RAM.

As simulações unidimensionais puras são aquelas que não se utilizou dados de qualquer natureza provenientes de simulações CFD, como no transiente de rejeição de carga. As simulações unidimensionais 1-way são aquelas em que foram utilizados dados de entrada obtidos de simulações CFD, como a compliância e o fator de fluxo de ganho mássico, porém sem interações entre estes modelos de escoamento durante o processamento. As simulações unidimensionais 2-way são aquelas realizadas com troca de informações durante o processamento. Estas serão abordadas na seção 3.7, dedicada às simulações do escoamento 3D puro (CFD) e às simulações híbridas 2-way, com processamento paralelo dos modelos 1D e 3D.

4.3.4 Solução numérica do sistema de equações 1D pelo MOC

O método das características – MOC é vastamente utilizado na solução numérica de transientes hidráulicos pela boa acurácia e facilidade de implementação computacional. O procedimento para este método encontra-se detalhado em Wylie e Streeter (1978) e Chaudry (2014). Segundo Sarra (2003), o método das características é vastamente utilizado na solução de problema de valor inicial envolvendo EDO e também EDP de duas variáveis, visto que tais EDP se reduzem a EDO pela mudança de coordenadas inerente ao processo deste método.

Com o fim exclusivo de comparar os resultados da rotina implementada pelo método de Runge-Kutta e de avaliar os efeitos da malha espacial e do passo de tempo nos resultados, fez-se uma comparação destes com os resultados obtidos pelo método das características - MOC e com os dados existentes de um ensaio de rejeição de carga de 791,5 MW na U18A da UHI, operando com vazão de 770 m³/s. A pesquisa envolvendo esta comparação encontra-se disponível no APÊNDICE 3.

A discretização espacial adotada no MOC foi a mesma usada nas simulações pelo RKM, bem como o passo de tempo considerado. A representação da discretização espacial do sistema hidráulico e da espacial-temporal adotada para o MOC estão ilustradas na Figura 61. Neste processo, as ondas viajam com celeridade a ao longo das linhas características, representadas no plano (x, t) pelas linhas diagonais, devendo obedecer à relação $a = \Delta x / \Delta t$.

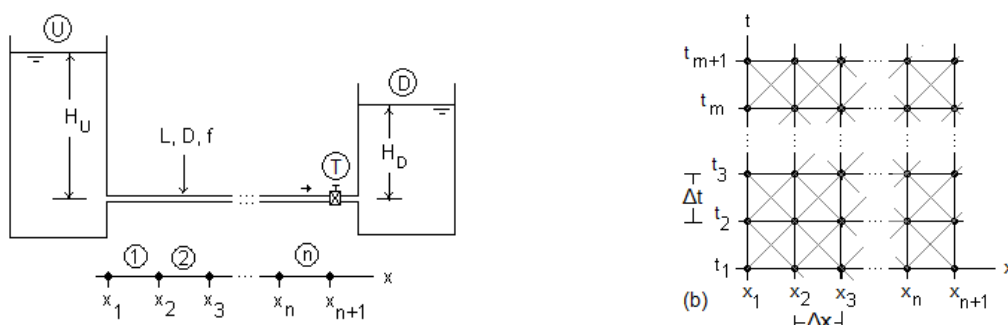


FIGURA 61 – A) DISCRETIZAÇÃO DO SIST. HIDRÁULICO; B) MALHA ESPACIAL-TEMPORAL
FONTE: ADAPTADO DE URROZ (2004)

Segundo Wylie e Streeter (1978) e Tullis (1989), aplicando diferenças finitas progressivas para as derivadas da equação (4.86) e integrando sobre as linhas características positivas ($C+$) e negativas ($C-$), ilustradas na Figura 62, e adaptando a solução para um conduto forçado de diâmetro variável para possibilitar a mesma

modelagem geométrica adotada no RKM, obteve-se as expressões da equação (4.83), onde $B_k = (a / g \cdot A_k)$, $R_k = f / (2 \cdot g \cdot D \cdot A_k^2)$ e os índices i e j a posição generalizada dos nós do plano espaço-tempo:

$$\begin{cases} H_i^{j+1} + B \cdot Q_i^{j+1} = H_{i-1}^j + B \cdot Q_{i-1}^j - R \cdot Q_{i-1}^j \cdot |Q_{i-1}^j| (\Delta x) = CP \\ H_i^{j+1} - B \cdot Q_i^{j+1} = H_{i+1}^j - B \cdot Q_{i+1}^j + R \cdot Q_{i+1}^j \cdot |Q_{i+1}^j| (\Delta x) = CN \end{cases} \quad (4.83)$$

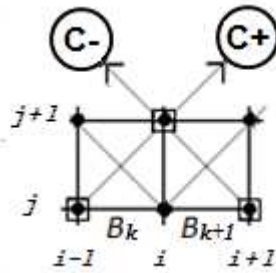


FIGURA 62 – CURVAS CARACTERÍSTICAS
FONTE: ADAPTADO DE URROZ (2004)

Resolvendo o sistema linear representado pela equação (4.83), obtêm-se as relações da equação (4.84) que quantificam respectivamente as amplitudes da pressão e da vazão do sistema no domínio discretizado;

$$H_i^{(j+1)} = (B_{k+1}C_P + B_kC_N) / (B_{k+1} + B_k) \quad Q_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / (B_k + B_{k+1}) \quad (4.84)$$

O uso da equação (4.84) representa uma tentativa de aplicar o MOC em sistemas hidráulicos modelados com variação no diâmetro da tubulação, uma vez que o uso das expressões tradicionais deste método, indicadas na equação (4.85), levam à instabilidade numérica quando o sistema não é modelado com geometria constante, como indicado na Figura 61.a, ou à necessidade de usar uma discretização espacial muito refinada para controlar a instabilidade inerente, o que aumenta severamente o esforço computacional requerido.

$$H_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / 2 \quad Q_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / (2 \cdot B) \quad (4.85)$$

4.4 SIMULAÇÕES PRELIMINARES DO ESCOAMENTO 1D

Os principais alcances dos estudos preliminares relativos às simulações do escoamento 1D foram de verificar a influência nos resultados da solução por Runge-Kutta das equações governantes do escoamento no sistema hidráulico e da discretização espacial e temporal utilizada. Para tanto, adotou-se uma análise

comparativa dos resultados da solução numérica do transiente hidráulico decorrente de uma rejeição de carga na turbina, obtidos pelo método de Runge-Kutta - RKM e pelo tradicional Método das Características - MOC, com os resultados de medições disponíveis de uma rejeição em plena carga em uma turbina da UHI.

Adicionalmente, foi testada uma formulação que evita instabilidade numérica na solução pelo Método das Características em sistemas hidráulicos modelados com diâmetro variável, bem como se aplicou os estudos preliminares na análise da curva de fechamento do distribuidor, quanto a possibilidade de se obter valores mais favoráveis de sobrepressão devido ao golpe de aríete e de sobrevelocidade na unidade geradora após uma rejeição de carga usando a representação mais realística do sistema hidráulico adotada nesta pesquisa.

A formulação das equações governantes para a aplicação do método MOC é pode ser obtida do sistema de EDP da equação (1.53). Segundo Sarra (2003), o método das características pode ser usado generalizadamente para resolver problema de valor inicial relativos à EDP de primeira ordem e que quando aplicado a uma EDP com duas variáveis a mudança de coordenadas do processo transforma a EDP em EDO ao longo de certas curvas denominadas de curvas características, sobre as quais as novas variáveis serão constantes nas curvas características.

De acordo com diversos autores, como, por exemplo, Wylie e Streeter (1978), Chaudry (2014) e Urroz (2004), somando as equações do movimento e da continuidade do referido sistema e comparando os termos desta soma com os termos previstos pelas derivadas totais de dH/dt e dQ/dt , este sistema de EDP resulta nos dois sistemas de EDO da equação (4.86), correspondentes a duas equações características relativas à propagação de ondas, uma na direção positiva do escoamento ($C+$) e outra na direção oposta ($C-$). Nestas equações, c é a velocidade da onda.

$$C_{+} : \begin{cases} \frac{dH}{dt} + \frac{c}{g.A} \frac{dQ}{dt} + \frac{c}{g} \frac{f.Q.|Q|}{2.D.A^2} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = +c \end{cases} \quad C_{-} : \begin{cases} \frac{dH}{dt} - \frac{c}{g.A} \frac{dQ}{dt} - \frac{c}{g} \frac{f.Q.|Q|}{2.D.A^2} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = -c \end{cases} \quad (4.86)$$

O detalhamento e os resultados dos estudos preliminares relativos à solução numérica do escoamento 1D, incluindo as comparações com dados disponíveis de um ensaio de rejeição de carga de 791,5 MW na U18A da UHI, operando com vazão de 770 m³/s, estão disponíveis no APÊNDICE 3.

As principais constatações das simulações 1D preliminares podem ser resumidas em:

- a) A solução do escoamento transiente pelo método RKM apresentou acurácia e capacidade de reproduzir os fenômenos decorrentes do retorno das ondas hidroacústicas em um tempo de processamento atrativo para adequadas malhas espaço-tempo, configurando-se como uma alternativa ao MOC nesta aplicação;
- b) A solução pelo método RKM apresentou pequeno erro relativo na amplitude máxima da sobrepressão no transiente para todas as malhas espaço-tempo utilizadas;
- c) A representação satisfatória da parte oscilatória da pressão associada ao retorno das ondas hidroacústicas depende severamente do passo de tempo utilizado;
- d) Uma representação numérica realista da sobrepressão no sistema hidráulico e da sobrevelocidade no conjunto girante após uma rejeição de carga permite uma determinação otimizada da curva de fechamento do distribuidor para melhor atender os valores aceitáveis, seja na etapa de projeto ou para reajuste destes em unidades já instaladas;

Dentre as malhas espaço-tempo testadas, a M6.T1 apresentou a mais atraente relação de acurácia, representação de fenômenos e esforço computacional.

5 SOLUÇÃO DOS MODELOS DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL

Conforme abordagem feita na seção 2.4.6, as equações de Navier-Stokes têm plena capacidade para descrever o comportamento de escoamentos turbulentos sem a necessidade de termos adicionais. Contudo, o método numérico de solução destas equações com esforço computacional aceitável ainda é a modalidade RANS. No entanto, este tipo de solução, muito útil e versátil para avaliação do projeto hidráulico em diversos aspectos de interesse desta etapa, apresenta dificuldades em representar realisticamente o comportamento dinâmico do escoamento de uma turbina hidráulica de simples regulação, por exemplo, as de tipo Francis operando afastada de seu ponto de projeto, ou quando existe uma interação dinâmica com o sistema hidráulico. Os motivos para esta divergência estão relacionados, além da simplificação da modalidade RANS, do uso dos modelos de turbulência e da própria discretização do fluido, mas também devido aos efeitos da extensão do domínio considerado para o sistema hidráulico na propagação das ondas do campo hidroacústico provocado pelos vórtices de núcleo no tubo de sucção, às condições de contorno tomadas como estacionárias, à assunção de indeformabilidade das paredes do contorno hidráulico e ao negligenciamento dos efeitos viscoelásticos do fluido e das paredes e termodinâmicos da cavitação.

A seguir é apresentado um método híbrido de simulação visando compensar as deficiências das simulações fluidodinâmicas RANS puras na solução das equações governantes do escoamento e ao atendimento de objetivos desta pesquisa.

5.1 SIMULAÇÕES HÍBRIDAS DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL

A simulação fluidodinâmica híbrida é uma forma de considerar nas simulações CFD do escoamento tridimensional a influência associada às condições de contorno variáveis, efeitos das ondas do campo hidroacústico, da elasticidade do contorno hidráulico, da viscoelasticidade das paredes e do fluido, das perdas termodinâmicas na cavitação e de algumas singularidades do sistema hidráulico não incluídas na modelagem 3D. Os modelos hidrodinâmico e hidroacústico que compõem o modelo híbrido são responsáveis pelos seguintes compromissos:

a) Modelo hidrodinâmico:

- Modelar o movimento incompressível do fluido;
- Modelar o volume da cavidade de vapor do vórtice (alta carga) e a fonte de momento (carga parcial).

b) Modelo hidroacústico:

- Modelar os campos hidroacústicos, consequentemente a propagação da onda;
- Modelar a interação fluido-estrutura, como a viscoelasticidade do fluido e das paredes e a elasticidade das paredes;
- Modelar a dissipação de energia do escoamento ao trocar de fase líquida para a fase vapor.

O modelo CFD híbrido adotado é do tipo 2-way, que se baseia numa troca de informações a cada passo tempo da simulação entre os dois modelos distintos do escoamento, um tridimensional, também denominado de modelo hidrodinâmico ou HD e outro unidimensional, denominado de modelo hidroacústico ou HA. Essa troca de informações entre eles possibilita que o modelo HD seja retroalimentado por informações processadas no modelo HA, visando melhorar a predição de resultados do modelo HD. A extensão do domínio dos modelos 3D (HD) e 1D (HA) está ilustrada na figura seguinte:

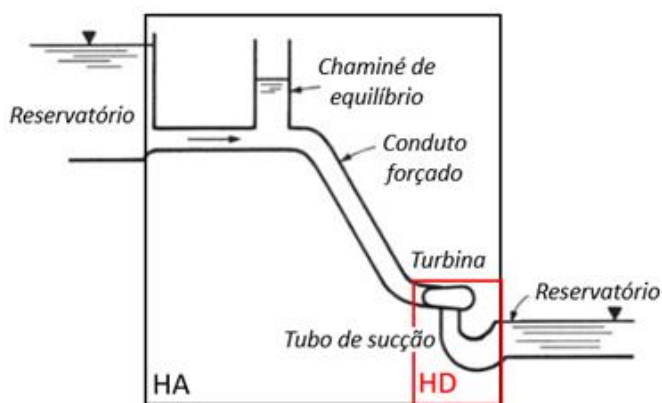


FIGURA 63 – EXTENSÕES DOS MODELOS HD E HA
FONTE: ADAPTADO DE CHAUDRY (2014)

De forma a agilizar o fluxo de cálculo no modelo híbrido, utilizou-se o solver do próprio código CFD para processar o modelo HA. Para tanto, a rotina deste modelo foi escrita na linguagem exigida pelo aplicativo CFD utilizado e compilada de modo a integrar o processamento e a troca de informações requerida entre os modelos HD e

HA. Na subseção seguinte apresenta-se o detalhamento desta integração de processamentos. No entanto, de forma resumida, o fluxo de cálculo do modelo híbrido 2-way é ilustrado na Figura 64.



FIGURA 64 – FLUXO DE CÁLCULO RESUMIDO DO MODELO HÍBRIDO 2-WAY

Adicionalmente às simulações híbridas, diversas simulações CFD puras, além das simulações preliminares apresentadas na seção 3.5, se fizeram necessárias nesta pesquisa, sejam para gerar condições iniciais para as simulações híbridas, determinar a fonte de excitação dV_c/dt , os parâmetros φ e ζ do modelo analítico da seção 2.5.4, os parâmetros hidroacústicos C e χ para as simulações unidimensionais, ou para comparação de resultados com as simulações híbridas 2-way.

Todas as simulações CFD, puras e híbridas, foram realizadas com base na solução da versão RANS das equações governantes de Navier-Stokes apresentadas no Capítulo 2, utilizando o aplicativo Ansys-CFX, versões 16.1 e 17.2. Dependendo das condições operativas simuladas, da etapa da simulação numérica ou do objetivo pretendido, as simulações realizadas foram monofásicas ou bifásicas, estacionárias (*steady state*) ou transientes (*unsteady state*), conforme segue:

- Escoamento monofásico incompressível: aplicada para condição operativa não sujeita à ocorrência de cavitação, para gerar uma condição inicial mais avançada para as simulações bifásicas ou para determinar parâmetros hidroacústicos;
- Escoamento bifásico compressível: em condição operativa sujeita à cavitação (carga parcial e sobrecarga);

Em função do interesse na simulação ser conhecer a evolução temporal da solução ou apenas o seu resultado final, as simulações CFD foram realizadas na modalidade transiente ou estacionária, respectivamente. A grande diferença entre estas é o esforço computacional envolvido. Com relação às simulações híbridas, em função da troca de informações a cada passo de tempo entre os modelos HD-HA, elas foram realizadas sempre na modalidade transiente. As simulações bifásicas foram

sempre realizadas em, no mínimo, duas etapas, uma inicial com o modelo de cavitação desativado e a etapa final com o modelo de cavitação ativado.

Quanto aos esquemas de advecção utilizados na solução das equações governantes, adotou-se como padrão nas simulações monofásicas e bifásicas o esquema de segunda ordem (*high resolution*). A única exceção foi para a primeira simulação inicial em plena carga com domínio completo, na qual visando favorecer a convergência da simulação, adotou-se o esquema de primeira ordem (upwind).

QUADRO 5.1 – SIMULAÇÕES REALIZADAS

Condição	Simulação	Tipo	Recurso	Duração
Carga Parcial Domínio Parcial Monofásico	S1_HD1F_HRS_STD_INI_SCD	CFD	PC4	10,1h
	S2_HD1F_HRS_TRS_FIN_SCD	CFD (HD)	PC4	11d 16,2h
	S3_HDHA_HRS_TRS_FIN_SCD	CFD HIBRIDO	PC4	6d 19,8h
Plena carga Domínio Parcial Bifásico	S1_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_SCD	CFD	PC5	1d 14,1h
	S2_HD2F_ONCAV_HRS_STD_INI_SCD	CFD	PC5	5d 18,6h
	S3_HD2F_ONCAV_HRS_TRS_FIN_SCD	CFD (HD)	PC5	7d 3,5h
	S4_HDHA_ONCAV_HRS_TRS_FIN_SCD-CTE	CFD HIBRIDO	PC5	11d 11,7h
	S4_HDHA_ONCAV_HRS_TRS_FIN_SCD-VAR	CFD HIBRIDO	PC5	19d 22,8h
Plena carga Domínio completo Bifásico	S1_HD2F_OFFCAV_UPW_STD_INI_SCD	CFD	MPI-1	1d 0,0h
	S1_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_SCD	CFD	MPI-1	7,4h
	S3_HD2F_ONCAV_HRS_TRS_FIN_SCD	CFD	MPI-1	3d 14,0h
Levantamento de C e χ Plena carga Domínio parcial Bifásico	S1_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_HOM_QH	CFD	PC1	1d 17,7h
	S2_HD2F_ONCAV_HRS_STD_FIN_HOM_QH	CFD	PC1	1d 14,1h
	S3_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_HOM_Q_110H	CFD	PC3	1d 17,6h
	S4_HD2F_ONCAV_HRS_STD_FIN_HOM_Q_110H	CFD	PC3	1d 5,7h
	S5_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_HOM_105Q_H	CFD	PC2	~2d
	S6_HD2F_ONCAV_HRS_STD_FIN_HOM_105Q_H	CFD	PC2	~2d
	S7_HD2F_OFFCAV_HRS_STD_INI_HOM_Q_90H	CFD	PC2	2d 22,3h
	S8_HD2F_ONCAV_HRS_STD_FIN_HOM_Q_90H	CFD	PC2	1d 4,9h
Legenda das simulações: <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> S - Simulação HD1F- Simulação monofásica HD2F- Simulação bifásica HDHA - Simulação híbrida STD - Estado estacionário TRS - Estado transiente UPW - Sistema de advecção upwind HRS - Sistema de advecção high resolution OFFCAV - Modelo de cavitação inativo ONCAV - Modelo de cavitação ativo </div> <div> INI - Inicial FIN - Final HOM - Roda homogênea SCD - Roda escaneada QH – Vazão e queda normais 105Q_H – 1,05Q e Queda normal Q_90H – Vazão normal e 0,90H Q_105H – Vazão normal e 1,05H CTE-Parâmetros hidroacústicos constantes VAR - Parâmetros hidroacústicos variáveis </div> </div>				

As simulações preliminares da seção 3.5 e as simulações CFD monofásicas realizadas com o objetivo de determinação de parâmetros hidroacústicos para os modelos unidimensionais utilizaram o modelo da roda homogênea. Em todas as demais simulações utilizou-se a roda obtida por escaneamento.

Como resumo e visão geral, as diversas simulações CFD realizadas nesta etapa estão indicadas no Quadro 5.1. Com base no nome do arquivo de resultados atribuído à simulação e na legenda é possível identificar alguns detalhes da configuração, como monofásica, bifásica ou híbrida, esquema de advecção, solução estacionária ou transiente, o modelo da roda utilizada ou de seu objetivo e *status*, se condição inicial ou final. Para cada condição, as simulações precedentes à híbridas foram realizadas para gerar a condição inicial para estas.

5.2 ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL

Esta seção é dedicada a apresentar a extensão dos domínios considerados, as malhas computacionais, modelos de turbulência, esquemas de advecção e passos de tempo utilizados e os recursos computacionais e aplicativos do Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragem – CEASB da Fundação Parque Tecnológico Itaipu – FPTI utilizados nas simulações numéricas computacionais realizadas no âmbito desta pesquisa, tomando como referência as simulações indicadas no Quadro 5.1.

As simulações CFD híbridas em carga parcial e alta carga, e as respectivas simulações CFD puras para gerar condição inicial, foram realizadas no domínio do modelo HD, compreendido entre a entrada da caixa espiral e a saída do tubo de sucção, aqui denominado de domínio parcial. As simulações monofásicas em regime permanente para determinação de parâmetros hidroacústicos também foram realizadas neste mesmo domínio, porém com a roda homogênea. A representação do domínio parcial e da malha não estruturada (*non-conformal mesh*) utilizada, com elementos prioritariamente tetraédricos, foi gerada no Ansys-Meshing e é apresentada na Figura 65.

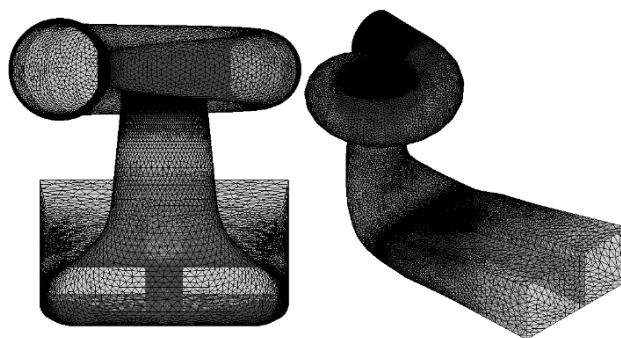


FIGURA 65 – MALHA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES COM DOMÍNIO PARCIAL

O número de elementos e a qualidade da malha da Figura 65 estão indicados na Tabela 5.1:

TABELA 5.1– PARÂMETROS DA MALHA DO DOMÍNIO PARCIAL

Domínio	Num. de Elementos	Mínima Qualidade Ortogonal
Tubo de sucção	4.489.653	0.16
Caixa espiral	3.183.850	0.15
Roda	5.753.381	0.10
Total	13.427.151	0,12



FIGURA 66 – MALHA UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES CFD COM DOMÍNIO COMPLETO

O número de elementos da malha nos diversos domínios do sistema hidráulico completo e respectiva qualidade estão indicados na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 – PARÂMETROS DA MALHA DO DOMÍNIO COMPLETO

Domínio	Num. de Elementos	Mínima Qualidade Ortogonal
Reservatório	35.815	0,15
Tomada de água	1.236.474	0,00
Conduto forçado	314.139	0,32
Caixa espiral	7.404.498	0,05
Distribuidor	3.797.774	0,07
Roda	6.119.059	0,11
Tubo de sucção	7.725.880	0,07
Total	26.633.639	

Visando favorecer a convergência e a qualidade dos resultados da etapa final das simulações bifásicas transientes, utilizou-se nestas simulações condições iniciais obtidas de resultados de simulações estacionárias, sendo algumas destas processadas com esquema advecção de segunda ordem e outras com esquema de advecção de primeira ordem, neste caso visando reduzir o esforço computacional e facilitar a convergência. No entanto, a etapa final das simulações em estado transiente foi realizada sempre com esquema de advecção de segunda ordem e com passo de tempo de 0,00183s, correspondente a 1º de giro da turbina. O tempo de operação mínimo simulado foi de 5 segundos, equivalente a 7,6 revoluções da turbina.

O modelo de turbulência adotado na solução RANS das equações governantes foi o SST, pré-qualificado nas simulações preliminares. As condições de contorno adotadas, visando a convergência e robustez da simulação quanto a instabilidade numérica, conforme Ansys (2015.c), foi vazão mássica (ρQ) na entrada e pressão estática ($\rho g H_2$) na saída, onde H_2 é a altura da coluna de água do nível de jusante até o centro da seção de saída do tubo de sucção.

A seguir, apresenta-se a configuração dos recursos computacionais utilizados e referidos no Quadro 5.1, com indicação dos núcleos físicos utilizados:

- PC1: CPU ES-2630 com 5 núcleos de processamento Intel Xeon de 2.6GHz, 16GB de RAM e sistema operacional Windows de 64-bit;

- PC2: CPU ES-1650 com 5 núcleos de processamento Intel Xeon de 3.2GHz, 16GB de RAM e sistema operacional Windows de 64-bit;
- PC3: CPU ES-2650 com 7 núcleos de processamento Intel Xeon de 2.6GHz, 32GB de RAM e sistema operacional Windows de 64-bit;
- PC4: CPU ES-1650 com 5 núcleos de processamento Intel Xeon de 3.2GHz, 16GB de RAM e sistema operacional Windows de 64-bit;
- PC5: CPU ES-2650 com 7 núcleos de processamento Intel Xeon de 2.0GHz, 32GB de RAM e sistema operacional Windows de 64-bit;
- MPI-1: Processamento Paralelo Distribuído por três computadores, 2xPC1 e 1xPC2;

5.3 ESQUEMA E CONFIGURAÇÃO DO AMBIENTE - COMUNICAÇÃO HÍBRIDA

A comunicação híbrida 2-way consiste em impor uma comunicação de realimentação entre os modelos HD e HA de modo a compensar no modelo HD-RANS efeitos não considerados por este modelo, de modo a melhorar sua predição de resultados, corrigindo a cada passo de tempo da simulação a condição de contorno de entrada do modelo HD, conforme valores processados pelo modelo HA. Um esquema simbólico do modelo híbrido para o ambiente do Ansys-CFX utilizado nesta pesquisa está ilustrado na Figura 67.

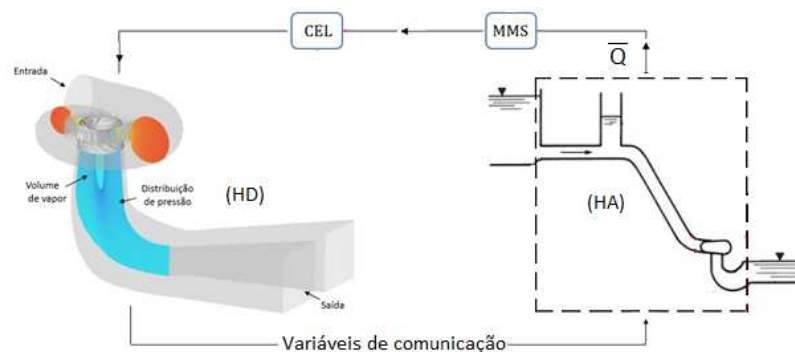


FIGURA 67– FLUXO DE CÁLCULO RESUMIDO DO MODELO HÍBRIDO 2-WAY

As variáveis de comunicação geradas no modelo HD e enviadas para o modelo HA variam conforme a condição operativa simulada. No caso da operação em alta carga, a fonte de excitação oriunda do vórtice de núcleo no tubo de sucção é a flutuação S_Q do volume do núcleo cavitante. Para o caso da operação em carga

parcial, a fonte de excitação deste vórtice é o momento provocado por sua precessão S_h , conforme esclarecido no Capítulo 2 e demonstrado na seção 4.2.7, e a flutuação de volume do vórtice S_Q . Assim sendo, as variáveis de comunicação com o modelo HA representativas destes parâmetros no modelo HD, incluindo a informação da variável tempo, foram:

- Alta carga: $S_Q = f(V_c), t$
- Carga parcial: $S_h = f(\vec{F}); S_Q = f(V_c); t$

A realimentação do modelo HD resultante do processamento no modelo HA é a vazão, corrigida a cada passo de tempo, até a convergência da simulação CFD híbrida realizada em estado transiente. A rotina do modelo HA deve ser escrita na linguagem do código CFX, o Fortran, e compilada pelo mesmo, de modo a possibilitar sua integração com o código do CFX e a utilização em comum de seu *solver*. Tal fato se configura como uma customização que o aplicativo CFX proporciona por meio de janelas que permitem a junção de rotinas (Junction Box Routine-JBR) ou por funções do usuário (User CEL Function), onde CEL representa uma abreviação de CFX Expression Language, conforme detalhado em Ansys (2015.b), relativo ao manual *Solver Modeling Guide* do CFX. Estas formas de customização apresentam características diferentes durante a simulação, como indicado a seguir:

Junction Box Routine – são rotinas escritas na linguagem de programação *Fortran* que tem a possibilidade de ser executada em qualquer momento da simulação. Essas rotinas não tem a capacidade de intervir sobre as condições de contorno ou nos modelos matemáticos padrão do *ANSYS/CFX*, entretanto são necessárias para interagir com as bibliotecas do *solver*.

User CEL Function – são rotinas escritas na linguagem de programação *Fortran* que são executadas várias vezes a cada momento durante a simulação numérica para que a CEL atualize as condições de contorno no modelo HD do *Ansys-CFX*;

A preparação do ambiente do CFX para possibilitar sua customização se inicia pela criação das áreas de memória dinâmica (MMS) e dos diretórios (DAT), para possibilitar o armazenamento dos dados de retorno do modelo HA, ou seja, do fluxo mássico utilizado pela CEL para alimentação da condição de contorno de entrada na caixa espiral. A criação da MMS e do DAT é feita por meio da rotina *get_archive.f*,

escrita em Fortran e disponível no APÊNDICE 6. O diagrama da Figura 68 ilustra o fluxo de comunicação de dados entre os modelos.

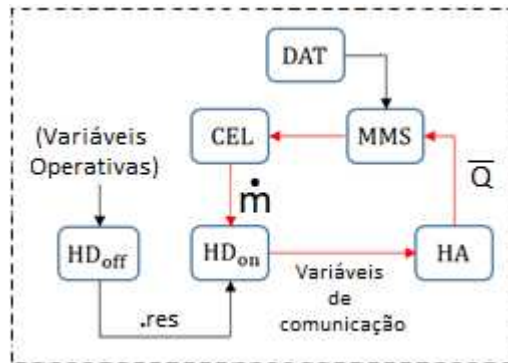


FIGURA 68– DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA COMUNICAÇÃO ENTRE OS MODELOS

A descrição dos itens do diagrama e suas respectivas entradas e saídas é apresentada a seguir:

- Modelo hidroacústico - HA: é uma Junction Box que contém a rotina do modelo matemático hidrocústico, cuja entrada são as variáveis de comunicação dinâmica V_c (alta carga) e S_h e V_c (baixa carga), e a saída a vazão \bar{Q} ;
- Modelo hidrodinâmico - HD_{off}: Modelo hidrodinâmico do Ansys-CFX com o modelo de cavitação inativo, cuja entrada são as variáveis operativas da condição a ser simulada e a saída o arquivo de resultados .res para condição inicial do HD_{on};
- Modelo hidrodinâmico - HD_{on}: Modelo hidrodinâmico do Ansys-CFX com o modelo de cavitação ativo, cuja entrada são as variáveis operativas da condição a ser simulada (\dot{m}) e o arquivo .res para condição inicial. A saída são as variáveis de comunicação dinâmica V_c (alta carga) e S_h e V_c (baixa carga);
- Gerenciador de memória do sistema – MMS: memória destinada ao armazenamento das informações provenientes do modelo HA que serão repassadas ao modelo HD, cuja entrada e saída é o fluxo mássico \dot{m} ;
- Diretório da área de transferência de dados DAT: é uma Junction Box responsável em criar o diretório (MAKDIR) e as áreas de dados (MAKDAT) do gerenciador da biblioteca do Ansys-CFX;
- CFX Expression Language – CEL: é uma função do usuário necessária para proceder a alteração das condições de contorno no Ansys-CFX

A utilização pelo *solver* das rotinas JBR e das funções CEL escritas em Fortran exige que todas elas sejam previamente configuradas no ambiente do Ansys-CFX, com informações básicas do nome da rotina, nome da biblioteca compartilhada, diretório da biblioteca (para o caso de função CEL), e momento da execução da rotina, para o caso de rotinas JBR. A sequência passo a passo para realizar estas configurações está apresentada no APÊNDICE 7.

As rotinas JBR e as funções CEL utilizadas na comunicação do modelo híbrido 2-way para alta carga estão indicadas no Quadro 5.2, bem como o nome dado à biblioteca (*hydroacoustic*):

QUADRO 5.2- *USER ROUTINES* DO MODELO HÍBRIDO 2WAY PARA ALTA CARGA

<i>User Routine</i>	<i>Junction Box Routine / User CEL Function</i>	<i>Calling Name</i>	<i>Library Name</i>	<i>Library Path</i>	<i>Junction Box Location</i>
<i>IniData</i>	<i>Junction Box Routine</i>	<i>get_arquive</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	<i>Start of Run</i>
<i>MassFlow</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vazao_massica</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)
<i>Transient</i>	<i>Junction Box Routine</i>	<i>instability</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	<i>Start of Time Step</i>
<i>VazoInlet</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vazao_inlet</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)
<i>VolValp</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vapour_value</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)
<i>dVolVap</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>dvapour_value</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)

Após definir as rotinas externas (*User Routines*), é necessário definir também as funções que atuam sobre o modelo hidrodinâmico (*User Function*). No presente caso, uma função deve atualizar a condição de contorno de entrada (*vazão_massica*) e as outras devem gerar gráficos no monitoramento das variáveis com o valor do volume da cavidade do vórtice (*Vapour*), a taxa de variação do volume de vapor do vórtice (*dVapour*) e o valor da vazão do modelo HA, que atualiza as condições de contorno (*vazão_massica*).

O código das rotinas *vazao_massica*, *vazao_inlet*, *vapor_value* e *dvapour_value* estão apresentadas no APÊNDICE 8.

O código da rotina *instability* refere-se ao modelo HA para as simulações híbridas 2-way em alta carga e está apresentado no APÊNDICE 9, organizado por blocos e com diversos comentários para facilitar seu entendimento. A seguir apresenta-se o a relação dos blocos deste programa:

- **Bloco 1** – INCLUSÃO DA ROTINA NA BIBLIOTECA DO ANSYS-CFX;
- **Bloco 2** – DECLARAÇÃO DAS VARIÁVEIS DO TIPO ALFANUMÉRICAS;
- **Bloco 3** – PARÂMETROS FÍSICOS UTILIZADOS;
- **Bloco 4** – PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DO CIRCUITO HIDRÁULICO;
- **Bloco 5** – PARÂMETROS DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL;
- **Bloco 6** – DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS TIPO INTEIRO;
- **Bloco 7** – DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS TIPO REAL;
- **Bloco 8** – DECLARAÇÃO DE VETORES DINÂMICOS DO TIPO INTEIRO;
- **Bloco 9** – DECLARAÇÃO DE VETORES DINÂMICOS DO TIPO REAL;
- **Bloco 10** – DECLARAÇÃO DE MATRIZES REAIS DINÂMICAS;
- **Bloco 11** – DECLARAÇÃO DAS VARIÁVEIS GLOBAIS;
- **Bloco 12** – COMUNICAÇÃO SINCRONIZADA DO MODELO HD PARA HA;
- **Bloco 13** – INICIALIZAÇÃO DE VARIÁVEIS, VETORES E MATRIZES;
- **Bloco 14** – DISCRETIZAÇÃO DO CIRCUITO HIDRÁULICO COMPLETO;
- **Bloco 15** – CÁLCULO DAS CONSTANTES HIDROACÚSTICAS – RLC;
- **Bloco 16** – RESOLUÇÃO DO REGIME PERMANENTE - $[B(Q)]\{X\} = \{C\}$;
- **Bloco 17**: RESOLUÇÃO DO REGIME TRANSIENTE- $[A](d/dt)\{X\} + [B(Q)]\{X\} = \{C\}$;
- **Bloco 18** – COMUNICAÇÃO MODELO HA COM MMS PARA SALVAR DADOS DE SAIDA.

O fluxograma resumido da rotina para o modelo híbrido 2-way para a condição de alta carga é apresentado na Figura 69. Para a condição operativa de carga parcial, as variáveis de saída do modelo HD (CFX) seriam relacionadas às fontes S_h e S_Q . Contudo, as simulações CFD puras para o ponto de operação carga parcial não indicou a presença de volume de cavitação V_c , mas apenas a existência do vórtice típico (trança), porém, sem a presença de vapor. Para esta condição operativa, os ensaios no protótipo indicaram também uma drástica redução na aeração atmosférica, sinalizando menor depressão abaixo da turbina, e conseqüentemente menor geração de vapor por cavitação. Assim sendo, o modelo híbrido 2-way para esta condição operativa considerou apenas o efeito de S_h . Para tanto, o modelo HD forneceu ao modelo HA a resultante das forças axiais F_{axial} na porção do volume do tubo de sucção com ocorrência do vórtice de baixa carga, dada pela simulação transiente do modelo HD (CFX).

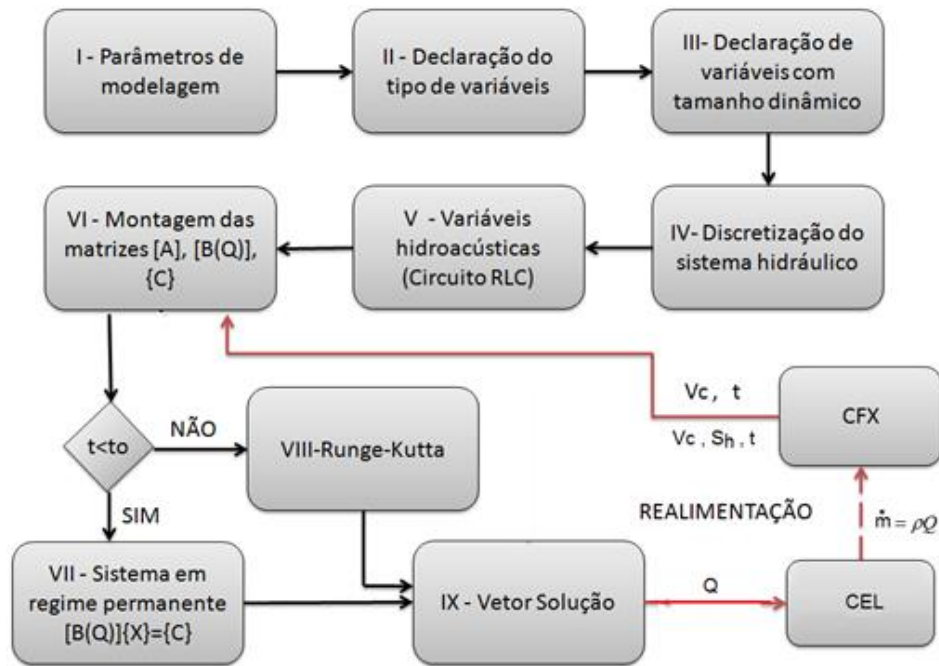


FIGURA 69 – FLUXOGRAMA RESUMIDO DA ROTINA PARA O MODELO HÍBRIDO 2-WAY

A força F_x relativa à precessão do vórtice na carga parcial, necessária para a determinação da fonte de momento S_h , foi obtida da equação (4.58) e do conhecimento da força axial total F_{axial} no tubo de sucção na região do vórtice informada pelo modelo HD, conforme equação (5.1), onde ρgAL é o peso da água na porção do tubo de sucção com presença do vórtice:

$$F_x = F_{axial} + (pA)_{\bar{2}} - (pA)_{\bar{1}} - \rho gAL_{\bar{1}-\bar{2}} \quad (5.1)$$

A implementação da simulação híbrida para baixa carga envolveu a elaboração das seguintes rotinas em Fortran: *get_arquivo*, *vazao_massica*, *partload* e *vazao_inlet*, indicadas no Quadro 5.3, bem como o nome dado à biblioteca (*hydroacoustic*):

QUADRO 5.3- USER ROUTINES DO MODELO HÍBRIDO 2WAY PARA CARGA PARCIAL

User Routine	Junction Box Routine / User CEL Function	Calling Name	Library Name	Library Path	Junction Box Location
<i>IniData</i>	Junction Box Routine	<i>get_arquivo</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	Start of Run
<i>MassFlow</i>	User CEL Function	<i>vazao_massica</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)
<i>Transient</i>	Junction Box Routine	<i>partload</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	Start of Time Step
<i>VazaoInlet</i>	User CEL Function	<i>vazao_inlet</i>	<i>hydroacoustic</i>	(...)	(-)

As rotinas *vazao_massica* e *vazao_inlet* são idênticas às rotinas apresentadas no APÊNDICE 8 para alta carga. Com relação à rotina *get_arquivo*, esta pode ser obtida da rotina para alta carga apresentada no APÊNDICE 6, bastando para tanto eliminar os comandos relacionados à fase vapor. Quanto à rotina *partload*, esta é o modelo *HA* propriamente dito para a condição de baixa carga. Em função da extensão e da semelhança com a rotina para alta carga apresentada no APÊNDICE 9, o código da rotina *partload* não será apresentado neste documento, mas apenas os resultados obtidos.

5.3.1 Configuração do modelo hidroacústico no ambiente híbrido

O objetivo desta subseção é esclarecer os requisitos da estrutura do código da rotina do modelo HA, sua configuração e comunicação para operar no ambiente híbrido com o Ansys-CFX. Os requisitos básicos são que a rotina deve ser programada em Fortran e contemplar a entrada de variáveis do modelo HD e a saída de variáveis do modelo HA para o modelo HD. Na rotina *instability* estes requisitos são atendidos pelo Bloco 12 e Bloco 18, respectivamente.

Os arquivos de todas as rotinas e funções do usuário escritas em Fortran (*arquivo.F*) devem ser compilados e convertidos para outras extensões para formar a biblioteca compartilhada. No sistema operacional Windows, os arquivos gerados são *arquivo.o*, *arquivo.lib*, *arquivo.exp*. No caso do sistema Linux, os arquivos gerados são *arquivo.o* e *arquivo.so*. O fluxo de geração da biblioteca compartilhada e sua comunicação com o Ansys-CFX está indicado na Figura 70.

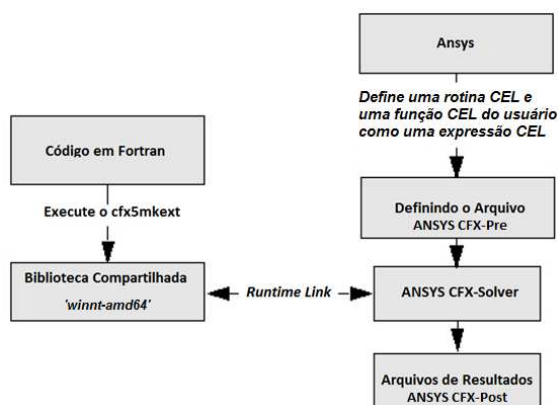


FIGURA 70 – FLUXOGRAMA DA COMUNICAÇÃO ENTRE ROTINAS DO USUÁRIO E O CFX
 FONTE: ADAPTADO DE ANSYS (2015.b)

Para o caso da simulação híbrida 2-way na alta carga, foram geradas seis rotinas em Fortran para o modelo HA: *get_arquive.F*, *instability.F*, *vazao_massica.F*, *vazao_inlet*, *vapor_value* e *dvapour_value*. Para converter estes arquivos para as extensões requeridas pelo Ansys-CFX executa-se na linha de comando a expressão *cfx5mkext – name hidroacoustic *.F* no diretório que contém os arquivos em Fortran. Com esta operação são gerados os seguintes nove arquivos que permanecem na pasta *winnt-amd64*, reconhecida pelo Ansys-CFX com biblioteca externa: *hidroacoustic.dll*, *hidroacoustic.exp*, *hidroacoustic.lib*, *get_arquive.o*, *instability.o*, *vazao_massica.o*, *vapor_value.o*, *dvapour_value.o*, *vazao_inlet.o*. A seguir apresenta-se a função destas rotinas:

get_arquive.F – Criar o diretório e as áreas de dados referentes aos valores das variáveis que devem ser armazenado na memória. Deve ser executada no início da simulação;

instability.F – É o modelo HA propriamente dito. Realiza os cálculos do escoamento do modelo 1D com dados de entrada do modelo HD para atualização da condição de contorno de entrada (vazão) no modelo HD. Deve ser executada no fim de cada passo de tempo do modelo HD;

vazao_massica.F – Atualiza a condição de contorno na entrada da caixa espiral, a partir da vazão do escoamento obtida na memória do solver, sendo consultada várias vezes em cada laço iterativo do modelo HD;

vapor_value.F – Construir um gráfico do comportamento do volume de vapor do vórtice durante a execução da simulação. Essa função é aplicada na “aba” *Output* na árvore de projeto do ANSYS/CFX, sendo consultada várias vezes em cada laço iterativo do modelo HD;

dvapour_value.F – Construir um gráfico do comportamento da variação do volume de vapor de cavitação do vórtice durante a execução da simulação. Essa função é aplicada na “aba” *Output* na árvore de projeto do ANSYS/CFX, sendo consultada várias vezes em cada laço iterativo do modelo HD;

vazão_inlet.F – Construir um gráfico do comportamento da vazão na entrada da caixa espiral durante a execução da simulação. Essa função é aplicada na “aba” *Output* na árvore de projeto do ANSYS/CFX, sendo consultada várias vezes em cada laço iterativo do modelo HD.

5.3.2 Configuração do modelo hidrodinâmico no ambiente híbrido

A preparação do modelo HD para o ambiente híbrido no Ansys-CFX começa por realizar uma simulação CFD na condição operativa desejada para o sistema hidráulico compreendido no domínio do modelo HD, ou seja, entre a entrada da caixa espiral e a saída do tubo de sucção. Os campos de pressão e vazão desta simulação serão a condição inicial do modelo HD na simulação híbrida. Para o caso da alta carga, a condição inicial foi gerada com uma simulação bifásica transiente com o modelo de cavitação inativo, como pré-condição inicial para uma segunda simulação com o modelo de cavitação ativado.

As configurações realizadas no CFX específicas para o ambiente híbrido estão indicadas no APÊNDICE 7 e podem ser resumidas nos seguintes itens:

- a) Configuração do sistema de coordenadas local sobre a face da seção de entrada da caixa espiral;
- b) Parametrização de expressões matemáticas ou variáveis necessárias para o modelo hidroacústico;
- c) Parametrização das condições operativas;
- d) Configuração das rotinas e funções de usuário (CEL e Junction Box), conforme indicado no APÊNDICE 7.

A configuração do sistema de coordenadas local sobre a face da entrada da caixa espiral se deve a que o sistema padrão do Ansys-CFX é o plano x-y e a condição de contorno a ser atualizada proveniente do modelo HA utiliza o plano y-z.

A parametrização no CFX-Pre das expressões e variáveis para o modelo HA foram: diâmetro da entrada, área da seção de entrada, rotação, altura de sucção, massa específica e a variável interna $\text{volumeInt}(\text{WaterWapour. Volume Fraction})$ do CFX.

A parametrização das condições operativas no *Command Editor* do CFX-Pre foram: nível de montante (HU), nível de jusante (HT), número de interações para que o modelo HA passe de um regime permanente para um regime transiente (Nrp), abertura do distribuidor (Y) e vazão inicial (Qo).

O parâmetro N_{rp} visa determinar o instante para o cálculo do valor inicial para a integração do PVI pelo Runge-Kutta no modelo HA. Visando a obtenção de uma condição inicial mais precisa para o regime transiente no HA, a condição inicial foi tomada após um intervalo aproximado de 50 passos de tempo de simulação em regime permanente pelo HA e em um instante em que a taxa dV_c / dt seja nula, de forma a se ter melhor aproximação para a consideração de $\vec{dx} / dt = 0$, de forma a atender adequadamente a consideração para a equação (4.80).

6 SOLUÇÃO MODELOS DE ANÁLISE DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA

6.1 AUTO-PARES E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO SISTEMA COMPLETO

A solução da equação (1.132) foi implementada no Matlab utilizando a função `EIG`, a qual pode retornar os autopares do sistema representado por esta equação. Para adequar à formulação desta função, a matriz global a ser considerada é o produto $[A]^{-1}[B]$ da equação (1.132). Para resolver o problema, foram implementados os códigos `HA_autofreq_eig` e `HA_automodos_eig` apresentados no APÊNDICE 10.

Como as autofrequências do sistema são do tipo $s = \alpha + j\omega$, os resultados considerados para os autopares foram os correspondentes aos 10 primeiros valores com frequência natural positiva, ou seja, com a parte imaginária ω positiva.

A solução das autofrequências foi implementada também por um segundo procedimento, este por meio da técnica de varredura. Esta técnica consiste em verificar a resposta de sistema a uma excitação harmônica de amplitude constante, porém com frequência variável de modo a percorrer a faixa de frequência desejada. Esta técnica foi aplicada ao sistema hidroacústico HA, representado pela equação (1.131), por meio da função `CHIRP` do Matlab, a qual utiliza uma excitação unitária. Para tanto, deve ser fornecida a esta função a equação do sistema, os valores mínimo e máximo da frequência, o tempo da varredura e método de varredura.

O método de varredura escolhido para a função `CHIRP` foi o de variação linear da frequência de uma excitação co-senoidal e da densidade espectral de potência logarítmica, conforme ilustração da Figura 71. Este método é o default do Matlab.

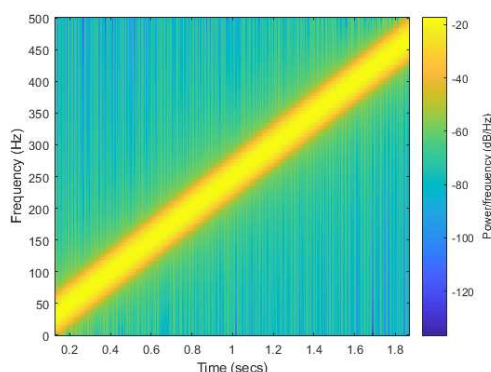


FIGURA 71 – EXEMPLO DE VARREDURA LINEAR PARA A FUNÇÃO `CHIRP`
 FONTE: [HTTPS://WWW.MATHWORKS.COM/HELP/SIGNAL/REF/CHIRP.HTML](https://www.mathworks.com/help/signal/ref/chirp.html), ACESSO 27/9/2017

Para resolver o problema, foi implementado o código *HA_autofrequencias_chirp*, apresentado no APÊNDICE 10. Para melhor precisão na definição das frequências, utilizou-se a janela temporal retangular na FFT para obtenção dos espectrogramas da resposta do sistema à excitação unitária de 1 m³/s.

6.2 DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA

As funções de transferência $G(s)$ de interesse nesta pesquisa foram obtidas aplicando a equação (1.144), obtida por aplicação das transformações de Laplace indicadas no sistema da equação (1.138). No entanto, apenas como informação, porém de forma mais objetiva, a equação (1.144) pode ser obtida também pela aplicação da transformada de Fourier à equação (1.137), conforme indicado a seguir:

$$\begin{aligned} i\omega X(i\omega) &= [A]X(i\omega) + [B]U(i\omega) & (i) \\ Y(i\omega) &= [C]X(i\omega) + [D]U(i\omega) & (ii) \end{aligned} \quad (6.1)$$

Assumindo o vetor de entrada \vec{u} (fonte de excitação) como sendo a função delta de Dirac, sua transformada $U(i\omega)$ no domínio da frequência é unitária, possibilitando escrever as seguintes relações:

$$\begin{aligned} X(i\omega) &= [i\omega I - A]^{-1} [B] & (i) \\ Y(i\omega) &= [C][i\omega I - A]^{-1} [B] + [D] & (ii) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Fazendo a mesma consideração feita na seção 2.5.3 de $[C]=1$ e $[D]=0$, obtém-se a resposta em frequência procurada a uma entrada em frequência $X(i\omega)$, equivalente à equação (1.144), ou seja:

$$Y(i\omega) = [i\omega I - A]^{-1} [B] \equiv G(s) \quad (6.3)$$

Para resolver o problema, foi implementado o código *HA_matriz_transfer* em Matlab que possibilita o cálculo da função de transferência de um elemento do sistema hidráulico ou entre elementos do sistema hidráulico. As funções de transferência de maior interesse nesta pesquisa são a dos elementos do modelo HA que têm interação com o modelo HD do CFX e do trecho entre estes elementos, detalhados a seguir:

- a) $G(s)$ do elemento concentrado do tubo de sucção que contém a pulsação do volume de cavitação dV_c / dt , fonte de excitação do sistema na

operação em alta carga no modelo HA e que recebe a informação do modelo HD;

- b) $G(s)$ do elemento de entrada da caixa espiral do modelo HA que envia a informação de vazão para a seção correspondente no modelo HD;
- c) $G(s)$ entre os elementos dos itens 'a' e 'b' acima.

A função $G(s)$ do item 'c' representa a resposta que uma excitação proveniente do tubo de sucção em alta carga provoca na entrada da caixa espiral da turbina, possibilitando uma avaliação direta da possibilidade de ocorrência de instabilidade se o ganho dinâmico for positivo, ou seja, de uma amplificação. Para resolver o problema, foi implementado o código *HA_transfer_matrix*, apresentado no APÊNDICE 10. Os resultados estão apresentados no Capítulo 7.

6.3 MODELO ANALÍTICO PARA ANÁLISE DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA

A solução da equação (1.155) referente ao modelo analítico apresentado na seção 2.5.4 foi implementada de forma a se determinar soluções (autofrequências) da equação com variação dos parâmetros hidroacústicos χ e C , possibilitando assim determinar as linhas de isofrequências e as regiões de instabilidade. Para tanto, foi utilizado o código *HA_Analitic_Model* em Matlab, adaptado de Vieira (2016), conforme apresentado no APÊNDICE 11.

O valor real dos parâmetros hidroacústicos compliância C e o fator de ganho de fluxo mássico χ foram determinados conforme previsto na seção 4.2.6, ou seja, com base na variação do volume da cavidade de vapor de cavitação do vórtice de núcleo obtido em simulações CFD monofásicas em estado estacionário para o ponto de alta carga, considerando o domínio do sistema hidráulico compreendido entre a entrada da caixa espiral e a saída do tubo de sucção. Para estas simulações, a roda da turbina considerada foi a roda homogênea alternativa citada na seção 3.1.1.1. As condições operativas consideradas nestas simulações estão indicadas na Tabela 6.1.

TABELA 6.1 – SIMULAÇÕES CFD - DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS

Simulação	\bar{Q} [m ³ /s]	H ₂ [m]
SIM1	Q=740	H ₂ =30
SIM2	Q=740	1,1H ₂ =33
SIM3	1,05Q=777	H ₂ =30

Os volumes de vapor obtidos nestas simulações podem ser apreciados na figura seguinte:

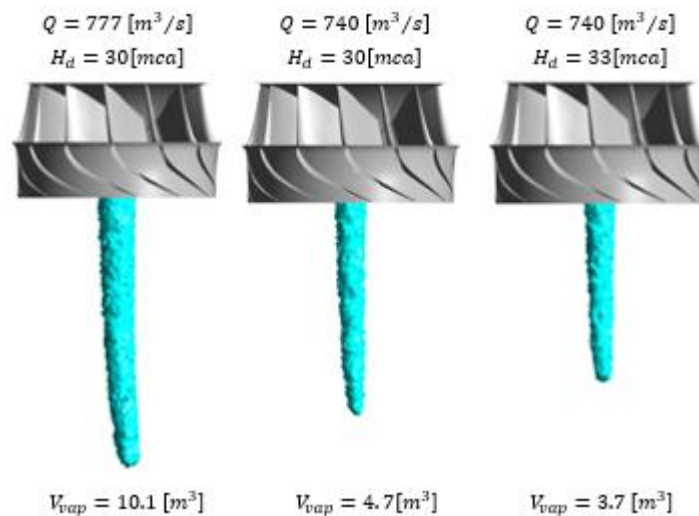


FIGURA 72– VOLUMES DE VAPOR DE CAVITAÇÃO DO VÓRTICE DE NÚCLEO

Os parâmetros hidroacústicos C_c e χ dependentes da variação do volume do vórtice foram calculados seguindo a equação (4.53). Os coeficientes de perdas hidráulicas K , ζ_2 e φ foram obtidos pelas relações da equação (6.4), onde P_1 e P_2 são as pressões totais médias nas seções de entrada e saída do tubo de sucção, e P_a e P_c as pressões estáticas médias na entrada do tubo de sucção e no vórtice de núcleo e \bar{V}_1 a velocidade média na saída do tubo de sucção. O coeficiente K está relacionado às perdas singulares no tubo de sucção por efeitos geométricos de curvatura e difusividade. O coeficiente ζ_2 está relacionado às perdas por atrito e o coeficiente φ às perdas por efeitos rotacionais do fluido.

$$K = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \bar{V}_1^2} \quad \zeta_2 = f \frac{L}{D} + K \quad \varphi = \frac{P_a - P_c}{\rho V_{U2}} \quad (6.4)$$

Os valores obtidos para estes parâmetros hidroacústicos e hidráulicos foram:

TABELA 6.2 – DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS E HIDRÁULICOS

C_c [m ²]	C_c [m ⁴ s/kg]	χ [s]	K	ζ_2	ϕ
0,3366	3,44E-5	- 0,1462	0,212	0,282	0,910

A Figura 73 ilustra a localização dos planos de referência na determinação destes parâmetros

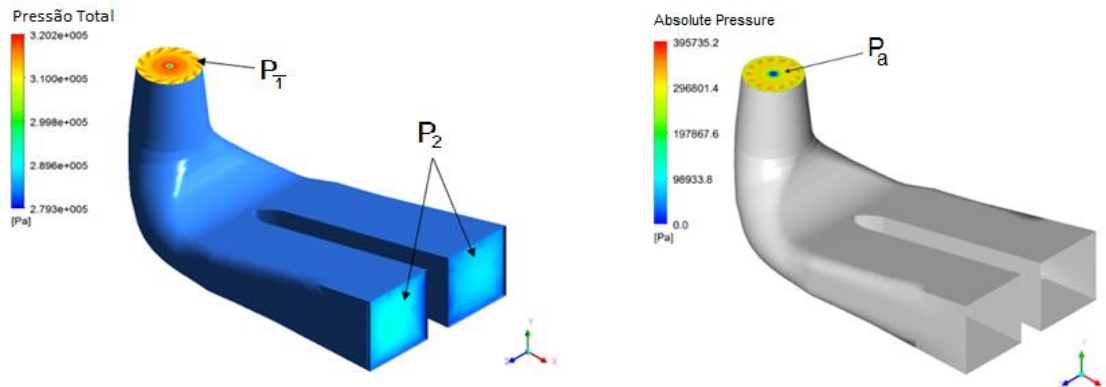


FIGURA 73 – PLANO DE MEDIÇÃO DAS PRESSÕES MÉDIAS NO TUBO DE SUCÇÃO
FONTE: MARRA ET AL (2016)

6.4 ESTABILIDADE DE UM ESCOAMENTO CAVITANTE

Esta análise visou incluir em um modelo simplificado do sistema hidráulico os efeitos da compliância do volume de cavitação, do fator de fluxo de ganho mássico e da resistência termodinâmica em posição longitudinal análoga à região dos vórtices de núcleo no tubo de sucção do sistema hidráulico real, de modo a possibilitar uma estimativa da influência destes parâmetros e também para comparação com os resultados dos modelos completos HA, HD, Híbrido e o Analítico. Os resultados foram baseados nas Equações (1.161) e (1.162) e são apresentados no capítulo dos resultados. Para possibilitar a geração dos diagramas de estabilidade, implementou-se o código *HA-circuito RLCX* em Matlab apresentado no APÊNDICE 10.

7 RESULTADOS

Este capítulo é dedicado à apresentação e análise dos resultados da predição do comportamento hidráulico em carga parcial e em alta carga da turbina francis de referência nesta pesquisa, avaliado por meio dos modelos matemáticos apresentados anteriormente relativos à estimativa da pulsação de pressão e da estabilidade hidráulica, e de comparação com medições realizadas na turbina protótipo para as duas condições operativas analisadas: $Q/Q_{ot} = 0,75$ e $Q/Q_{ot} = 1,29$. A sequência de abordagem dos resultados é:

- Resultados dos ensaios no protótipo;
- Resultados do modelo tridimensional – HD;
- Resultados do modelo unidimensional – HA;
- Resultados do modelo híbrido – HDHA;
- Comparação dos resultados da resposta temporal;
- Resultados dos modelos de estabilidade hidráulica.

Para o caso do modelo HD para a condição operativa de alta carga são consideradas duas extensões para o domínio do sistema hidráulico: *i*) parcial (da entrada da caixa espiral até a saída do tubo de sucção) e *ii*) completo (do reservatório de montante até a saída do tubo de sucção).

Para os modelos HA e HDHA foram apresentados e analisados os resultados considerando duas condições para os parâmetros hidroacústicos compliância da cavitação (C_c), fator de ganho de fluxo mássico (χ) e resistência termodinâmica (R_{th}), conforme indicado a seguir:

- Com parâmetros hidroacústicos constantes: $C_c = cte$; $\chi = cte$; $R_{th} = cte$;
- Com parâmetros hidroacústicos variáveis: $C_c = f(h)$; $\chi = cte$; $R_{th} = f(c, \beta)$.

As condições com parâmetros hidroacústicos constantes e variáveis visaram considerar o efeito da variação dos parâmetros hidroacústicos C_c e R_{th} na predição dos modelos HA e HDHA do comportamento dinâmico do sistema hidráulico com a turbina operando no ponto de alta carga. A variação assumida para a compliância é apenas com a pressão e, para a resistência termodinâmica, com a velocidade do som e a concentração de vapor da cavitação, conforme resumido na Tabela 4.2.

7.1 RESULTADOS DOS ENSAIOS NO PROTÓTIPO

Os resultados dos ensaios realizados no protótipo de interesse desta pesquisa são apresentados nesta seção. De forma a dar consistência em algumas constatações sobre os efeitos da aeração no comportamento do sistema hidráulico da turbina em estudo, são apresentados os resultados gerais obtidos em todos os patamares do ensaio realizado na queda bruta de 116,0m, conforme indicado na Tabela 3.2.

Em todos os patamares de carga do ensaio foi feita variação da aeração na turbina por meio do ajuste da abertura máxima da válvula, utilizando o dispositivo apresentado na seção 3.2. Para efeitos práticos, tomou-se como abertura máxima da válvula (100%) o seu curso máximo efetivo causado pela depressão no núcleo do vórtice abaixo da turbina. Desta forma, como neste ensaio a abertura máxima alcançada pela válvula de aeração foi de 30mm, ocorrida no ensaio de plena carga, este foi o valor de referência para 100% da abertura. A condição livre refere-se à situação normal operativa da válvula, sem limitação de sua abertura máxima pelo dispositivo regulador da aeração, cuja relação $Q_{ar}/Q_{turbina}$ variou de 1%, para uma abertura da válvula de 25%, até 1,3% na abertura máxima.

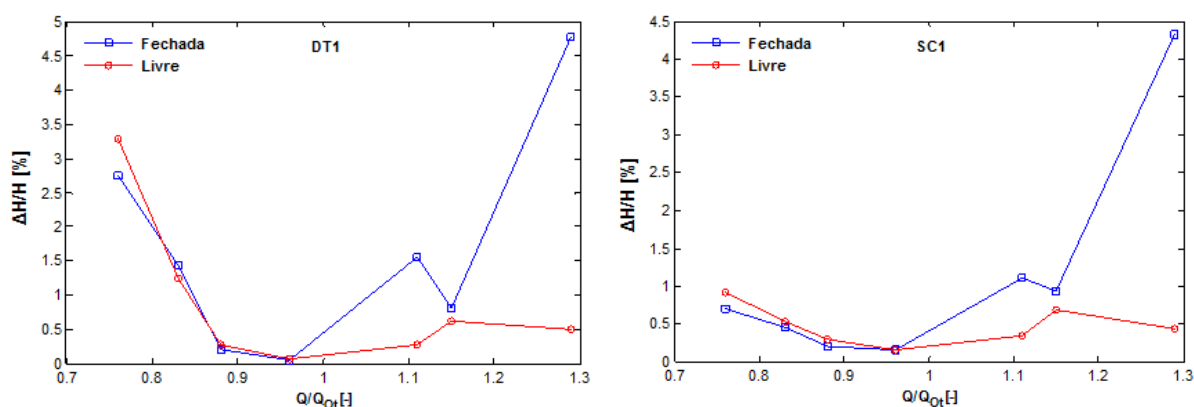


FIGURA 74 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

Os resultados obtidos para a pulsação de pressão no tubo de sucção e na caixa espiral com a válvula de aeração em condição livre e fechada são apresentados na Figura 74 em função da vazão na turbina com relação à vazão em seu ponto ótimo de eficiência na transformação de energia. Como se pode observar nessa figura, o afastamento operativo do ponto ótimo causou, como esperado, um aumento na pulsação de pressão no tubo de sucção. Este comportamento é típico em turbinas

Francis convencionais e normalmente está associado aos fenômenos de carga parcial e alta carga citados na seção 2.2.2. Outras constatações relevantes são:

- O efeito desprezível da aeração na pulsação de pressão na carga parcial e o efeito benéfico da aeração para a redução da pulsação de pressão na alta carga, revelando que a vazão de aeração está adequada. Quando isto não ocorre, a aeração pode ser até prejudicial, aumentando a pulsação de pressão. Quando isto ocorre na baixa carga, normalmente está relacionado com ressonância hidráulica no tubo de sucção. Quando ocorre na alta, normalmente está relacionada com o fenômeno de instabilidade hidráulica, conforme citado na seção 2.2.3;
- Na carga parcial, ocorreu atenuação da pulsação de pressão na caixa espiral com relação ao tubo de sucção, como denota os espectrogramas da Figura 75.

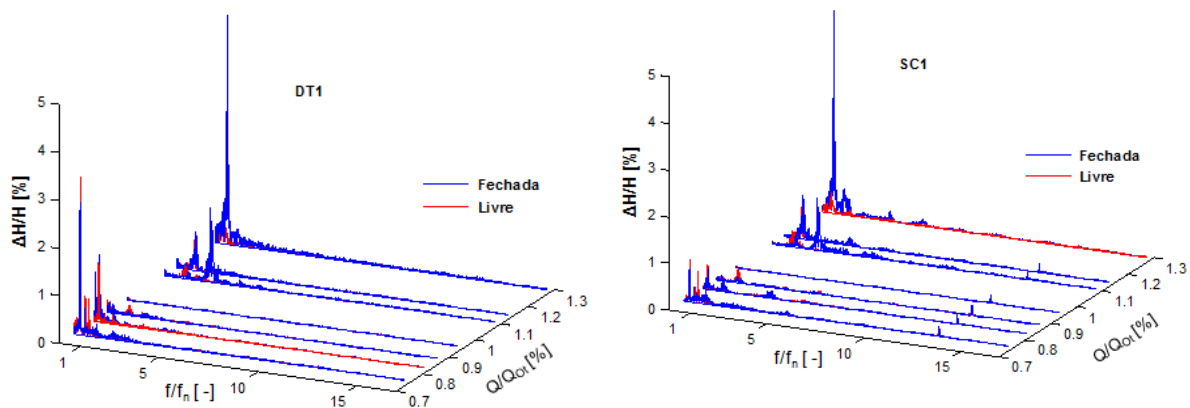


FIGURA 75 - ESPECTROGRAMA DA PRESSÃO: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

A frequência dominante na pulsação de pressão é apresentada na Figura 76, de forma adimensionalizada com relação à frequência f_n de rotação da turbina. Como esperado, a aeração provoca alteração na frequência dominante. No tubo de sucção, a frequência dominante da pulsação de pressão na carga parcial é regida pela precessão do vórtice desta condição operativa e apresentou uma relação $f/f_n \approx 0,26$, portanto, na faixa prevista na seção 2.2.2.3. Na alta carga ($Q/Q_{ot} = 1,29$) com aeração livre, a frequência dominante apresentou uma relação $f/f_n = 0,46$. Sem aeração, este valor aumentou para 0,56, equivalente a 0,85Hz. Esta perturbação pode ser atribuída ao vórtice de alta carga, relacionado à primeira autofrequência do sistema hidráulico.

Próximo ao ponto de eficiência máxima $Q/Q_{ot}=1,0$, não ocorre ação dos vórtices de núcleo e a frequência dominante coincide com a frequência de passagem das pás da turbina $f/f_n=13$, porém a amplitude da pulsação é pequena.

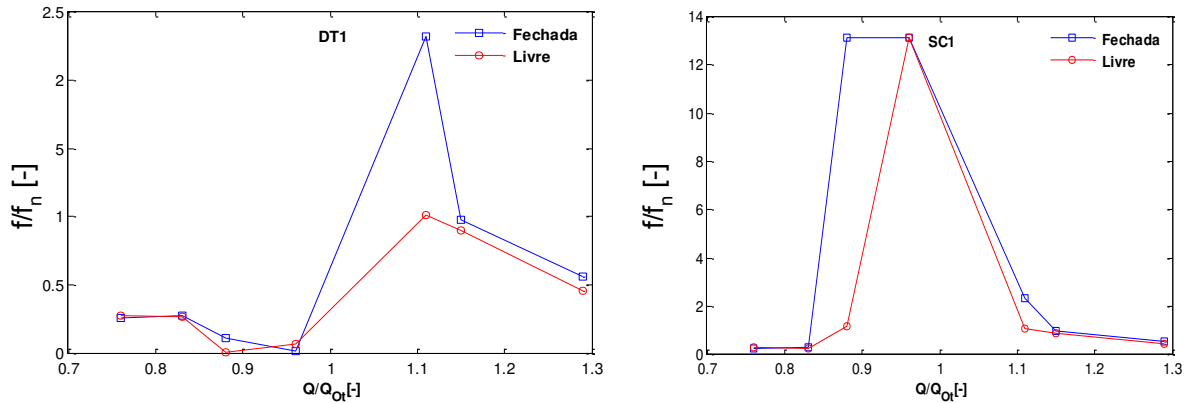


FIGURA 76 - FREQUÊNCIA DOMINANTE: A) TUBO DE SUÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

Com relação ao ponto de operação com $Q/Q_{ot}=1,29$, no qual se detectou indícios de operação no limite da estabilidade, conforme indicado na Figura 39, apresenta-se na Figura 77 os resultados da influência da aeração na amplitude e na frequência da pulsação no tubo de sucção (DT1) e na caixa espiral (SC1). Nestes gráficos a abscissa é a abertura percentual da válvula de aeração. No gráfico da frequência, observa-se uma discreta redução da relação f/f_n com o aumento da aeração. Este efeito pode ser atribuído ao aumento na compliância da cavidade do vórtice de núcleo, o que leva à redução na frequência estimada pela equação 2.16. Observa-se também um efeito positivo da aeração na redução da frequência da oscilação de potência (ΔPot). Para abertura da válvula superior a 36%, pode-se diagnosticar total independência de efeitos hidráulicos na oscilação da potência e atribuir a frequência residual da oscilação como típica do sistema elétrico.

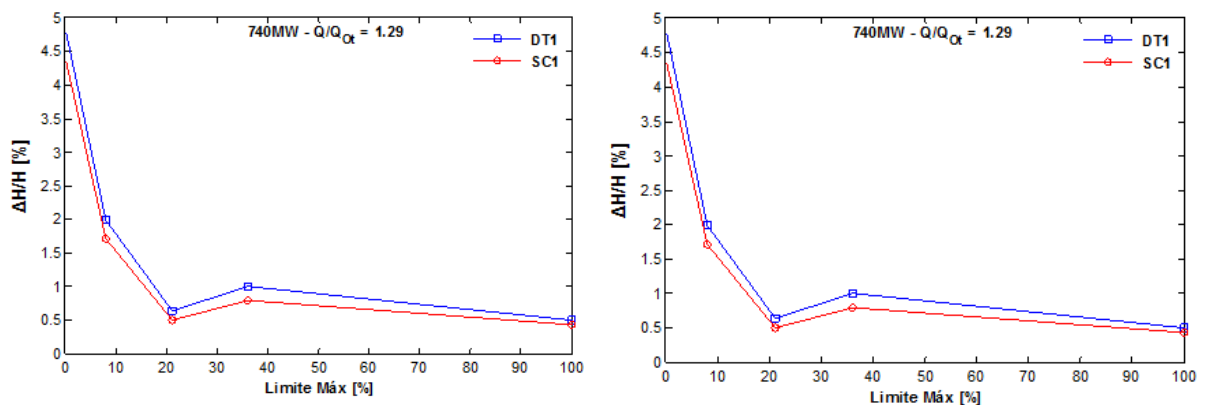


FIGURA 77 - EFEITO DA AERAÇÃO NA PLENA CARGA: A) PULSAÇÃO DE PRESSÃO; B) FREQUÊNCIA DOMINANTE DA PULSAÇÃO

A amplitude da oscilação de potência com e sem aeração pode ser visualizada na Figura 78-a. A variação da amplitude da pulsação de pressão no tubo de sucção $\Delta H/H$ está indicada na cascata de espectros da Figura 78-b, evidenciando o quase desaparecimento da pulsação relacionada ao vórtice de alta carga na abertura de 100% da válvula de aeração.

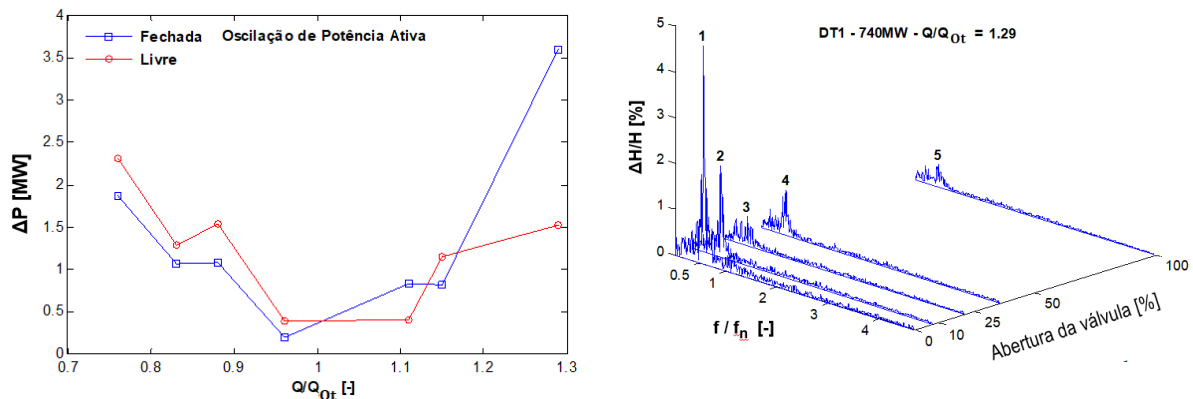


FIGURA 78 – A) OSCILAÇÃO DE POTÊNCIA; B) ESPECTROGRAMA COM VARIAÇÃO DA AERAÇÃO EM ALTA CARGA

O efeito não significativo da aeração no comportamento da pulsação de pressão no ponto de carga parcial analisado ($Q/Q_{ot} = 0,75$) pode ser atribuído à pequena variação proporcionada pela aeração na frequência dominante no tubo de sucção, conforme indicado na Figura 79-a. Contudo, no ponto de alta carga analisado $Q/Q_{ot} = 1,29$ o efeito foi significativo na variação da frequência e, por conseguinte, na redução da amplitude da pulsação de pressão nesta condição operativa.

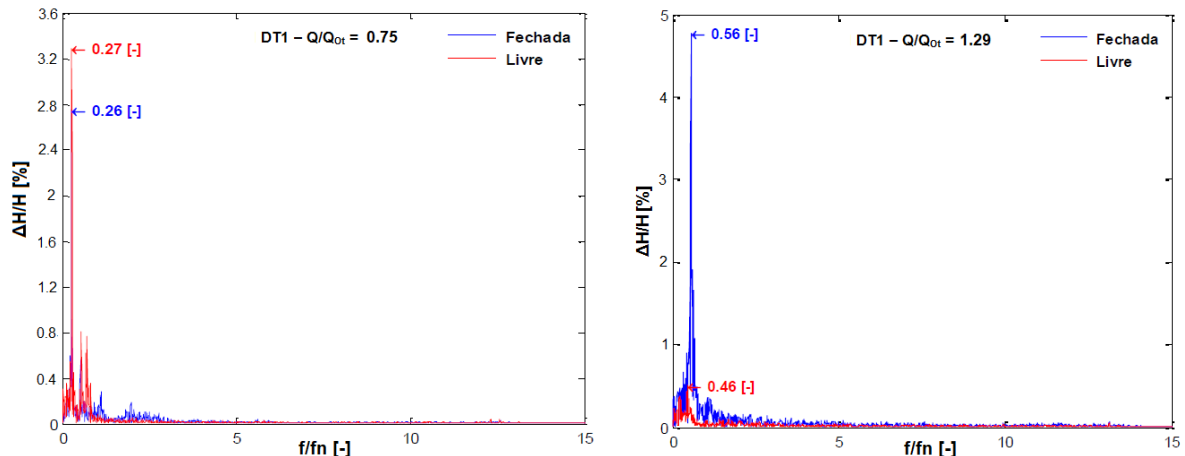


FIGURA 79 - ESPECTROGRAMA DA PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO TUBO DE SUCÇÃO: A) CARGA PARCIAL; B) PLENA CARGA

A seguir, apresenta-se um resumo da amplitude e da frequência dominante da pulsação de pressão no tubo de sucção [DT1] e na caixa espiral [SC1], com e sem aeração, com destaque da relevante variação na amplitude e na frequência no teste com $Q/Q_{ot} = 1,29$.

TABELA 7.1 AMPLITUDE E FREQUENCIA DA PULSAÇÃO DE PRESSÃO NO PROTÓTIPO

Teste	Q/Qot	Válvula Fechada				Válvula Livre			
		$\Delta H/H$ [%]		f/fn [-]		$\Delta H/H$ [%]		f/fn [-]	
		DT1	SC1	f/fn	f/fn	DT1	SC1	f/fn	f/fn
1	0,76	2,76	0,7	0,26	0,26	3,3	0,92	0,27	0,27
2	0,83	1,44	0,46	0,28	0,28	1,24	0,54	0,27	0,27
3	0,88	0,2	0,2	1,16	1,16	0,28	0,3	1,16	1,16
4	0,96	0,06	0,16	-	-	0,06	0,16	-	-
5	1,10	1,56	1,12	2,31	2,31	0,28	0,34	1,01	1,05
6	1,15	0,82	0,94	0,98	0,98	0,64	0,68	0,9	0,9
7	1,30	4,78	4,34	0,56	0,56	0,50	0,44	0,46	0,46

7.2 RESULTADOS DO MODELO TRIDIMENSIONAL – HD

As pulsações de pressão obtidas nos modelos considerados nesta pesquisa foram tomadas na caixa espiral e no tubo de sucção, em posição análoga à das tomadas de pressão no protótipo, indicadas na Figura 40. Os valores apresentados no histórico temporal e nos espectrogramas são as amplitudes pico-a-pico percentuais, relativas à queda líquida da condição operativa considerada. Para tanto, nos oscilogramas deduziu-se do conjunto de valores temporais da pressão $H[mca]$ o valor mínimo do conjunto e dividiu-se pela queda. Os espectrogramas foram obtidos por FFT do conjunto de valores relativos visando apenas a detecção do valor da frequência dominante. A FFT não utilizou amostragem ou filtragens. Assim, todo o conjunto de valores do intervalo de tempo simulado foi considerado na FFT.

7.2.1 Condição operativa de carga parcial – Modelo HD

Conforme apresentado na fundamentação teórica, a excitação do vórtice de baixa carga se comporta como uma excitação externa forçada sobre o sistema hidráulico e que a cavitação não altera este efeito, salvo em caso de ressonância hidráulica no tubo de sucção, conforme ilustrado na Figura 13. Assim sendo, para esta condição operativa as simulações no modelo HD foram realizadas de forma monofásica (1F) e com domínio parcial, ou seja, da entrada da caixa espiral até a saída do tubo de sucção. Independente disso, observa-se que, assim como ocorrido nas simulações preliminares, o modelo HD não foi capaz de captar a pressão de vapor no núcleo do vórtice de baixa carga e que, também por este motivo o dV_c/dt teria efeito nulo, visto que o modelo HD não captou nenhum volume de cavitação. Caso se fizesse necessária esta excitação, uma alternativa seria configurar um coeficiente de Thoma fictício, abaixo do real, para favorecer a ocorrência de cavitação, conforme mencionado em Alligné (2011). No entanto, a excitação forçada para esta condição operativa é devida principalmente pela fonte de momento S_h .

No protótipo, as medições indicaram também para o ponto de carga parcial $Q/Q_{ot}=0,75$ menor vazão de aeração, comparativamente à condição de alta carga, sinalizando que a pressão no núcleo do vórtice da carga parcial é superior ao de alta carga, portanto, com menor potencial para a ocorrência da fase vapor.

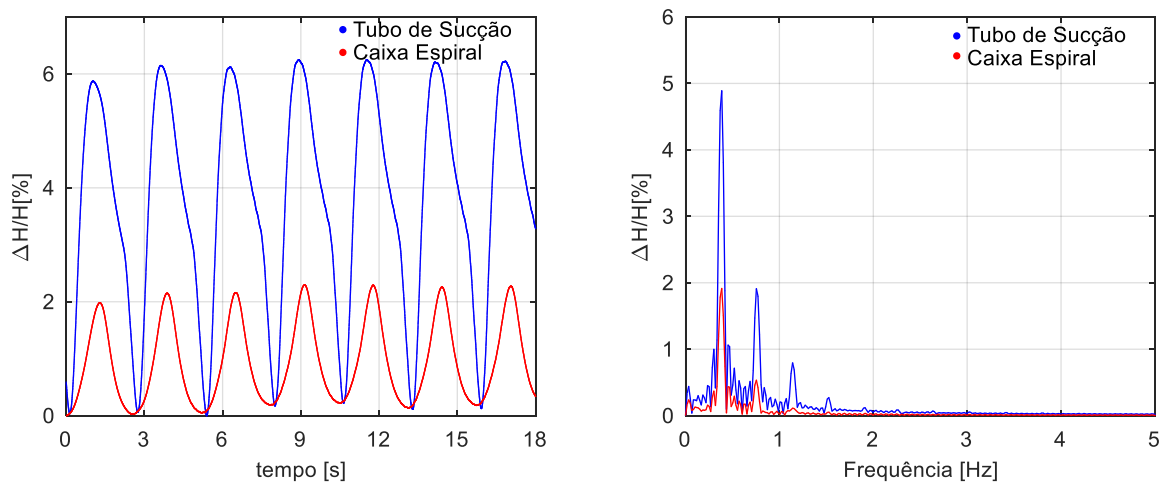


FIGURA 80 – MODELO HD-1F A) PULSAÇÃO DE PRESSÃO; B) ESPECTROGRAMAS

As condições de contorno nesta simulação monofásica HD-1F (CFD puro) foram de vazão constante na entrada e pressão constante na saída. A resposta

temporal da pulsação de pressão na entrada da caixa espiral e no tubo de sucção e respectivos espectrogramas são apresentados na Figura 80:

Observa-se que o modelo reproduziu com boa aderência os valores das três frequências principais presentes no espectro das pulsações de pressão encontradas no protótipo: 0,4 Hz, 0,86Hz e 1,2Hz, onde a primeira é a frequência fundamental do vórtice de baixa carga, devida à precessão do vórtice, conhecida como frequência de Reighnaz, cujo valor teórico é de aproximadamente $0,25 f_n$, resultando em 0,38Hz. O valor obtido no protótipo para esta frequência foi de $0,27 f_n$, ou seja 0,4Hz.

7.2.2 Condição operativa de alta carga – Domínios parcial e completo

Conforme apresentado na fundamentação teórica, a excitação do vórtice de alta carga se comporta como uma excitação interna (autoexcitação) sobre o sistema hidráulico e que os parâmetros C , χ relacionados ao volume de cavitação são significativos no valor das autofrequências do sistema hidráulico, e que esta excitação configura-se como um fenômeno de instabilidade hidráulica no sistema. Assim sendo, para a condição operativa de alta carga as simulações no modelo HD foram realizadas de forma bifásica (2F) em domínio parcial, ou seja, da entrada da caixa espiral até a saída do tubo de sucção e também em domínio completo, compreendido desde o reservatório montante até a saída do tubo de sucção. Simulações prévias monofásicas indicaram uma variação nula da pressão no tubo de sucção para o modelo HD1F em alta carga.

Para a condição de escoamento bifásico e domínio parcial, o modelo HD capturou o volume de cavitação, porém o mesmo apresentou um comportamento amortecido ao longo da simulação, conforme indicado no gráfico da Figura 82-a. Estes fatos indicam que o modelo HD na configuração de domínio parcial não captou o comportamento com características de instabilidade no sistema hidráulico observado no ensaio do protótipo para esta condição operativa. O volume de vapor obtido nas simulações com domínio parcial e completo pode ser visualizado na figura seguinte:

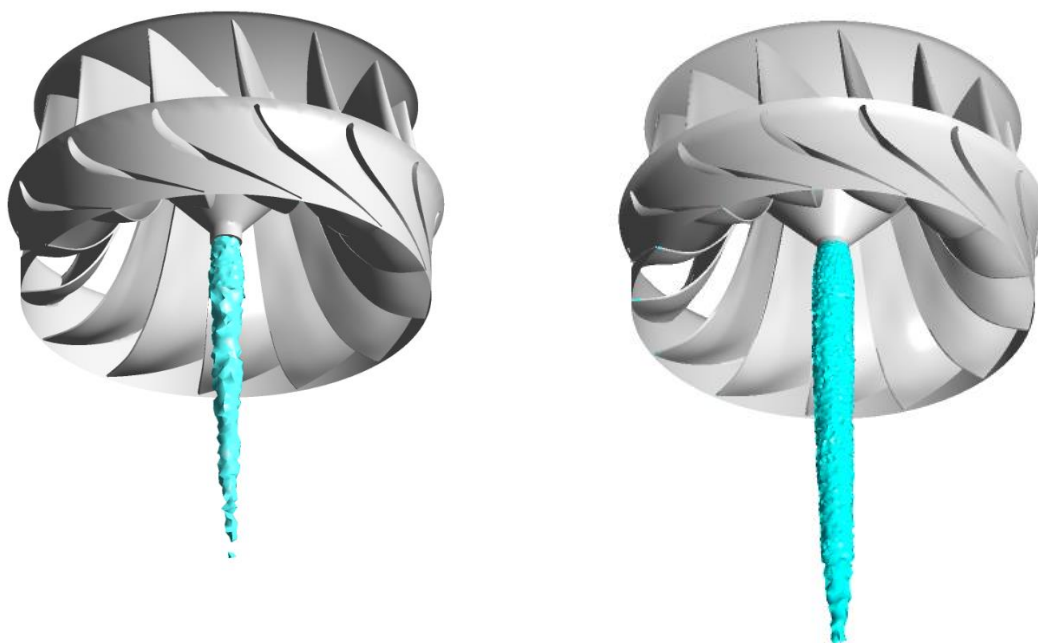


FIGURA 81 - VOLUME DE VAPOR EM ALTA CARGA: A) DOM. PARCIAL; B) DOM. COMPLETO

A resposta temporal da pulsação de pressão na entrada da caixa espiral e no tubo de sucção pelo modelo HD-2F em domínio parcial e respectivos espectrogramas são apresentados na Figura 82. A FFT foi realizada considerando o intervalo de tempo completo simulado, visando apenas a detecção do valor da frequência dominante na oscilação da pressão, visto que a atenuação observada no sinal temporal da pressão reduz a amplitude máxima obtida no espectrograma indicado. Assim sendo, considerando como valor de referência para a pulsação de pressão sua amplitude temporal máxima, obtém-se a amplitude de 0,70% no tubo de sucção e 0,83% na caixa espiral.

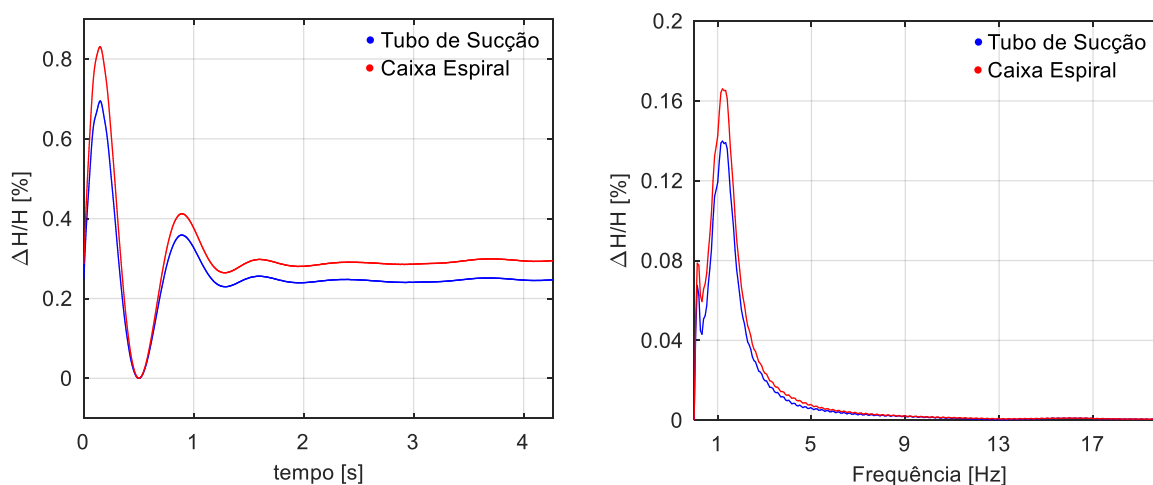


FIGURA 82 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO EM ALTA CARGA - DOMÍNIO PARCIAL – MODELO HD2F:
A) RESPOSTA TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA

Para a condição de escoamento bifásico e domínio completo, o modelo HD capturou o volume de cavitação, conforme Figura 81-b, e também apresentou um comportamento amortecido ao longo do tempo simulado, similar à simulação anterior com domínio parcial. A simulação da condição operativa com domínio completo foi interrompida no tempo de 1,3s, devido à que após esse tempo os resíduos RMS da integração excederam o máximo recomendável ($1e-4$). Outro ponto a ressaltar é o grande esforço computacional requerido nessa simulação, visto que foram consumidas 86 horas somente na etapa final transiente, mesmo utilizando o processamento paralelo MPI com três computadores indicado no Quadro 5.1. A resposta temporal da pulsação de pressão em [mca] e os espectrogramas correspondentes para a simulação com domínio completo no ponto de alta carga estão indicados na Figura 83.

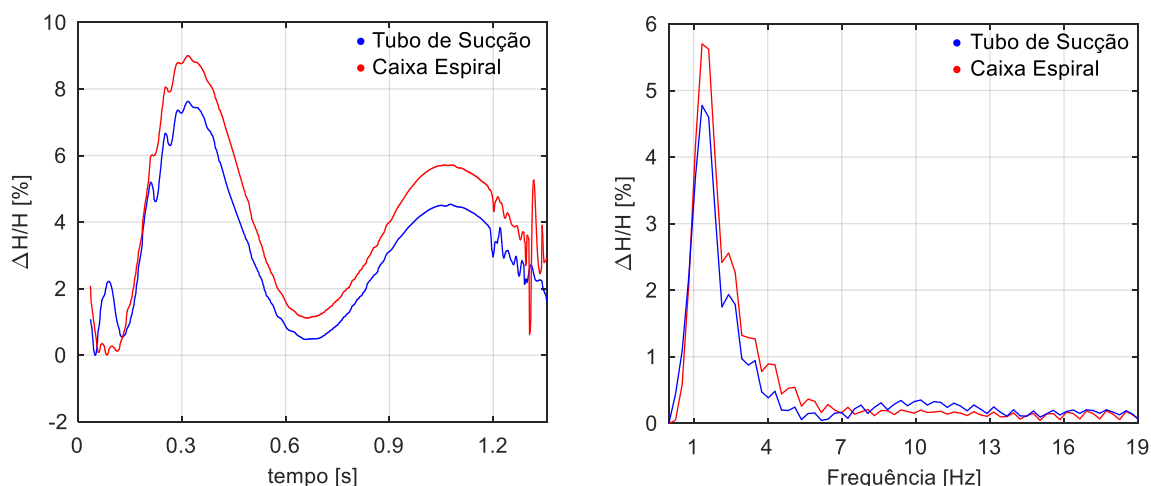


FIGURA 83 - PULSAÇÃO DE PRESSÃO EM ALTA CARGA - DOMÍNIO COMPLETO – MODELO HD2F: A) RESPOSTA TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA

Considerando como valor de referência para a pulsação de pressão sua amplitude temporal máxima, obtém-se para esta condição simulada a amplitude de 7,5% no tubo de sucção e 9,0% na caixa espiral. O comportamento amortecido da pulsação de pressão indica que o modelo HD na configuração de domínio completo também não captou um comportamento com características matemáticas de instabilidade para o sistema hidráulico no ponto de alta carga simulado, porém a pulsação de pressão na caixa espiral foi aproximadamente 20% superior que no tubo de sucção. Quanto à frequência dominante da pulsação, houve divergência com relação ao valor medido. Os valores encontrados foram de 1,21 Hz (HD-Domínio parcial), 1,34 Hz (HD-Domínio Completo) e 0,85Hz (Protótipo).

7.3 RESULTADOS DO MODELO UNIDIMENSIONAL - HA

Nesta seção apresentam-se os resultados das simulações para alta carga e carga parcial pelo modelo unidimensional 1-way, ou seja, do modelo hidroacústico HA alimentado isoladamente com parâmetros advindos de simulações prévias do modelo hidrodinâmico HD, portanto, será também denominado de modelo HDHA-1way. Os parâmetros requeridos para a alta carga, C_c , χ e a excitação dV_c/dt foram levantados das simulações bifásicas (HD2F). Os parâmetros requeridos para carga parcial foram levantados por simulações monofásicas (HD1F).

7.3.1 Resultados da simulação para alta carga no modelo HA

De modo a avaliar o efeito na resposta do sistema hidráulico provocado pela variação da velocidade do som com a concentração de vapor devido a cavitação nos parâmetros hidroacústicos C_c , χ e R_{th} , procedeu-se a simulações do modelo unidimensional para o ponto de alta carga com a velocidade do som constante e com velocidade do som variável, cujos resultados apresenta-se nas duas subseções seguintes: ??????

7.3.1.1 Modelo HA para alta carga com parâmetros hidroacústicos constantes

O valor dos parâmetros C_c , χ e R_{th} e a história temporal da excitação dV_c/dt para esta simulação estão apresentados na Figura 84. A história temporal de dV_c/dt foi obtida da simulação CFD (HD) pura transiente bifásica para alta carga indicada no Quadro 5.1. O instante inicial da consideração desses parâmetros pela rotina do modelo HA com parâmetros constantes foi no tempo zero do gráfico da Figura 84-a.

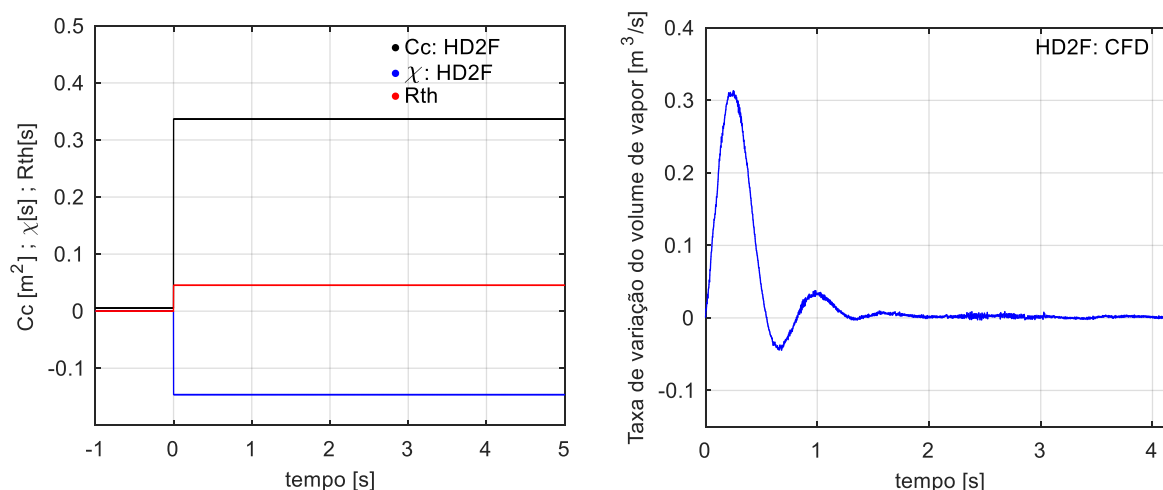


FIGURA 84 - HISTÓRIA TEMPORAL COM PARÂMETROS CONSTANTES NO MODELO HDHA-1WAY: A) PARÂMETROS C_c , χ E R_{th} ; B) EXCITAÇÃO dV_c/dt

A resposta temporal do sistema hidráulico por este modelo e os espectrogramas correspondentes são apresentados na Figura 85, referentes à pulsação de pressão na caixa espiral e no tubo de sucção. A história temporal da pulsação de pressão no tempo simulado apresenta notória tendência de crescimento, indicativo da ocorrência do fenômeno de instabilidade hidráulica para a condição operativa simulada, sem considerar as não linearidades nos parâmetros hidroacústicos associadas à variação na velocidade do som devida à alteração na concentração de vapor de cavitação. Prosseguindo a simulação para além do tempo de 4,2s e mantendo os valores dos parâmetros e da excitação deste instante, o valor da pulsação de pressão atingiria o valor global medido no protótipo ($\Delta H / H = 4,8\%$) no instante de 35s. O valor de $\Delta H / H = 12,0\%$, medido no intervalo entre 2,8s a 8,6s apresentado na Figura 39, no qual o sistema apresenta indícios de operação no limite da estabilidade, seria atingido no instante 47s desta simulação. A frequência da pulsação encontrada foi de 1,07 Hz, contra 0,85 Hz medida no ensaio com a válvula de aeração fechada no teste com $Q / Q_{ot} = 1,29\%$.

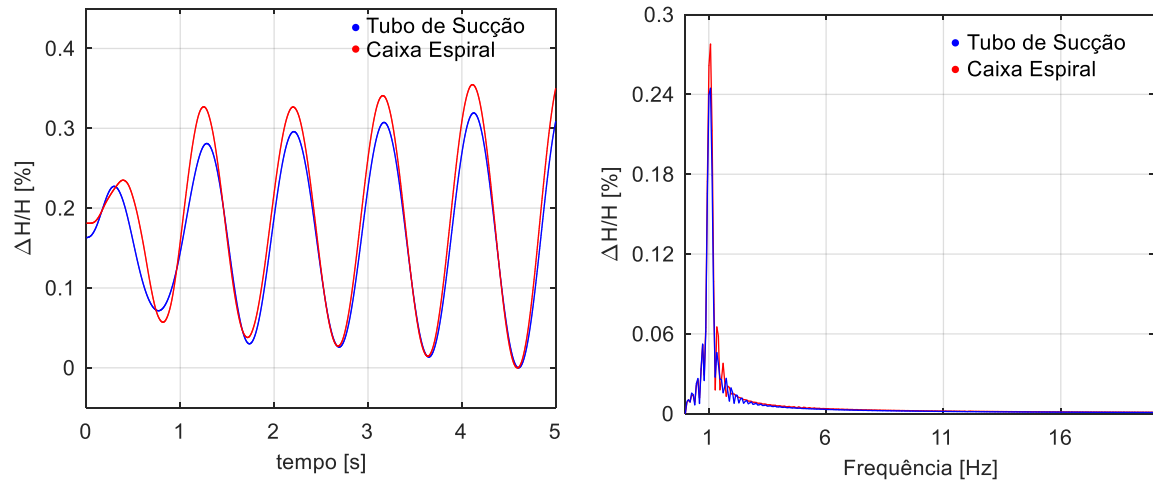


FIGURA 85 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO 1D – A) TEMPORAL; B) ESPECTRO

7.3.1.2 Modelo HA para alta carga com parâmetros hidroacústicos variáveis

O valor dos parâmetros C_c , χ e R_{th} e a história temporal da excitação dV_c/dt , considerados na simulação pelo modelo unidimensional com parâmetros hidroacústicos variáveis, são apresentados na Figura 86. Para evitar esforço computacional desnecessário no prosseguimento da simulação CFD pura (HD) transiente para alta carga do Quadro 5.1 para além do instante 4,2s, o valor da excitação dV_c/dt na simulação 1D com parâmetros variáveis foi tomado como nulo a partir do final dos valores indicados na Figura 84-b, resultando na história temporal indicada na Figura 86-c.

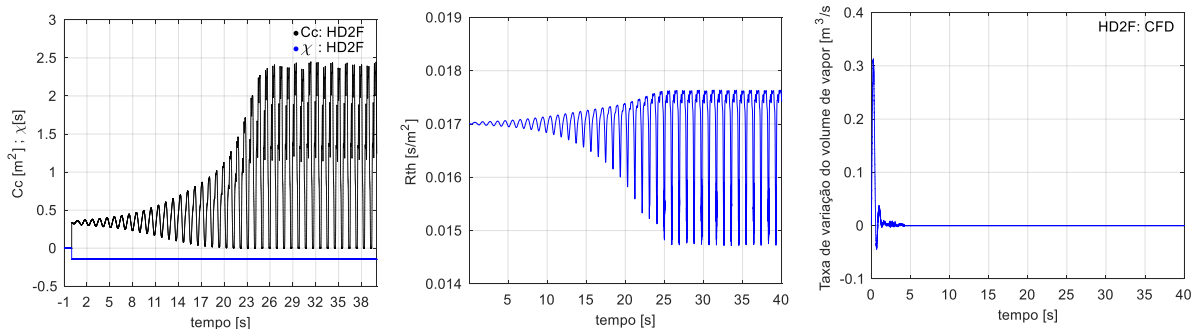


FIGURA 86 - HISTÓRIA TEMPORAL COM PARÂMETROS VARIÁVEIS NO MODELO HDHA-1WAY:
A) PARÂMETROS C_c , χ ; B) R_{th} ; C) EXCITAÇÃO dV_c/dt

A variação da complância da cavitação C_c durante a simulação foi obtida com base na dependência deste parâmetro com a pressão H no elemento concentrado (*lumped*) do cone do tubo de sucção, utilizando uma curva exponencial pré ajustada

de $C_c \times H$, levantada com base na equação (4.53) e nos volumes de vapor obtidos das simulações CFD para levantamento dos parâmetros hidroacústicos, indicadas no Quadro 5.1, resultando na seguinte relação: $C_c = 43,74e^{-0,619H}$. A variação da resistência termodinâmica com a velocidade da onda foi obtida utilizando as relações pertinentes indicadas na Tabela 4.2.

A resposta temporal do sistema hidráulico pelo modelo unidimensional com parâmetros hidroacústicos variáveis e os respectivos espectrogramas referentes à pulsação de pressão na caixa espiral e no tubo de sucção são apresentados na Figura 87. A história temporal da pulsação de pressão no tubo de sucção e na caixa espiral apresenta na simulação notória tendência de estabilidade, conforme observa-se a partir do instante 25s, quando o valor global máximo pico a pico estabiliza em torno de $\Delta H / H = 16,0\%$. Esse valor é compatível com o valor medido no protótipo no teste com $Q / Q_{ot} = 1,29\%$ e válvula de aeração fechada, cujo valor médio pico a pico foi de $\Delta H / H = 15,0\%$, no intervalo com indício de instabilidade detectada entre 2,8s a 8,6s da Figura 39. Embora a introdução das não linearidades nos parâmetros hidroacústicos no elemento concentrado referente ao tubo de sucção não tenha alterado a frequência principal das pulsações na simulação (1,05 Hz), elas provocaram um aumento no conteúdo harmônico, ressaltando principalmente o 1º e 2º na caixa espiral (2,1 Hz e 3,2 Hz) e o 3º e 4º no tubo de sucção (4,2 Hz e 5,3 Hz).

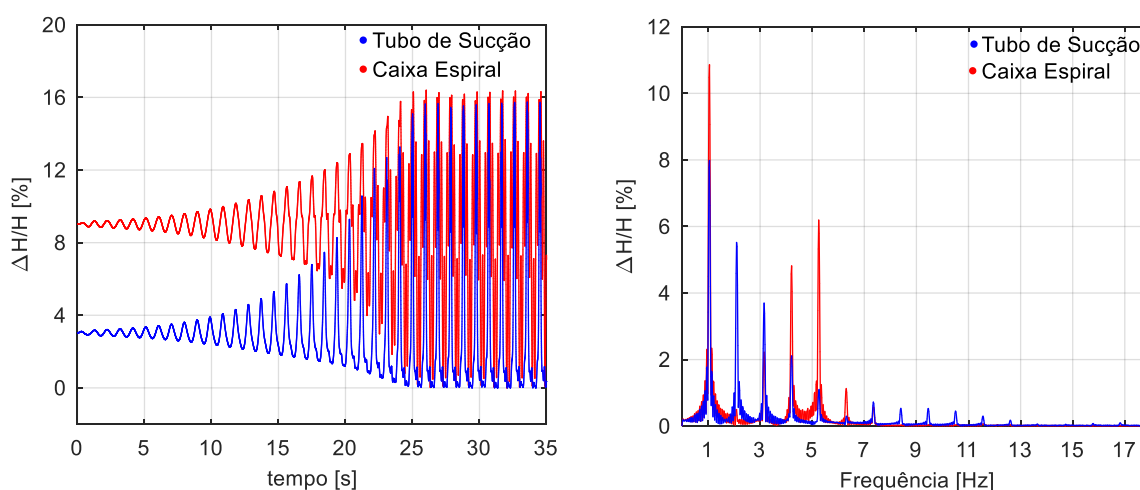


FIGURA 87 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO 1D COM PARÂMETROS VARIÁVEIS:
A) TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA

7.3.2 Resultados da simulação para carga parcial no modelo HA

Esta simulação unidimensional não foi realizada devido à que a solução CFD pura e a híbrida HDHA-2way para esta condição operativa não apresentaram volume de vapor no tubo de sucção, portanto, sem possibilidade de afetar os parâmetros hidroacústicos por alteração na velocidade da onda. Sem esses efeitos, prevalece a ação exclusiva da fonte de momento S_Q devida ao fluxo rotacional na saída da turbina, produzindo uma excitação forçada sobre o sistema hidráulico, cujos resultados sobre o sistema foram satisfatoriamente representados na simulação pelos modelos HD (CFD puro) e híbrido HDHA-2way. Além disso, como a turbina de referência nesta pesquisa também não apresenta histórico de ressonância no ponto de carga parcial em análise, estima-se que a simulação pelo modelo híbrido HA não agregaria novidade aos resultados apresentados pelos dois outros modelos matemáticos. A seguir, meramente como ilustração, apresenta-se qualitativamente o campo de pressão e as linhas de fluxo do campo de velocidade obtidas pelo modelo HDHA.

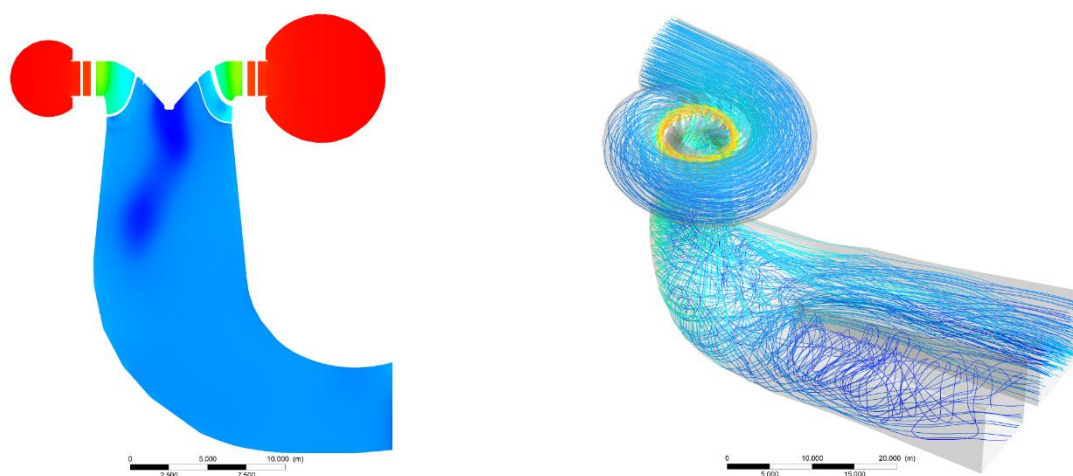


Figura 88 – Carga parcial - HDHA: A) Campo de pressão; B) Linhas de fluxo

7.4 RESULTADOS DO MODELO HÍBRIDO 2WAY– HDHA

No modelo híbrido HDHA os modelos HD e HA trocam informações a cada passo de tempo da simulação visando à atualização da condição de contorno de entrada do modelo HD, ou seja, da vazão, pela consideração da elasticidade da parede, da viscoelasticidade do fluido e das paredes e da dissipação de energia na mudança de fase do fluido pela cavitação no vórtice. Nesta pesquisa, este modelo é também denominado de HDHA-2way.

7.4.1 Modelo HDHA para alta carga com parâmetros hidroacústicos constantes

Conforme descrito anteriormente, o modelo híbrido HDHA-2way é uma composição interativa de duas partes, uma baseada no escoamento fluidodinâmico tridimensional do modelo HD, e outra baseada no escoamento fluidodinâmico unidimensional do modelo HA. Desta forma, a história temporal do volume de cavitação V_c recebido da parte HD na simulação HDHA, sua correspondente excitação dV_c/dt sobre a parte HA e a resposta de vazão na entrada da caixa espiral do modelo HA para atualização na parte HD dessa condição de contorno, são apresentadas na Figura 89.

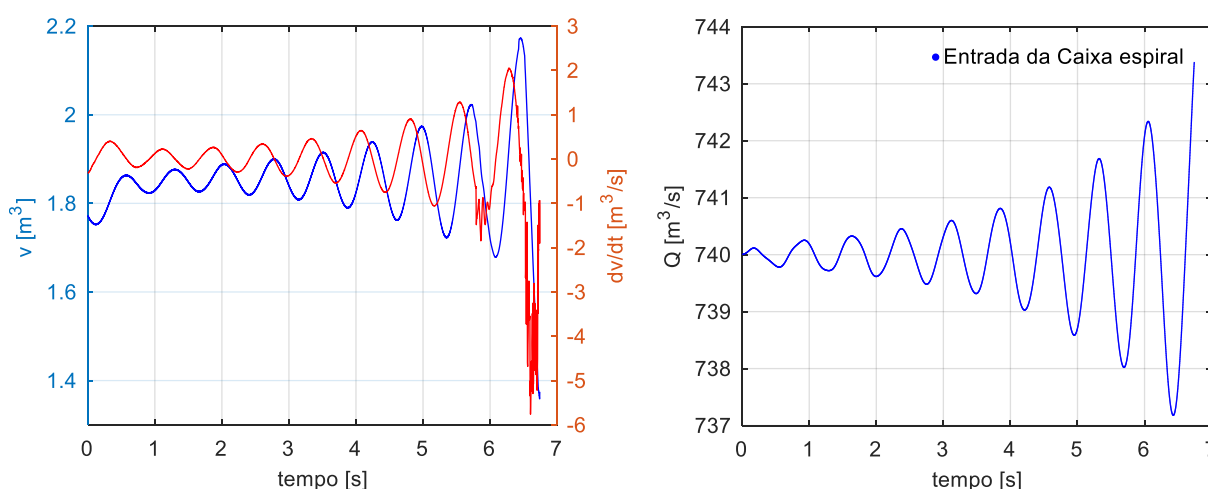


FIGURA 89 - HISTÓRIA TEMPORAL DA EXCITAÇÃO E DA ATUALIZAÇÃO DA VAZÃO NO MODELO HDHA-2WAY: A) PARÂMETROS V_c e dV_c/dt ; B) VAZÃO

A resposta temporal do sistema hidráulico pelo modelo HDHA e o espectrograma correspondente, referentes à pulsação de pressão na caixa espiral e no tubo de sucção são apresentados na Figura 90. Nesta simulação, o modelo HDHA foi acionado no tempo 0,85s, portanto, as pulsações antes deste tempo são devidas exclusivamente ao modelo HD. A partir do instante 6,8s, a simulação foi manualmente interrompida devido a problemas de convergência da solução, caracterizada por aumento nos resíduos da integração das equações governantes e atingimento de valores inaceitáveis de desbalanços de massa e momento.

De forma similar aos resultados do modelo HA puro com parâmetros hidroacústicos constantes, a história temporal da pulsação de pressão pelo modelo HDHA-2way com parâmetros constantes no ponto de alta carga também apresentou tendência

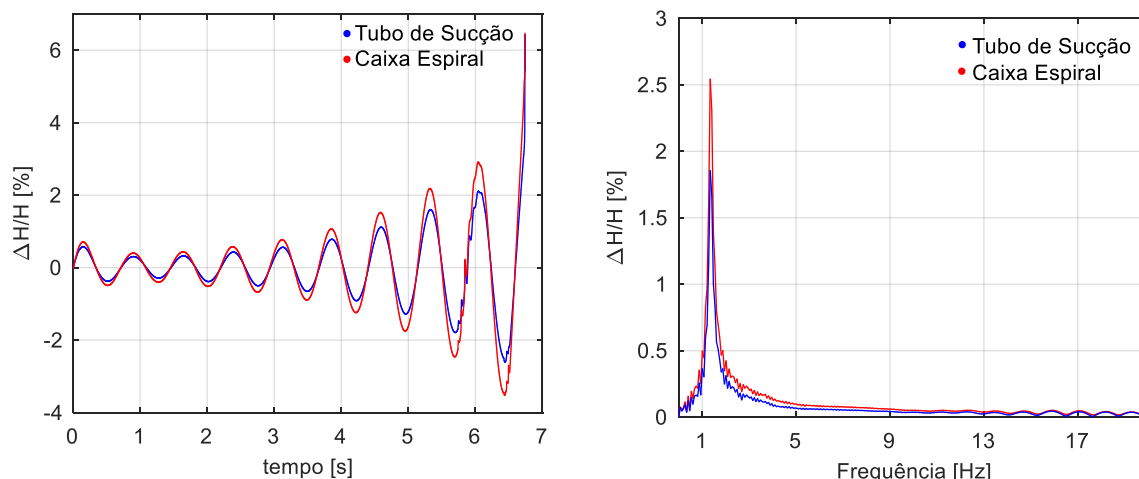


FIGURA 90 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM ALTA CARGA:
A) HISTÓRICO TEMPORAL; B) ESPECTROGRAMA

de crescimento contínuo da amplitude da pulsação de pressão na caixa espiral e no tubo de sucção no intervalo simulado, fato indicativo da ocorrência do fenômeno de instabilidade hidráulica para a condição operativa simulada. Esta ocorrência é compatível com o observado no protótipo para essa condição operativa sem aeração na turbina, conforme registro da história temporal da pressão no tubo de sucção e da caixa espiral no intervalo de 2,8s a 8,6s apresentados na Figura 39, em que o sistema apresenta indícios de operação no limite da estabilidade. No entanto, no protótipo, devido a não linearidades nos parâmetros hidroacústicos e nas perdas envolvidas, a pulsação não apresentou tendência contínua de crescimento, como se observa no modelo matemático HDHA com parâmetros hidroacústicos constantes.

Outro fato notório nos resultados do modelo HDHA e HA para o ponto de alta carga é a amplitude da pulsação de pressão na caixa espiral ser maior que a do tubo de sucção, indicativo também de instabilidade pelo ganho dinâmico entre a região geradora da perturbação (tubo de sucção) e a entrada do domínio HD (caixa espiral).

Quanto à frequência da pulsação de pressão, esta foi observada apenas na frequência fundamental dominante, assim como no modelo HA correspondente. No entanto, ressalta-se uma significativa diferença no valor da frequência dominante, ou seja, 1,34Hz (modelo HDHA) e 1,07 Hz (modelo HA), contra 0,85 Hz no protótipo. Ressalta-se aqui que uma melhoria na aderência do valor da frequência principal da pulsação de pressão nos modelos matemáticos poderia melhorar a predição numérica do comportamento hidráulico do sistema real.

Outro ponto a ressaltar é a excitação hidráulica sobre a turbina e estrutura associada que a variação da vazão produz, a qual pode ser estimada pela segunda lei de Newton, resultando em $F = \rho L \dot{Q}$, onde L é o comprimento da adução e \dot{Q} a taxa de variação da vazão.

7.4.2 Modelo HDHA para alta carga com parâmetros hidroacústicos variáveis

Até o momento do fechamento dessa pesquisa, não foi possível colher o resultado final esperado (baseado no modelo HA com parâmetros acústicos variáveis) na predição do comportamento hidráulico em alta carga pelo modelo HDHA-2way, retroalimentado com os efeitos na condição de contorno de entrada do modelo HD (vazão) devidos à variação dos parâmetros hidroacústicos compliância de cavitação C_c e resistência termodinâmica R_{th} no modelo HA. Não obstante, apresenta-se na Figura 91 a evolução da história temporal da pressão no tubo de sucção e na caixa espiral e os correspondentes espectrogramas da pressão no intervalo de zero a ~7,0 segundos, no qual os resíduos da integração e os desbalanços de momento e massa pelo modelo HDHA com velocidade do som variável estavam aceitáveis. A partir do tempo simulado de 5,8 segundos, iniciou uma variação anormal nos resíduos e, principalmente, de desbalanços de massa e momento na integração das equações governantes, atingindo valores inaceitáveis ao final do tempo simulado de 8 segundos, quando então a simulação foi manualmente interrompida. Conforme indicado no Quadro 5.1, o esforço computacional envolvido até a interrupção da simulação consumiu 19,95 dias no recurso computacional utilizado.

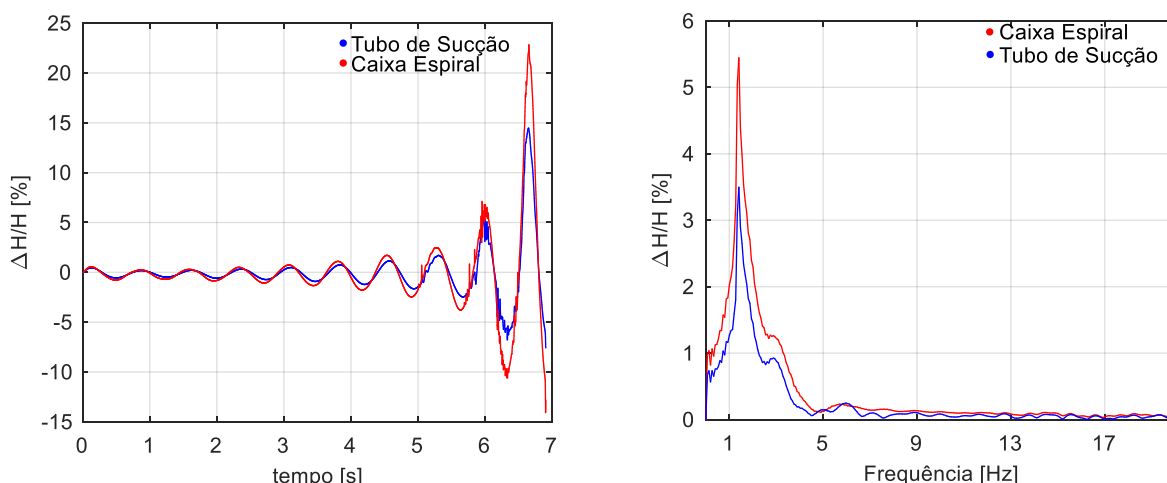


FIGURA 91 – SIMULAÇÃO HDHA COM PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS VARIÁVEIS: A) EVOLUÇÃO DA PRESSÃO E DO VOLUME DE CAVITAÇÃO; B) ESPECTROGRAMA DA PRESSÃO

As oscilações do volume de vapor de cavitação V_c e de sua taxa de variação dV_c/dt , bem como a flutuação obtida na vazão Q no intervalo da simulação em que os resíduos e desbalanços na integração das equações governantes foram aceitáveis, estão indicadas na Figura 92.

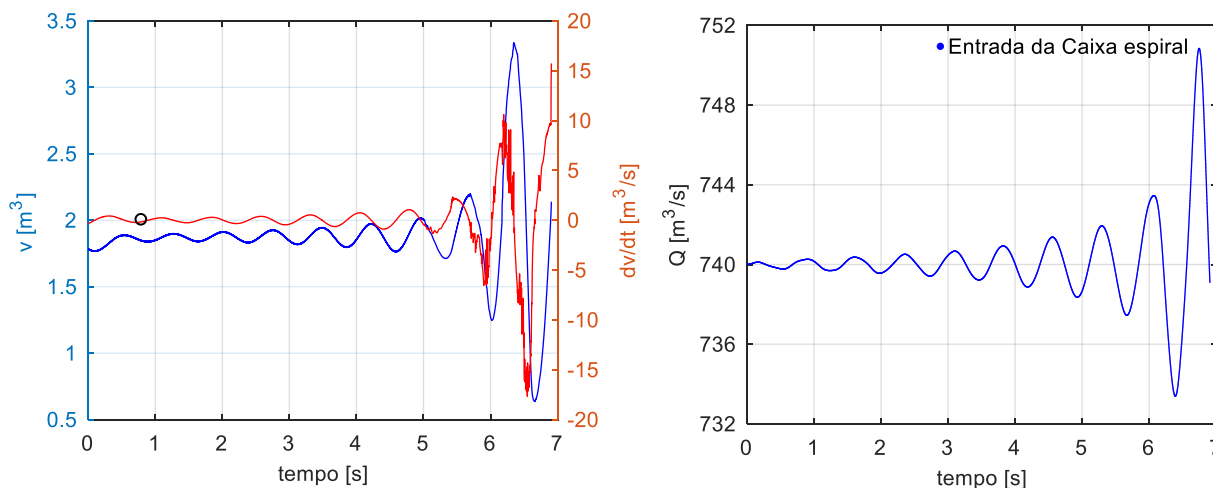


FIGURA 92 – MODELO HDHA-2WAY COM PARÂMETROS HIDROACÚSTICOS VARIÁVEIS:
A) V_c e dV_c/dt ; B) VAZÃO

A frequência dominante da pulsação de pressão encontrada é de 1,41 Hz, considerando a resposta no intervalo até 7,0 segundos. No entanto, restringindo a análise de frequência ao intervalo de zero a 5,8 segundos, observou-se que não há alteração na frequência da pulsação de pressão, comparativamente ao modelo híbrido com parâmetros acústicos constantes. Com relação à tendência de crescimento da pulsação de pressão, até o instante de 5,8s pode ser considerada a mesma taxa observada no modelo com parâmetros acústicos constantes, porém, a partir do instante 5,8s observa-se maior intensidade na taxa crescimento. Com relação à tendência de crescimento da amplitude da oscilação da vazão, sua taxa foi mais acentuada que no modelo HDHA com parâmetros hidroacústicos constantes, conforme pode-se observar comparando o gráfico da Figura 93-b com o da Figura 89-b.

Baseando-se na tendência de estabilização da pulsação de pressão e vazão observada no modelo HA com parâmetros acústicos constantes por volta do instante 25s da simulação, a expectativa era que essa mesma tendência ocorresse na simulação no ponto de alta carga pelo modelo HDHA com parâmetros hidroacústicos variáveis. Contudo, pelos motivos mencionados no início dessa seção, não foi possível confirmar tal expectativa de resultados.

Visando superar as anormalidades encontradas na simulação pelo modelo híbrido HDHA -2way para alta carga com parâmetros hidroacústivos variáveis, considera-se que as seguintes ações proporcionem melhoria na predição do comportamento dinâmico do sistema hidráulico: a) refinamento da malha tridimensional do fluido no trecho do tubo de sucção sujeito ao volume de cavitação; b) alteração na rotina unidimensional quanto ao procedimento de cálculo da compliância C_c devida à cavitação, consideração de variabilidade no fator de ganho de fluxo mássico χ calculado com base na vazão na saída da turbina, conforme citado na seção 2.2.3; c) melhoria na estimativa do tempo de relaxamento da pressão e da temperatura do vapor de cavitação. De forma a facilitar a depuração da nova rotina, é conveniente considerar na mesma a separação dos núcleos de processamentos numéricos em núcleos exclusivos para a parte HD e para a parte HA. Esse critério favorece a geração de arquivos de saída para monitoramento da evolução de qualquer variável do processo, por exemplo a velocidade da onda acústica, durante a depuração da rotina principal, evitando a geração de novas rotinas do usuário (*User Routine*), como as referidas na seção 5.3.1 e apresentadas no APÊNDICE 8.

7.4.3 Condição operativa de carga parcial–HDHA

A condição inicial utilizada no modelo HDHA para a condição de carga parcial foram os valores correspondentes à pulsação de pressão no tubo de sucção e vazão na entrada da caixa espiral no instante $t=18s$ da simulação monofásica HD1F apresentada na Figura 80-a. A partir desta condição, a atualização da condição de contorno na entrada caixa espiral (vazão) proporcionou muito discreta oscilação na vazão. Os resultados obtidos para a variação temporal da pulsação na pressão no tubo de sucção e na caixa espiral e a respectiva oscilação de vazão pelo modelo híbrido HDHA estão indicados na Figura 93.

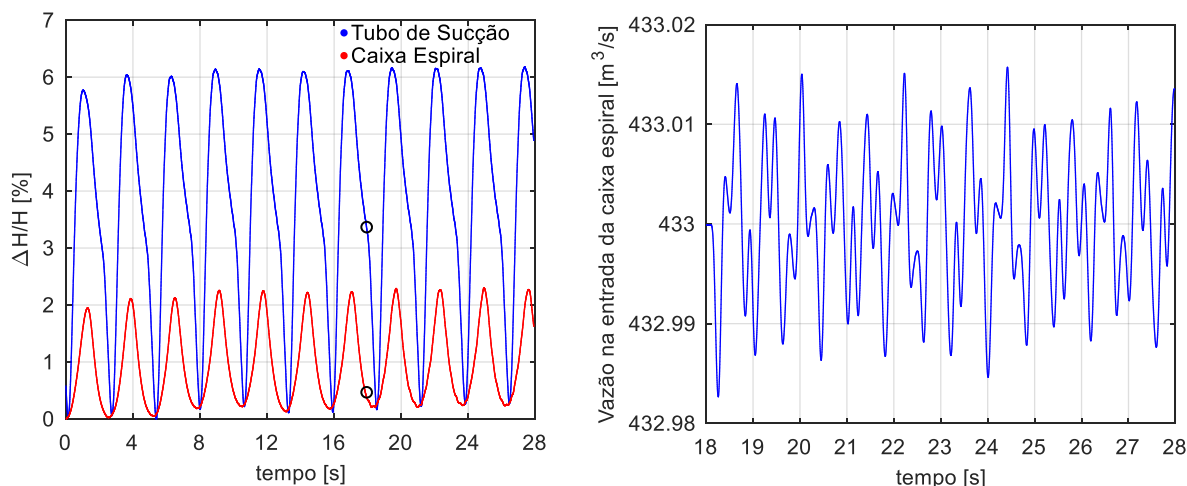


FIGURA 93 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM CARGA PARCIAL:
A) CONDIÇÃO INICIAL E RESPOSTA TEMPORAL; B) VAZÃO NA TURBINA

A pulsação de pressão e os respectivos espectrogramas obtidos na carga parcial pelo modelo HDHA em seu intervalo de atuação na simulação, de 18s a 30s, são apresentadas na Figura 94. O esforço computacional consumido nesta simulação híbrida foi de 6,82 dias utilizando o recurso computacional indicado no Quadro 5.1.

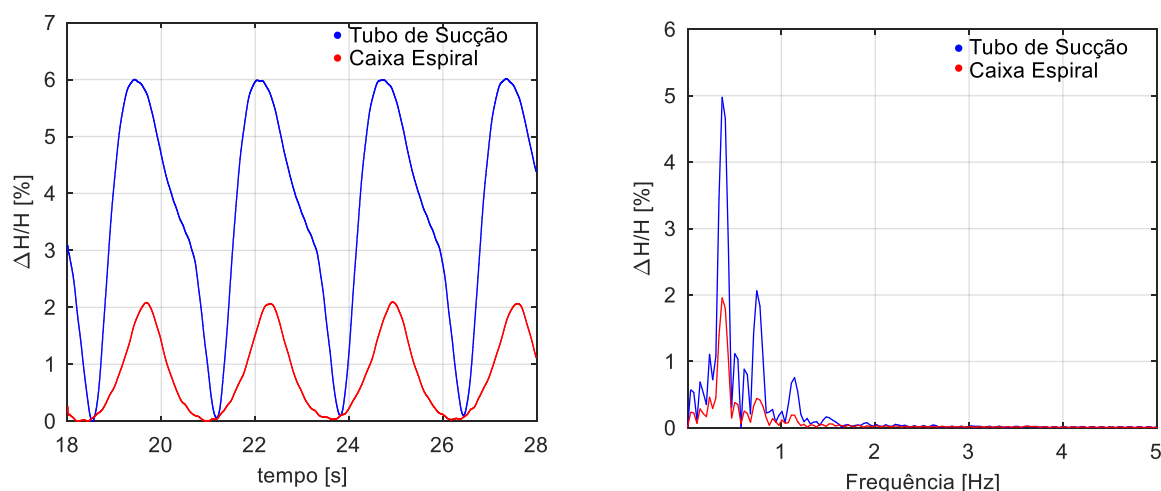


FIGURA 94 - RESPOSTA DO SISTEMA PELO MODELO HDHA EM CARGA PARCIAL:
A) PULSAÇÃO DA PRESSÃO NA CAIXA ESPIRAL; B) ESPECTROGRAMA

Com base nos resultados acima, constata-se que a simulação híbrida no ponto de carga parcial indicou um comportamento hidráulico estável para esta condição operativa, porém, com desvio na amplitude da pulsação de pressão na frequência dominante obtida na simulação com relação aos valores medidos no protótipo, visto que no tubo de sucção a pulsação de pressão $\Delta H / H$ pela simulação foi de 4,9%, contra 3,3% no protótipo. Para a caixa espiral, a pulsação de pressão pela simulação foi de 1,9%, contra 0,9% no protótipo. Não obstante, houve boa aderência no valor da frequência dominante, visto que o valor obtido pela simulação

HDHA foi de 0,37 Hz, contra 0,40 Hz no protótipo e 0,38 Hz na transposição do modelo reduzido. Também houve boa reprodução do conteúdo harmônico obtido pela simulação (0,37 Hz, 0,74 Hz, 1,14 Hz) com a medição no protótipo (0,40 Hz, 0,83 Hz, 1,20 Hz).

7.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA RESPOSTA TEMPORAL

Tabela 7.2 apresenta-se um resumo dos resultados da amplitude pico-a-pico e da frequência dominante da pulsação de pressão no tubo de sucção e na caixa espiral para os pontos de referência de alta carga e carga parcial obtidos pelos modelos matemáticos, medições no protótipo e pela transposição de medições no modelo físico reduzido da turbina para a escala do protótipo.

No ponto de alta carga, nenhum dos modelos matemáticos e nem a transposição do modelo reduzido apresentaram resultados de amplitude da pulsação aderentes à medição no protótipo sem ação da aeração na turbina. No entanto, o modelo HA com parâmetros hidroacústicos variáveis apresentou resultados compatíveis com a amplitude observada no protótipo no intervalo com indícios de instabilidade localizado entre os instantes 2,8s e 8,6s, conforme registrado na Figura 39. Nesse intervalo, a predição da amplitude na frequência dominante da pulsação de pressão na caixa espiral foi idêntica ao valor medido, ou seja $\Delta H/H = 11,0\%$. Vale lembrar que estima-se que o modelo HDHA com parâmetros variáveis também deverá apresentar resultados aderentes ao protótipo, com a implementação das alterações no código indicadas na seção 7.4.2.

Quanto à predição da frequência dominante da pulsação de pressão no ponto de alta carga, houve divergência com relação aos valores medidos, 0,7Hz e 0,85Hz. Nos modelos matemáticos, todos apresentaram valores da frequência dominante maiores que o valor medido no protótipo, sendo que o modelo que apresentou menor desvio na frequência foi o modelo unidimensional HA, com 1,05Hz. No entanto, a predição com menor erro relativo foi a da transposição do modelo reduzido (0,61 Hz), porém com valor abaixo do medido no protótipo.

TABELA 7.2 - RESUMO DE RESULTADOS DOS MODELOS, PROTÓTIPO E TRANSPOSIÇÃO

Condição operativa	Modelo analisado	$\Delta H_{DT}/H_n[\%]$	$\Delta H_{SC}/H_n[\%]$	$\omega [Hz]$
Alta carga ($Q/Q_{ot} = 1,29$)	Transposição Modelo Reduzido	0,72	-	0,61
	Protótipo (Medição-Sem aeração)	4,8/12,0 ¹	4,4/11,0 ¹	0,70/0,85 ¹
	Protótipo (Medição-Com aeração)	0,50	0,44	0,70
	Modelo HD (Domínio Completo)	Amortecido ²	Amortecido ²	1,34
	Modelo HD (Domínio Parcial)	Amortecido ³	Amortecido ³	1,21
	Modelo HDHA (Param. Hid. Cte.)	Instável ⁴	Instável ⁴	1,34
	Modelo HDHA (Param. Hid Var.)	Interrompida ⁵	Interrompida ⁵	1,34
	Modelo HA (Param. Hid. Cte.)	Instável ⁶	Instável ⁶	1,07
	Modelo HA (Param. Hid Var.)	8,0	11,00	1,05
Carga parcial ($Q/Q_{ot} = 0,75$)	Transposição Modelo Reduzido	3,00	-	~ 0,38
	Protótipo (Medição-Sem aeração)	2,80	0,70	0,40
	Protótipo (Medição-Com aeração)	3,30	0,92	0,41
	Modelo HD	4,89	1,92	0,37
		1,90	0,54	0,76
		0,80	0,11	1,14
	Modelo HDHA (Param. Hid Cte.)	4,98	1,96	0,37
		2,06	0,44	0,74
		0,76	0,19	1,14
	Modelo HA	Pendente ⁷	Pendente ⁷	-

(1) Amplitude média durante o transitório de instabilidade no intervalo de 2,8s a 8,6s da Figura 39

(2) Amplitude com comportamento amortecido ao longo da simulação – Figura 83

(3) Amplitude com comportamento amortecido ao longo da simulação – Figura 82

(4) Amplitude com comportamento crescente ao longo da simulação – Figura 90

(5) Simulação interrompida pelos motivos expostos na seção 7.4.2 **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

(6) Amplitude com comportamento crescente ao longo da simulação – Figura 85

(7) Simulação não realizada pelos motivos expostos na seção 7.3.2

Outro fato a observar foi que o modelo hidrodinâmico HD apresentou amortecimento da pulsação de pressão em alta carga, tanto nas simulações com domínio parcial quanto com domínio completo. Este fato sinaliza que as simulações CFD puras por meio da solução RANS das equações governantes, ou o código CFD utilizado, não reproduziram satisfatoriamente o comportamento dinâmico do sistema hidráulico sem aeração. Não obstante, se a comparação for com as medições feitas no protótipo com aeração da turbina, quando as amplitudes na frequência dominante ficaram abaixo de 0,5%, o comportamento amortecido das pulsações de pressão pelo modelo HD (sem aeração) apresenta predição satisfatória do comportamento

dinâmico observado no sistema hidráulico dessa pesquisa, tomada do ponto de vista exclusivo da forte atenuação da amplitude das pulsações de pressão com a aeração.

Com relação aos resultados em alta carga dos modelos HA e HDHA com parâmetros hidroacústicos constantes, ambos resultaram em pulsação com amplitude crescente, caracterizando comportamento com instabilidade do sistema hidráulico. Dessa forma, as amplitudes observadas no protótipo seriam superadas pelas amplitudes obtidas do modelo no instante de 35s, para atingimento de $\Delta H/H = 4,8\%$, ou por volta do instante 47s de tempo simulado, para atingimento do valor médio da pulsação ($\Delta H/H = 12,0\%$) no tubo de sucção, medida no intervalo de ocorrência do fenômeno de instabilidade, conforme Figura 39. É importante salientar que a predição da amplitude da pulsação de pressão em alta carga torna-se mais incerta quanto mais se afasta do ponto ótimo. Contudo, a aeração adequada da turbina reduz a amplitude da pulsação e aumenta a garantia da estabilidade e suavização do comportamento hidráulico.

Com relação aos resultados em alta carga dos modelos HA e HDHA com parâmetros hidroacústicos variáveis, o modelo HA apresentou a predição mais aderente do comportamento hidráulico nessa pesquisa, com desvio de 50% para a pulsação de pressão no tubo de sucção e de 0,0% para a pulsação de pressão na caixa espiral, comparativamente ao protótipo. Quanto ao modelo HDHA, não foi possível concluir a simulação pelos motivos expostos na seção 7.3.2. Contudo, estima-se que a implementação das sugestões apresentadas possibilite que esse modelo apresente resultados similares ao encontrado pelo modelo HA com parâmetros hidroacústicos variáveis.

No ponto de carga parcial, todos os modelos matemáticos e também a transposição do modelo reduzido apresentaram resultados de amplitude da pulsação compatíveis com a medição no protótipo na frequência dominante, sem aeração, e também se considerado o valor quadrático das três frequências principais. Com aeração, constata-se uma diferença na predição da amplitude da pulsação de aproximadamente 15% no tubo de sucção e de 20% na caixa espiral.

Com relação ao esforço computacional e à aderência dos resultados nas simulações, seguem algumas observações comparativas relativas aos modelos HA, HD e HDHA utilizados na predição da resposta temporal do sistema hidráulico:

- No ponto de alta carga considerado ($Q / Q_{ot} = 1,29\%$), a melhor aderência obtida na representação do comportamento dinâmico da pulsação de pressão no sistema hidráulico foi pelo modelo unidimensional HA com parâmetros hidroacústicos variáveis, tendo consumido um tempo de processamento de apenas 2,3 minutos para o intervalo simulado de 40 segundos do processo, desconsiderando as simulações CFD prévias e de menor esforço computacional para levantamento de parâmetros hidroacústicos, conforme indicado no Quadro 5.1. Para essa mesma condição operativa, o modelo tridimensional HD apresentou comportamento amortecido e o modelo híbrido HDHA apresentou comportamento com instabilidade até a interrupção manual dessas simulações por erros de convergência inaceitáveis a partir do instante 7s da simulação, aproximadamente, apesar de ter consumido até esse instante um esforço computacional de 26,0 dias, para a simulação com parâmetros hidroacústicos constantes e 34,5 dias para a simulação com parâmetros hidroacústicos variáveis, considerando as simulações iniciais necessárias para ambos os modelos. Portanto, considerando os resultados mais aderentes ao protótipo e o irrisório esforço computacional envolvido, as simulações pelo modelo HA apresentaram-se como mais vantajosas e promissoras, comparativamente às simulações pelos modelos HD e HDHA para avaliação da predição do comportamento hidráulico em alta carga, independente da possibilidade de melhorias futuras na aderência dos resultados pelo modelo híbrido HDHA com parâmetros hidroacústicos variáveis;
- Para a condição de baixa carga analisada ($Q / Q_{ot} = 0,75\%$), os modelos HD e HDHA apresentaram resultados similares e compatíveis com as medições no protótipo, apesar da amplitude da pulsação de pressão na frequência dominante ter sido aproximadamente o dobro do valor medido no protótipo. A semelhança entre os resultados obtidos desses modelos pode estar associada à prevalência do efeito da fonte de momento S_Q

devido a ausência de volume de cavitação observada nas simulações HD no ponto de baixa carga, atribuída ao código CFD utilizado e não presumivelmente à situação real do escoamento. Possivelmente em uma condição em que o modelo HD (código CFD) capture adequadamente o volume de cavitação no vórtice de baixa carga, os resultados do modelo HDHA sejam mais aderentes à situação real que a predição pelo modelo HD, principalmente em casos sujeitos à ocorrência de ressonância hidráulica no tubo de sucção, por alteração na complância associada ao vórtice de baixa carga e consequente alteração na frequência natural do tubo de sucção. Quanto ao esforço computacional, a simulação HD consumiu 12,1 dias e a simulação HDHA 18,9 dias, considerando em ambos os casos as simulações iniciais necessárias indicadas no Quadro 5.1. Embora a simulação pelo modelo HA não tenha sido realizada nessa pesquisa, seu esforço computacional requerido certamente seria irrisório, comparativamente ao consumido para os modelos HD e HDHA, conforme observou-se para a condição de alta carga analisada. Quadro 5.1 – simulações realizadas

7.6 RESULTADOS DOS MODELOS DE ESTABILIDADE

7.6.1 Auto-pares e análise de estabilidade do sistema completo

As dez primeiras autofrequências do sistema obtidas de sua equação característica, dada pela equação (1.132), estão apresentadas na Tabela 7.3, destacando-se a parte real (α) e a parte imaginária (ω), com e sem os efeitos do volume de cavitação na alta carga. Como se pode observar, o valor da primeira autofrequência é aderente aos valores obtidos para a pulsação de pressão em alta carga pelos modelos HA (1,05Hz) e pelo modelo HDHA (1,34Hz), porém diverge um pouco do valor da frequência das pulsações no protótipo sem aeração (0,7Hz a 0,85Hz). Quanto ao parâmetro α , todos os valores foram negativos na ausência da cavitação, porém com cavitação o parâmetro α foi positivo na primeira (1,01Hz) e na sexta frequência (8,9Hz), indicativo de tendência de instabilidade nestas frequências,

conforme ilustrado na Figura 21. Contudo, os valores de α são pequenos nestas duas frequências, podendo o sistema atuar no limite da estabilidade.

TABELA 7.3 AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA HIDRÁULICO

Ordem	Sem cavitação		Com cavitação (C, χ)	
	Frequência	Taxa de Amortecimento	Frequência	Taxa de Amortecimento
	$f = \omega / 2\pi$ [Hz]	$\alpha * 10^3$ [s ⁻¹]	$f = \omega / 2\pi$ [Hz]	$\alpha * 10^3$ [s ⁻¹]
1	1,03	-0,13	1,01	+11,50
2	1,53	-0,76	1,19	-16,87
3	3,36	-0,69	1,86	-285,10
4	4,22	-0,72	3,55	-54,38
5	6,76	-0,81	5,82	-459,37
6	9,12	-0,85	8,90	+7,83
7	12,11	-0,93	9,29	-723,85
8	14,83	-0,87	13,45	-537,03
9	15,47	-0,07	15,17	-95,50
10	15,92	-0,86	15,47	-0,074

As autofrequências do sistema hidráulico foram também obtidas por meio da técnica de varredura sobre a equação (1.131), de modo a identificar pela resposta do sistema suas autofrequências. Esta técnica foi implementada utilizando a função CHIRP do Matlab, conforme detalhado no Capítulo 6. As respostas da caixa espiral e do tubo de sucção à excitação unitária da função CHIRP até 10Hz são apresentadas na Figura 95 para a condição sem cavitação.

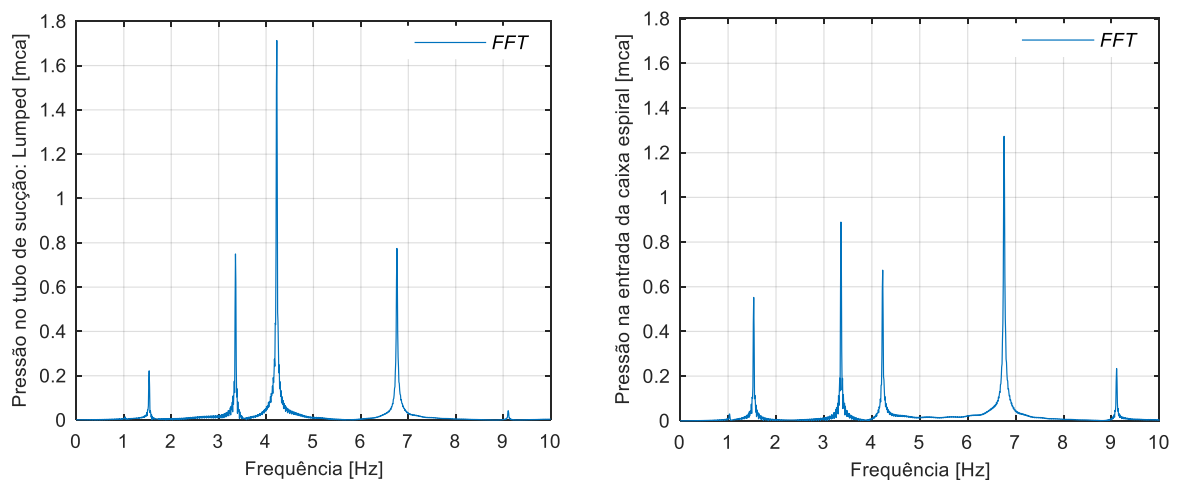


FIGURA 95 – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA POR VARREDURA CHIRP SEM CAVITAÇÃO:
A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

As respostas da caixa espiral e do tubo de sucção à excitação unitária da função CHIRP até 10Hz para a condição com cavitação (C, χ) são apresentadas na Figura 96.

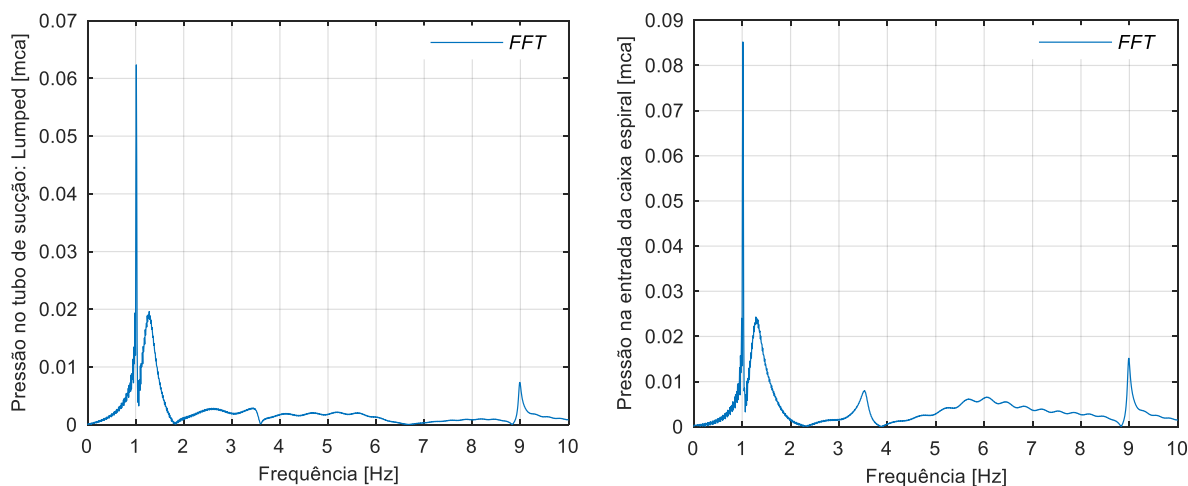


FIGURA 96 – RESPOSTA EM FREQUÊNCIA POR VARREDURA CHIRP COM CAVITAÇÃO:
A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

Comparando as autofrequências, sem o efeito da cavitação, com a resposta pela técnica de varredura conclui-se que esta técnica captou todas as autofrequências na faixa varrida, exceto a frequência em torno de 1Hz. Para o tubo de sucção, a frequência próxima de 9Hz também não foi capturada. Quanto ao ganho na caixa espiral com relação ao tubo de sucção, este ocorreu para todas as frequências capturadas na faixa varrida, exceto para a frequência de 4,2 Hz, para qual ocorreu atenuação. Com cavitação, a autofrequência de 1Hz surge como dominante no espectro e atenuando a participação das demais frequências.

Assim como o parâmetro α , os automodos também ajudam na avaliação da importância de cada componente espectral x_i do vetor de estado composto pela pressão e vazão nos diversos elementos da malha. Mantendo a análise do comportamento dinâmico do sistema hidráulico até 10 Hz, os sete primeiros automodos correspondentes às sete primeiras autofrequências da Tabela 7.3 estão apresentados em forma normalizada na Figura 97, sem o efeito do volume de vapor de cavitação, e na Figura 98, com a presença do volume de vapor de cavitação. Nos gráficos dessas figuras, a abscissa N [-] refere-se ao número do elemento da malha longitudinal não uniforme M6 do sistema hidráulico apresentada na Tabela 4.3. As marcações circunferenciais indicam a amplitude relativa dos automodos nos pontos

de medição da pressão na caixa espiral e no tubo de sucção utilizados no ensaio do protótipo.

Conforme se observa nas imagens correspondentes à condição sem os efeitos do volume de cavitação, os automodos da pressão e da vazão apresentam-se virtualmente desacoplados, visto que as frequências presentes nos automodos da pressão não são as mesmas para a vazão. Além disso, salienta-se que o 1º automodo da pressão (1,03 Hz) é praticamente nulo ao longo de todo o sistema hidráulico e que este fato é compatível com a atenuação observada na pulsação de pressão com aeração, conforme registrado na Figura 39.

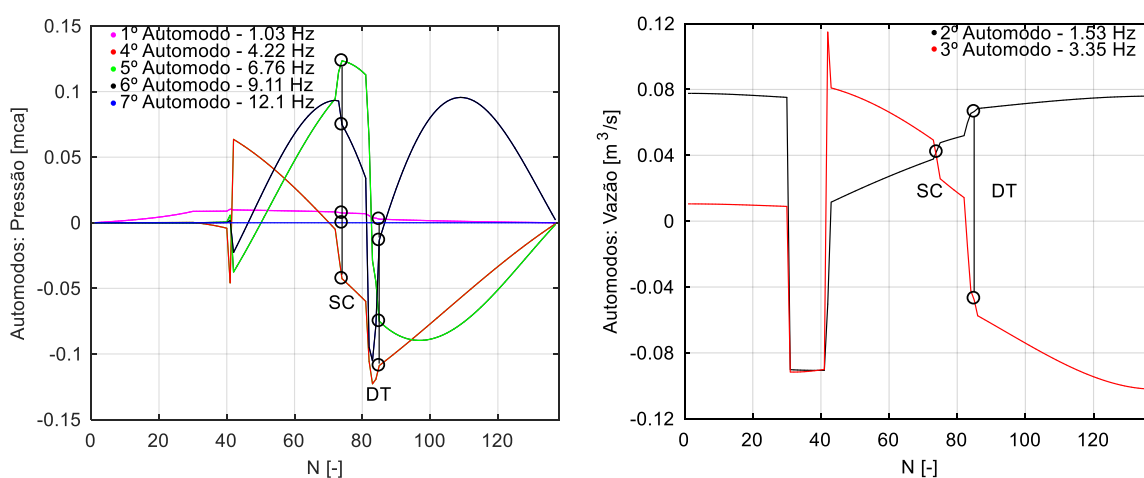


FIGURA 97 – AUTOMODOS SEM O EFEITO DA CAVITAÇÃO: A) PRESSÃO; B) VAZÃO

Sob o efeito do volume de cavitação, ocorre redução no valor da frequência dos automodos da pressão e da vazão, conforme observa-se na Tabela 7.3, e tendência de acoplamento desses automodos, conforme observa-se na Figura 98 pela presença do conteúdo espectral em ambos os automodos. Outro fato relevante é o fortalecimento do primeiro e principalmente do segundo automodos da pressão, diretamente relacionados à frequência primária das pulsações de pressão devidas ao vórtice de alta carga no tubo de sucção, com ou sem a presença do fenômeno de instabilidade hidráulica. Demais modos, quando presentes no protótipo, mesmo que não provoquem pulsações com amplitude elevada, podem eventualmente coincidir com frequências naturais da linha de eixo do conjunto girante e colaborar no aumento de vibrações da unidade geradora, devido à interação fluido-estrutura. Uma ampla visão das frequências naturais da linha de eixo das unidades geradoras da UHI é apresentada em Brito Júnior (2017, p-112).

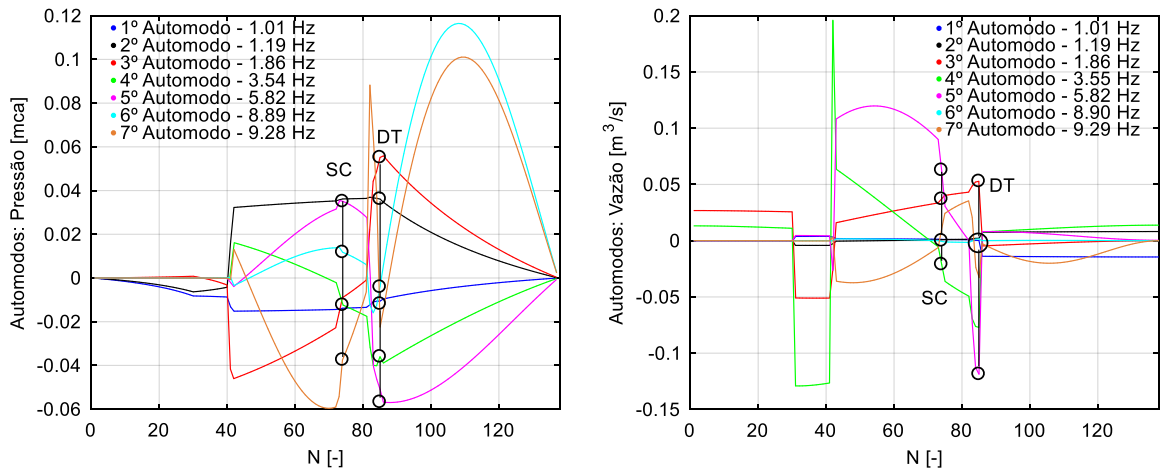


FIGURA 98 – AUTOMODOS COM O EFEITO DA CAVITAÇÃO: A) PRESSÃO; B) VAZÃO

Com o intuito de melhorar a representação dos automodos e facilitar a identificação longitudinal dos elementos da malha, procedeu-se à determinação e à representação dos automodos com base na malha longitudinal M2 com elementos distribuídos uniformes com 1m de comprimento, apresentada na Tabela 2 do APÊNDICE 3, exceto para os dois elementos concentrados (*lumped*) considerados, o tubo de alívio na tomada de água (N=30) e o trecho do cone no tubo de sucção sujeito ao volume de vapor de cavitação do vórtice (N=257). Os automodos obtidos com a malha M2, sem o efeito do volume de vapor de cavitação, estão apresentados na Figura 99 e, com a presença do volume de vapor de cavitação, na Figura 100.

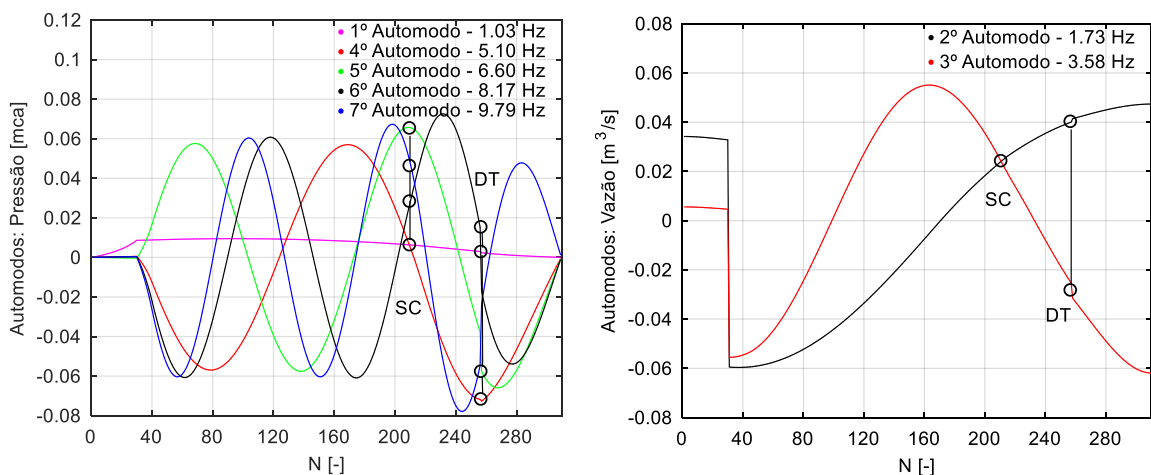


FIGURA 99 – AUTOMODOS SEM A CAVITAÇÃO-MALHA M2: A) PRESSÃO; B) VAZÃO

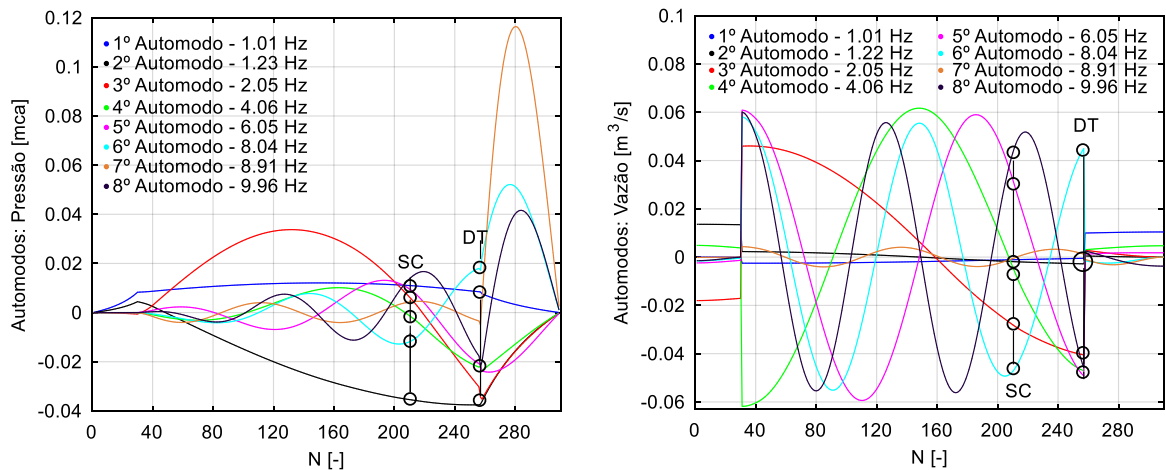


FIGURA 100 – AUTOMODOS COM A CAVITAÇÃO-MALHA M2: A) PRESSÃO; B) VAZÃO

Conforme se observa nas figuras relativas aos automodos, independente da malha utilizada, os elementos concentrados (*lumped*) representam uma descontinuidade na discretização e causam a ocorrência de um ressalto nos automodos na posição correspondente a esses elementos. Com relação aos efeitos da malha M2 comparativamente à malha M6, observa-se um pequeno aumento no valor da frequência dos automodos e, para a condição com cavitação, alteração significativa no valor da taxa de amortecimento α para alguns automodos, porém sem alteração do sinal desse parâmetro.

7.6.2 Determinação da função de transferência do sistema hidráulico

As funções de transferência para o tubo de sucção e para a entrada da caixa espiral foram obtidas com base na equação (1.143) ou sua equivalente equação (6.3), considerando um pulso de Dirac de dV_c/dt no elemento concentrado do tubo de sucção, correspondente à região de ação dos vórtices de núcleo. As funções de transferência destes elementos possibilitam verificar sua resposta à referida excitação, bem como conhecer o ganho que suas componentes em frequência apresentam entre a fonte geradora de perturbação (tubo de sucção) e a caixa espiral. As funções obtidas para estes dois elementos estão indicadas na Figura 101 para a condição sem cavitação no escoamento.

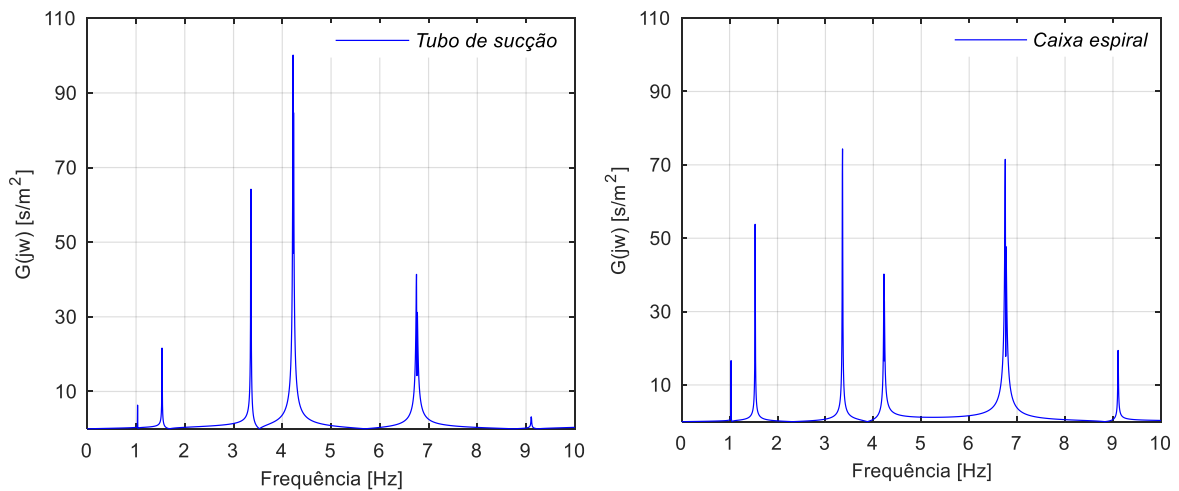


FIGURA 101 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $G(i\omega)$ SEM EFEITO DA CAVITAÇÃO EM ALTA CARGA: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

As funções de transferência obtidas para o tubo de sucção e a caixa espiral para o escoamento com cavitação em plena carga estão indicadas na Figura 102.

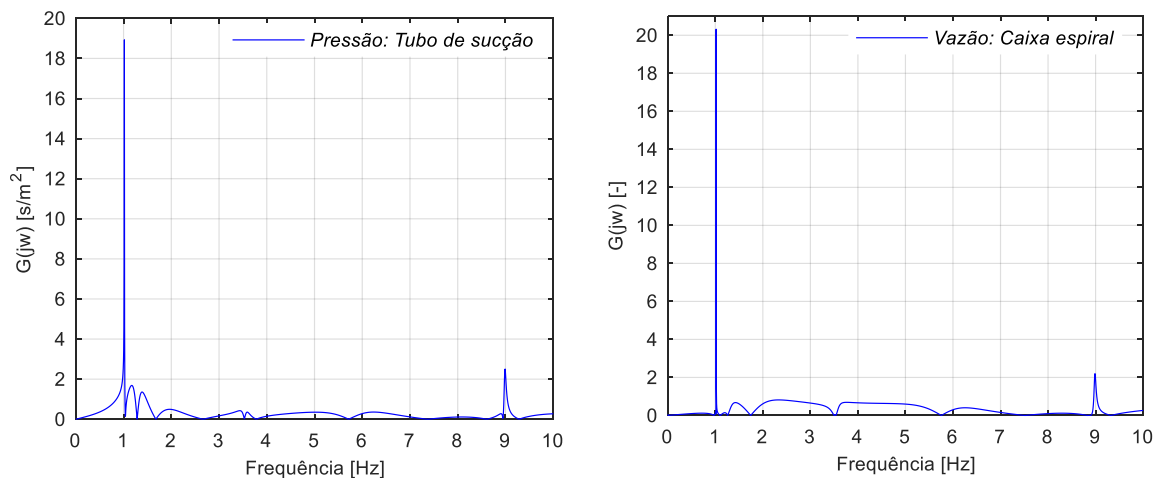


FIGURA 102 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $G(i\omega)$ COM EFEITO DA CAVITAÇÃO EM ALTA CARGA: A) TUBO DE SUCÇÃO; B) CAIXA ESPIRAL

Em contraposição ao resultado dos autopares, as funções de transferência em cavitação indicam uma tendência de ganho dinâmico em todas as autofrequências obtidas até 10Hz, exceto para a frequência de 4,2Hz, para a qual observa-se atenuação do tubo de sucção para a caixa espiral. Com cavitação, o espectro da FT reduz-se basicamente à primeira frequência e não se pode prognosticar tendência de ganho, e compatível com o observado no protótipo.

Como apoio durante o desenvolvimento da rotina do modelo HDHA, visando conhecer eventuais efeitos de componentes dinâmicas na comunicação e na resposta deste modelo, levantou-se a função de transferência dos elementos utilizados na comunicação entre estes modelos. As funções obtidas são apresentadas na Figura 103 para a condição sem cavitação.

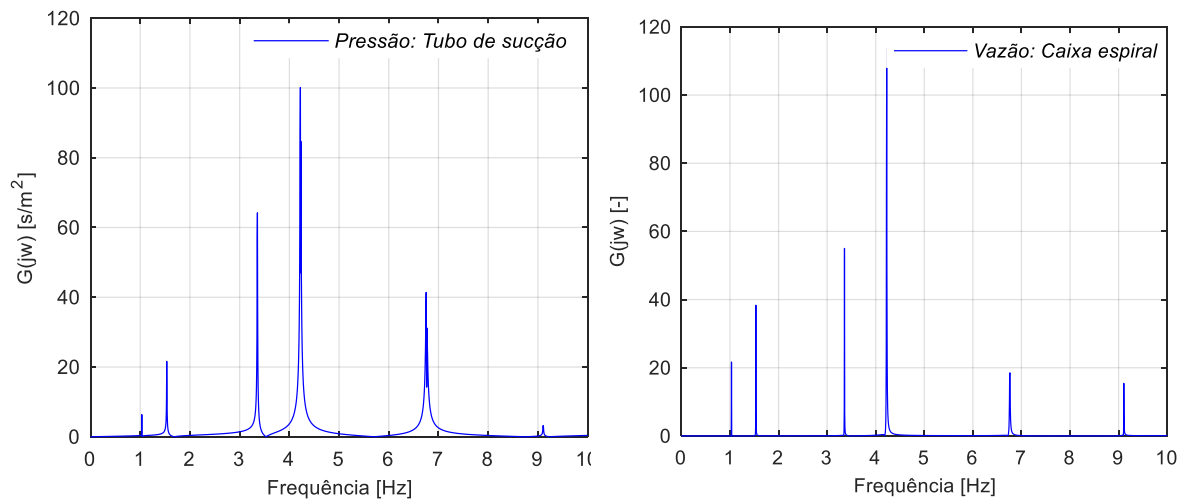


FIGURA 103 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS ELEM. DE COMUNICAÇÃO DO MODELO HÍBRIDO SEM CAVITAÇÃO: A) CAIXA ESPIRAL; B) TUBO DE SUCÇÃO

As funções de transferências dos elementos de comunicação do modelo híbrido obtidas levando em conta o efeito da cavitação do vórtice de alta carga são apresentadas na Figura 104 para a condição sem cavitação.

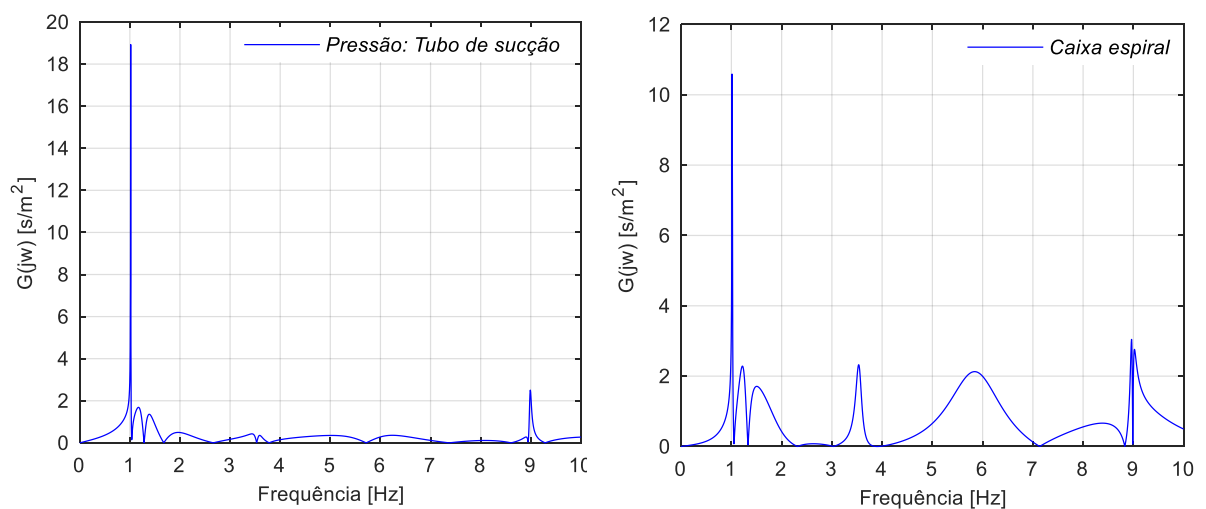


FIGURA 104 - FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS ELEM. DE COMUNICAÇÃO DO MODELO HÍBRIDO COM CAVITAÇÃO: A) CAIXA ESPIRAL; B) TUBO DE SUCÇÃO

7.6.3 Modelo analítico para análise da estabilidade hidráulica

A solução da equação característica do modelo analítico, representada pela equação (1.155), para diversos valores da compliância C e do fator de ganho de fluxo mássico χ permite obter o diagrama de estabilidade e a variação das autofrequências para os diversos valores dos referidos parâmetros, conforme indicado na Figura 105.

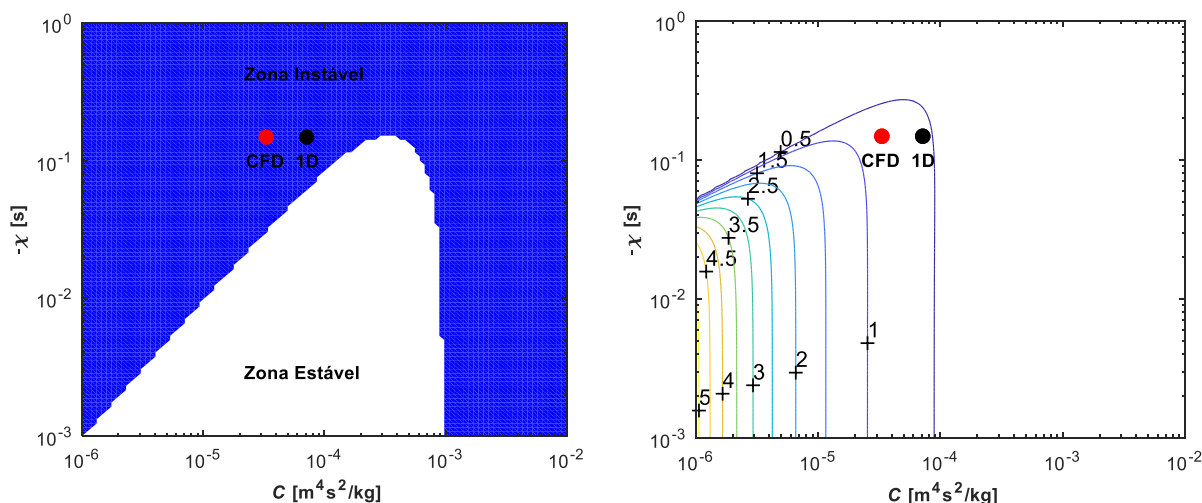


FIGURA 105 – DIAGRAMA DE ESTABILIDADE: A) ; B) AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA
FONTE: ADAPTADO DE MARRA ET AL (2016)

Os pontos correspondentes aos valores de C e χ obtidos pelos dois métodos utilizados na obtenção destes parâmetros, CFD e ajuste pela frequência da pulsação medida no protótipo, para a condição operativa simulada de alta carga estão indicados nos diagramas da Figura 105. De acordo com o diagrama de estabilidade, o ponto de operação simulado encontra-se fora da zona de estabilidade por ambos os métodos de obtenção do parâmetro C . Contudo, observa-se que o valor obtido pelo ajuste da frequência aproximou-se mais da zona de estabilidade que para o valor deste parâmetro obtido por CFD.

7.6.4 Estabilidade de um escoamento cavitante

Visando apresentar uma contribuição na avaliação do impacto da consideração da resistência termodinâmica, devida ao processo de cavitação no vórtice de núcleo de alta carga na estabilidade do sistema esta foi incluída em um

modelo simplificado do sistema hidráulico apresentado na seção 2.5.5. O resultado da solução de equação (1.161) para o sistema simplificado com e sem a resistência termodinâmica, para diversos valores de C e χ , está apresentado nos diagramas de estabilidade da Figura 106.

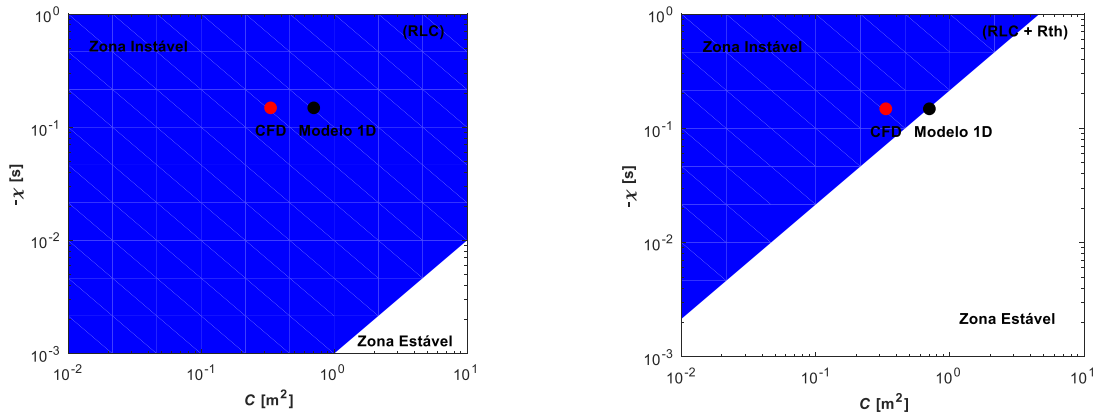


FIGURA 106 – DIAGRAMA DE ESTABILIDADE: A) CIRCUITO RLC; B) CIRCUITO RLC+ R_{th}

Os diagramas de estabilidade obtidos evidenciam o benefício esperado para a estabilidade com a consideração da resistência termodinâmica no modelo. Como se pode observar, tal consideração ampliou muito a zona de estabilidade, ficando o ponto de operação simulado na fronteira da estabilidade, considerando o valor de C obtido pelo ajuste da frequência e próximo da fronteira, já na zona de instabilidade, pelo valor deste parâmetro obtido por CFD. Assim sendo, a consideração da resistência termodinâmica possibilitou que o modelo simplificado apresentasse resultados compatíveis com os demais modelos e com os ensaios no protótipo.

A variação das autofrequências do sistema pelo modelo simplificado, com e sem R_{th} pode ser visualizada nos diagramas da Figura 107.

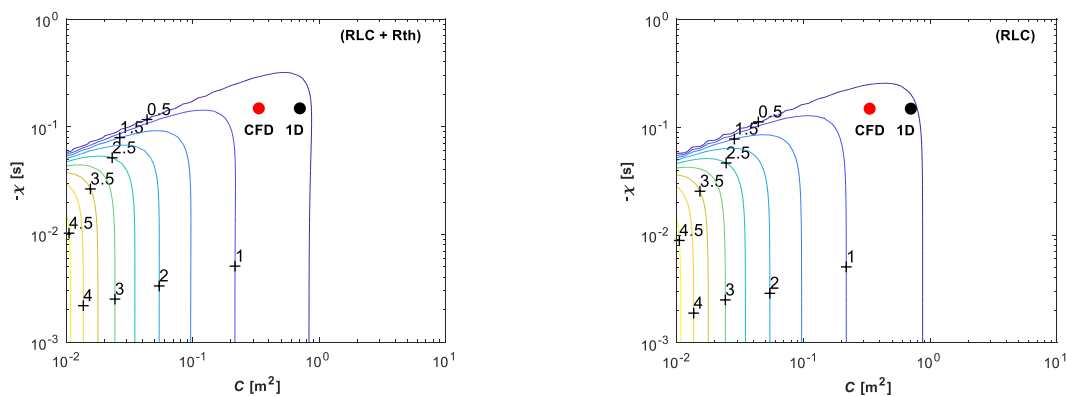


FIGURA 107 – DIAGRAMA DE AUTOFREQUÊNCIAS DO SISTEMA SIMPLIFICADO: A) CIRCUITO RLC+ R_{th} ; B) CIRCUITO RLC

7.6.5 Resultados do modelo do transiente hidráulico

Os resultados completos dos estudos comparativos da aplicação dos métodos RKM e MOC na solução do transiente hidráulico após uma rejeição de carga na turbina estão disponíveis no APÊNDICE 3. Contudo, nesta seção reapresenta-se apenas os resultados obtidos com a utilização do modelo unidimensional na determinação do tempo de fechamento do distribuidor de modo a atender limites contratuais normalmente especificados para a sobrevelocidade no conjunto girante e para a sobrepressão no conduto forçado. Os resultados obtidos com a variação do tempo de fechamento do distribuidor podem ser visualizados na Figura 108.

Os resultados obtidos evidenciam a possibilidade de redução de aproximadamente 7% na sobrevelocidade após uma rejeição de plena carga, mantendo o limite nominal de 30% na sobrepressão. Na Figura 108-b, a ordenada é a variação adimensional da sobrepressão e da sobrevelocidade em relação ao valor nominal da pressão e da rotação, considerados como o nível 100%. Portanto, uma elevação de 30% nestes parâmetros corresponde ao nível de 130% nas curvas do gráfico da Figura 108-b. Assim, reduzindo o tempo de fechamento atual de 14s, correspondente a plena abertura do distribuidor, para aproximadamente 10.9s, resultaria numa sobrevelocidade de 137,1%, portanto, 7,1% abaixo do valor estimado para o tempo de fechamento atual.

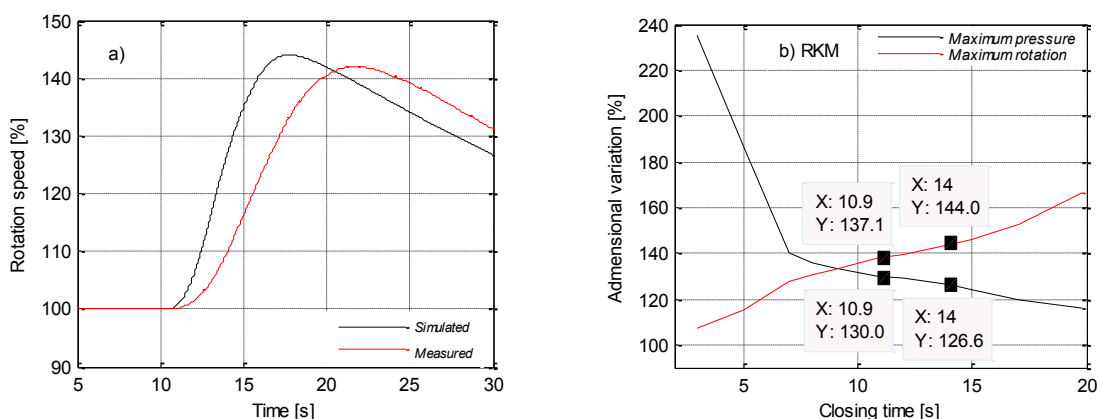


FIGURA 108 – A) CURVA DE SOBREVELOCIDADE; B) VARIAÇÃO DA SOBREVELOCIDADE E DA SOBREPRESSÃO

FONTE: ADAPTADO DE MARRA ET AL (2017)

8 CONCLUSÕES

A pesquisa realizada cumpriu todos os objetivos propostos. Na predição do comportamento hidráulico da turbina operando fora do ponto de projeto, em carga parcial e em alta carga, foi analisada a resposta temporal da pulsação de pressão no tubo de sucção e na caixa espiral por meio da solução numérica do escoamento e da análise de sua estabilidade. A resposta temporal foi obtida utilizando três tipos de modelos matemáticos do sistema hidráulico em forma discretizada: unidimensional (HA), tridimensional (HD) e híbrido (HDHA). A análise de estabilidade foi realizada para a operação em alta carga utilizando modelos unidimensionais em quatro diferentes procedimentos : *i*) determinação das autofrequências complexas do sistema discretizado; *ii*) determinação da função de transferência do sistema discretizado; *iii*) determinação do campo de estabilidade do escoamento por meio da solução numérica de um modelo analítico que considera os efeitos da compliância (dV_c/dH) do volume de cavitação do vórtice de núcleo e do fator de ganho de fluxo mássico (dV_c/dQ) na pulsação do volume do vórtice dV_c/dt , bem como os efeitos do gradiente geométrico de difusão do tubo de sucção e do coeficiente de pressão induzido pela componente rotacional do fluido na saída da turbina; *iv*) determinação do campo de estabilidade por meio um modelo simplificado RLC para avaliação da contribuição da resistência termodinâmica na estabilidade de um escoamento cavitante.

A comparação dos resultados da resposta temporal da pulsação de pressão no tubo de sucção e na caixa espiral, obtidos dos modelos matemáticos, com os resultados da transposição do modelo reduzido e com medições no protótipo em dois pontos da curva de colina da turbina, um de carga parcial e outro de alta carga, indicou que, na condição de carga parcial, os modelos HD e HDHA apresentaram concordância entre si e com o protótipo quanto à frequência principal e seus harmônicos, porém, com relação a pulsação de pressão, sua amplitude na frequência principal foi aproximadamente 80% maior que o valor medido no protótipo e o previsto pela transposição. Quanto aos resultados na condição de alta carga, os modelos matemáticos HD, HA e HDHA se comportaram de maneira diferente. O modelo HD apresentou desvio na frequência com relação ao protótipo e comportamento fortemente amortecido, impossibilitando a predição da amplitude da pulsação de

pressão. Ambos os modelos HA e HDHA com parâmetros hidroacústicos constantes apresentaram resultados com característica de comportamento hidráulico instável e uma diferença de aproximadamente 30% entre si quanto à frequência dominante da pulsação de pressão, bem como um grande desvio da frequência dominante com relação ao valor medido no protótipo, impossibilitando a predição da pulsação de pressão observada no protótipo por esses modelos. Vale aqui ressaltar que os resultados da transposição do modelo reduzido apresentaram razoável concordância com o protótipo apenas com relação à frequência, porém, também divergiram na predição da amplitude da pulsação de pressão. Para o caso dos modelos HA e HDHA com parâmetros hidroacústicos variáveis, o modelo HDHA apresentou resultados com característica de comportamento hidráulico instável, enquanto o modelo HA apresentou resultados com característica de comportamento estável e com a melhor predição de amplitude nessa pesquisa, considerando como referência a amplitude média da pulsação de pressão no intervalo com característica de instabilidade observada no protótipo para o ponto de alta carga. Contudo, estima-se que o aprimoramento na consideração da variação dos parâmetros hidroacústicos poderá futuramente levar à semelhança de resultados entre os modelos HA e HDHA. Quanto à frequência dominante, seus resultados foram similares aos obtidos para o caso com parâmetros acústicos constantes.

No sistema hidráulico de referência nesta pesquisa, é conhecida, desde sua fase de projeto, a suscetibilidade do mesmo em apresentar instabilidade hidráulica em alta carga. Como ações mitigatórias e preventivas, o sistema foi dotado originalmente de um sistema de aeração axial da turbina e de limitação da abertura máxima operativa do distribuidor, porém atendendo rigorosamente a potência máxima especificada para a turbina e sem restrições em sua faixa normal de operação. O ensaio realizado no protótipo nesta condição operativa, sem aeração, indicou, para o ponto verificado da curva de colina, características de operação próximas à fronteira da instabilidade hidráulica. Contudo, com aeração atuante, o ensaio demonstrou eficácia dessa ação mitigatória na atenuação da pulsação de pressão no sistema hidráulico associado.

Quanto à predição da instabilidade hidráulica pelos modelos matemáticos utilizados, a parte real das autofrequências obtida considerando os efeitos da cavitação apresentou valores positivos em duas frequências na faixa analisada, compatível com tendência de comportamento instável nestas frequências. Contudo,

as funções de transferência com o efeito da cavitação em alta carga não mostram a tendência de ganho dinâmico nas pulsações de pressão do tubo de sucção para a caixa espiral, conforme observado no protótipo. O modelo analítico mostrou que o ponto de alta carga analisado, sem atuação da aeração, se encontra no início da zona instável. O modelo simplificado RLC de fluxo cavitante também indicou que o sistema hidráulico opera na fronteira da zona de estabilidade, o que pode ser considerado compatível com as medições no protótipo, sinalizando possível potencial desse modelo na avaliação expedita da influência da resistência termodinâmica associada à mudança de fase na cavitação para a avaliação da estabilidade hidráulica.

A importância da consideração da perturbação causada pela pulsação do volume dV_c/dt do vórtice de alta carga por meio dos parâmetros compliância (C_c) e do fator de ganho de fluxo mássico (χ) na estabilidade do escoamento é mais uma vez comprovada, seja pela influência destes parâmetros na parte real e imaginária das autofrequências, nas funções de transferência ou nos diagramas de estabilidade obtidos pelos modelos analítico e RLC simplificado.

A correção permanente de uma condição de contorno no modelo HD pelo modelo HA, por meio da simulação híbrida HDHA possibilitou uma significativa alteração na resposta comparada ao modelo HD puro em alta carga, de fortemente amortecida para uma condição de instabilidade nos modelos híbrido HDHA e unidimensional HA, mantendo mantendo constantes os parâmetros hidroacústicos C_c , χ e R_{th} . Contudo, aplicando nesses modelos não linearidades associadas aos parâmetros hidroacústicos C_c e R_{th} , dependentes da cavitação e da velocidade da onda, a resposta do modelo HA apresentou resultados de estabilidade com amplitudes da pulsação compatíveis com medições no protótipo, enquanto o modelo HDHA apresentou evidências de erros de convergência a partir de determinado instante da simulação, que, possivelmente, impediram este modelo de atingir resultado semelhante ao encontrado para o modelo HA com parâmetros hidroacústicos variáveis. Não obstante, estima-se que a implementação de melhorias na rotina computacional de alterações relativas aos parâmetros hidroacústicos C_c , χ e R_{th} deverá promover a obtenção de resultados similares ou melhores que os obtidos pelo modelo HA correspondente.

Quanto à predição da resposta do sistema hidráulico para o ponto de carga parcial, os modelos HD e híbrido HDHA apresentaram resultados similares entre si,

porém com amplitude da pulsação de pressão mais elevada que a encontrada no protótipo e a prevista pela transposição. Estima-se que a melhoria na predição dos resultados na carga parcial também seja alcançada com implementação de melhorias na rotina computacional relativas aos parâmetros hidroacústicos, porém, requer que o modelo HD capture adequadamente a geração de vapor de cavitação para melhoria da consideração dos efeitos nos parâmetros C_c e R_{th} .

A obtenção do modelo sólido da roda da turbina por engenharia reversa a partir de uma nuvem de pontos das superfícies hidráulicas ativas da roda (pás, cubo e lado interno da cora), obtida por escanemanto rotativo a laser, mostrou-se uma forma adequada de modelagem geométrica realística da roda, detectando inclusive imperfeições no perfil hidráulico entre as diferentes pás, típicas da tecnologia de ajuste manual do perfil utilizada na época de fabricação da roda escaneada.

A solução do transiente hidráulico após uma rejeição de carga pelo Método de Runge-Kutta apresentou exatidão satisfatória e capacidade de reproduzir os fenômenos hidráulicos em um tempo atrativo de processamento numérico para uma malha adequada. Assim, com relação a esses aspectos, esse método se configura como uma alternativa ao tradicional Método das Características para esta aplicação, com pontos em vantagem e outros em desvantagens. A formulação utilizada nessa pesquisa para aplicação do Método das Características em sistemas com geometria variável mostrou-se adequada, evitando instabilidade numérica nesta configuração.

As contribuições dessa pesquisa podem ser resumidas em:

- Obtenção do sólido desconhecido da roda da turbina por meio de engenharia reversa a partir de uma nuvem de pontos das superfícies hidráulicas ativas da roda (pás, cubo e lado interno da cora), levantada por escanemanto rotativo a laser completo destas superfícies de forma a obter por técnica de CAD a modelagem geométrica tridimensional realística da roda;
- Verificação da influência da contribuição da resistência termodinâmica na estabilidade hidráulica em alta carga por meio de um diagrama de estabilidade de um circuito RLC simplificado do sistema hidráulico em função dos parâmetros compliância e fator de ganho de fluxo mássico do vórtice cavitante;

- Utilização de uma formulação que evita a ocorrência de instabilidade numérica na aplicação do método das características em sistemas hidráulicos modelados com diâmetro variável;
- Detalhamento do procedimento para implementação dos diversos modelos de resposta temporal e de estabilidade do sistema hidráulico considerados nesta pesquisa em condição favorável de serem adaptados para outros sistemas hidráulicos ou similares.
- Formação de competência na predição do comportamento hidráulico de turbinas Francis.

O esforço computacional envolvido na simulação do modelo HA é desprezível em comparação ao demandado pelo modelo híbrido HDHA e podem apresentar resultados satisfatoriamente compatíveis. Como sugestão para futuros estudos relacionados ao tema dessa pesquisa considero importante aprimoramentos gerais no modelo hidroacústico HA, para validação econômica em estudos de comportamento do sistema hidráulico associado a turbinas Francis, seja na fase de projeto ou como auxiliar no diagnóstico e solução de problemas existentes em instalações ou na avaliação de faixas operativas.

O modelo hidrodinâmico HD do escoamento associado com os modelos para a cavitação (Rayleigh-Plesset) apresenta deficiência na representação do volume de cavitação em carga parcial. Esse fato dificulta a predição do comportamento hidráulico nessa condição operativa, principalmente quando o ganho dinâmico por ressonância hidráulica no tubo de sucção for relevante. Portanto, aprimoramentos são bem-vindos nesse processo.

REFERÊNCIAS

ALLIGNÉ, S.; DECAIX, J.; MÜLLER, A.; NICOLET, C.; AVELLAN, F.; MÜNCH, C. **RANS computations for identification of 1-D cavitation model parameters: application to full load cavitation vortex rope**. In: 28th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Grenoble – França, 2016.

ALLIGNE, S. **Forced and self-oscillations of hydraulic sytems induced by cavitation vortex rope of francis turbines**. 156 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica Federal de Lausanne, Lausana, Suíça, 2011.

ALLIGNÉ, S.; MARUZEWSKI, P.; DINH, T.; WANG, B.; FEDOROV, A.; IOSFIN, J.; AVELLAN, F. **Prediction of a Francis turbine prototype full load instability from investigations on the reduced scale model**. In: 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara – Romênia, 2010.

ALSTOM. **Francis hydro turbines**: customers benefit directly from Alstom's extensive experience with all sizes of Francis turbines. Brochura Técnica. Alstom T&D India Limited. Disponível em: <http://twixar.me/fgm3>. Acesso em 17.3.2015.

ANSYS. **Ansys CFX - Solver Theory Guide**- Release 15.0. Ansys Inc, 2015.a

ANSYS. **Ansys CFX - Solver Modeling Guide**- Release 15.0. Ansys Inc, 2015.b

ANSYS. **Ansys CFX - Reference Guide**- Release 15.0. Ansys Inc, 2015.c

ANSYS. **Ansys CFX – Pre User's Guide** – Release 15.0. Ansys Inc, 2015.d

AVELLAN, F.; NICOLET, C.; PRENAT, J. E.; SAPIN, A.; SIMOND, J. J. **A new tool for the simulation of dynamic behavior of hydroelectric power plants**. In: 10th International Meeting of the Work Group on the Behavior of Hydraulic Machinery Under Steady Oscillatory Conditions. Trondheim, Norway, 2001.

BINAYA, B.; Nicolle, J.; Trivedi, C.; Cervantes, M. **Winter-Kennedy method in hydraulic discharge measurement: problems and challenges**. IGHEM 2016 - Int'l Group for Hydraulic Efficiency Measurement, Linz – Austria, 2016.

BORGES, F. **Modelagem e simulação numérica do escoamento turbulento em tubos de sucção de turbinas Francis**: uma aplicação as turbinas da usina hidrelétrica de Itaipu. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2007.

BRENNEN, C., ACOSTA, A. J. **Theoretical, quasi-static analysis of cavitation compliance in turbopumps**. Journal of Spacecraft and Rockets, v.10, n. 3, p. 175–180, 1973.

BRITO JÚNIOR, G. C. **Análise dinâmica de mancais radiais para suporte ao monitoramento da saúde estrutural de hidrogeradores de grande porte**. 211 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

CANNONE, M.; PLANCHON, F.; SCHONBEK, M. **Strong solutions to the incompressible navier-stokes equations in the half-space**. Communications In Partial Differential Equations, n. 91, p. 903–924, 2000.

CANNIZZARO, D.; PEZZINGA, G. **Energy dissipation in Transient Gaseous Cavitation**. Journal of Hydraulic Engineering – ASCE, p. 724-730, August, 2005.

CHAUDRY, M. H. **Applied Hydraulic Transients**, 3^a ed. New York, Springer, 2014.

CHEN, C.; NICOLET, C.; YONEZAWA, K.; FARHAT, M.; AVELLAN, A.; TSUJIMOTO, Y. **One-dimensional analysis of full load draft tube surge**. Journal of Fluids Engineering, v. 130, 2008.

CHIRKOV, D., SCHERBAKOV, P., CHERNY, S., ZAKHAROV, A., SKOROSPELOV, V. **Mitigation of self-excited oscillations at full load: CFD analysis of air admission and effects o runner design**. 28th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Grenoble-França, 2016.

COUSTON, M.; PHILIBERT, R. **Partial load modelisation of gaseous francis turbine rope**. Hydropower and Dam, n. 5, 1998.

DAVIDSON, L. **An Introduction to Turbulence Models**. Chalmers, Göteborg, Sweden, 2011.

DÖRFLER, P; MIRJAM, S; COUTOU, A. **Flow Induced Pulsation and Vibrations in Hydroelectric Machinery**: Engineers Guidebook for Planning, Design and Troubleshooting. Ed. Springer, 2013.

DÖRFLER, P., BRAUN, O., AND SICK, M., **Hydraulic stability in high-load operation: a new model and its use in Francis turbine refurbishment**. **Hydropower & Dams**, n. 4, p. 84-88, 2011.

DÖRFLER, P. K., KELLER, M. AND BRAUN, O., 2010: **Full-load vortex dynamics identified by unsteady 2-phase CFD**, 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation, Timisoara- Romênia, 2010.

DÖRFLER, P. **Evaluating 1D models for vortex-induced pulsation in Francis turbines**. 3rd IAHR Int'l Meeting of the WG on Cavitation and Dynamics Problems in Hydraulic Machinery and Systems, Brno – Rep. Checa, 2009.

EHU. **Rendimientos em maquinas hidraulicas**. Universidade do Pais Basco. Disponível em: <http://migre.me/pxHSP>. Acesso em: 24.3.2015.

EPE - Empresa de Pesquisa Energética (Ed). **PNE 2030 - Plano Nacional de Energia 2030 - Geração Hidrelétrica**. Brasília, DF, Brasil, 2007.

EPRI. **Hydropower Technology Roundup Report**: Technology Update on Aerating Turbines, Report No 1017966, Eletric Power Research Institute. Palo Alto, California, 2009.

EWING, E. D. F. **Allowing for free air in waterhammer analysis**. In: 3rd International Conference on Pressure Surges – p.127-146, Canterbury, UK, 1980.

FERRETI, A. P.; ACCATTINI, D. Q.; STRAATMANN, R, LOREATTO, E., MOETTO, R. **Sistema inteligente de controle de aeração em turbinas Francis**. 15^o Encontro Regional Ibero-americano da CIGRÉ, Foz do Iguaçu, 2013.

FLEMMING, F., FOUST, J., KOUTINIK, J., FISHER, R. **Overload Surge Investigation Using CFD Data**. International Journal of Fluid Machinery and Systems, Vol. 2, 2009.

FOX, R. W.; MCDONALD'S, A. T. **Introduction to Fluid Mechanics**. 8. ed.- John Wiley & Sons, Inc, 2011.

GONÇALVES, C.; FERREIRA, W. O.; HORTA, C. A.; MARTINS, A. L. **Análise das vibrações excessivas das unidades 20 e 21 da UHE Tucuruí**. In: III Encontro Nacional de Monitoramento de Máquinas Rotativas – ENAM. Foz do Iguaçu, Brasil, 2006.

GORLA, R. **Turbomachinery: Design and Theory**. Marccel Dekker (Ed), 2003.

HABAN, V.; RUDOLF, P.; POCHLY, F.; KOUTINIK, J.; KRUGER, K. **Stability of infinitely long asymmetrical vortex rope**. In: 2nd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara – Romênia: IAHR, 2007.

HAMIL, F. A. **Sayanno-Shushenskaya accident-presenting a possible direct cause**. International WaterPower and Dam Construction, v. 62, n. 11, 2010.

HOES, O.A.C.; MEIJER L.J.J.; VAN DER ENT, R.J.; VAN DE GIESEN, N.C. **Systematic high-resolution assessment of global hydropower potential**. PLoS ONE 12(2): e0171844. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0171844>, 2017.

IEC 60041 – International Eletrotechnical Commision (Ed.). **Field acceptance tests to determine the hydraulic performance of hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines**. Genebra, Suíça, 1995.

IEC 62097. International Eletrotechnical Commision (Ed.). **Hydraulic machines, radial and axial. Performance conversion method from model to prototype**. Disponível em: <http://migre.me/pxJgB>. Acesso em: 18.3.2015.

IEC 60193 - International Eletrotechnical Commision (Ed.) **Hydraulic turbines storage pumps and pump-turbines – Model acceptance tests**. Genebra, Suíça, 1999.

ILIESCU, M.; CIOCAN, G.; AVELLAN, F. **Analysis of the Cavitating Draft Tube Vortex in a Francis Turbine Using Particle Image Velocimetry Measurements in Phase Flow**. Journal of Fluids Engineering, v. 130, 2008.

INGRAM, G. **Basic Concepts in Turbomachinery**. Grant Ingram and Ventus Publishing APS (Ed), 2009.

ITAIPU. **Desenvolvimento da modelagem geométrica da roda das turbinas utilizando-se da associação de escaneamento a laser.** Relatório Técnico. 5215-50-19636-P-R0. UHE Itaipu, 2016.

ITAIPU. **Projeto piloto de levantamento 3D da roda da turbina da unidade geradora U07 por tecnologia laser scanner rotativo.** Relatório Técnico 5215-50-19634, 2013.

ITAIPU. **Determinação da eficiência da turbina da U18A.** 101p. Relatório Técnico - 5215-50-B4000-P, 2011.

ITAIPU. **Usina hidrelétrica de Itaipu: Aspectos de Engenharia.** Foz do Iguaçu: Itaipu Binacional, 2009.

ITAIPU. **Ensaio para investigação de comportamento dinâmico anormal na U13.** Relatório Técnico, 6210-50-19924-P-R0. UHE Itaipu, 1996.

ITAIPU. **Ensaio de estabilidade hidráulica da U9.** Relatório Técnico. 5215-68-19546-P-R0. UHE Itaipu, 1993.

ITAIPU. **Ensaio de estabilidade hidráulica da U16.** Relatório Técnico. 5215-68-19542-P-R0. UHE Itaipu, 1993.

ITAIPU., **Model acceptance test.** 412p. Relatório Técnico. 5215-60-71612-I-R0, 1982-a.

ITAIPU. **Technical conclusions concerning model test results – v.3,** 49 p. Relatório Técnico. 5215-60-71573, 1982-b.

ITAIPU. **Measuring points at the turbine.** Desenho Técnico. 5215-DF-71205-I, 1982-c.

ITAIPU. **Tubulações para aeração e drenagem da turbina.** Desenho Técnico. 5215-DF-71218, 1982-d.

JACOB, T.; PRÉNAT, J.; MARIA, D. **Comportement dynamique d'une turbine Francis à forte charge Comparaisons modèle-prototype** - La Houille Blanche, n. 3/5, 1988.

JACOB, T. **Evaluation on a scale model prediction of the stability of operation o francis turbines.** 225 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica Federal de Lausana, Lausana, Suíça, 1993.

KUNDU, P. K.; COHEN, M. I.; DOWLING, R. D. **Fluid Mechanics**, 5. ed. – Elsevier (Ed), 2011.

LAI, M.; RUBIN, D.; KREMPL, E. **Introduction to continuum mechanics.** 4. ed. BH and Elsevier (Ed), 2010.

- LANDRY, C. **Hydroacoustic Modeling of a Cavitation Vortex Rope for a Francis Turbine**. PhD thesis. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2015.
- LAUDNER, B. E.; SANDHAM, N. D. **Closure strategies for turbulent and transitional flows**. 1. ed. - Cambridge University Press, 2002.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2. ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.
- MARRA, J.; SEFRIN, Y.; GRAMANI, L.; KAVISKI, E. **A experiência de Itaipu no levantamento da geometria e análise fluidodinâmica computacional de suas turbinas a partir da utilização de técnica de escaneamento a laser rotativo**. In: XXIII Seminário Nacional de Produção de Transmissão de Energia Elétrica. Foz do Iguaçu – Brasil: CIGRÉ, 2015.
- MARRA, J.; MALIKOSKI, L.; GRAMANI, L.; KAVISKI, E. **Evaluation of Francis turbine aeration as a measure to attenuate pressure pulsations**. In: XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Brasília, Brasil: CILAMCE, 2016.
- MARRA, J.; GRAMANI, L.; SANTOS, C. W. Y.; KAVISKI, E. **hydraulic transients in penstocks: comparison of methods Runge-Kutta and characteristics in load rejection solution**. American Journal of Hydropower, Water and Environment Systems, v. 5, out. 2017, p. 6-18, L_IAHR, 2017.
- MEIROVITCH, L. **Principles and techniques of vibrations**. Prentice-Hall International, USA, 1997.
- MENTER, F. R. **Improved two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamics flows**. NASA Technical Memorandum - Quick Release, 1992.
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. **Ten years of industrial experience with the SST turbulence model**. Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, Antalya, 2003.
- MÜLLER, A.; ALLIGNE, S.; PARAZ, F.; LANDRY, C.; AVELLAN, F. **Determination of hydroacoustic draft tube parameters by high speed visualization during model testing of a francis turbine**. In: 4th International Meeting on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems. Belgrado - Sérvia: IAHR, 2011.
- MÜLLER, A.; BULLANI, A.; DREYER, M.; ROTH, S.; FAVREL, A.; LANDRY, C.; AVELLAN, F. **Interaction of a pulsating vortex rope with the local velocity**. In: 26th Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Beijing – China: IAHR, 2012.
- MÜLLER, A. **Phisycal Mechanisms governing Self-Excited Pressure Oscillations in Francis Turbines**. 145 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica Federal de Lausanne, Lausana, Suíça, 2014.
- NICOLET, C. **Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems**. 334 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica Federal de Lausana, Lausana, Suíça, 2007.

NISHI, M.; MATSUNAGA, S.; KUBOTA, T.; SENOO, Y. **Flow regimes in an elbow-type draft tube**. In: Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Amsterdã - Holanda: IAHR, v. 38, 1982.

NISI, N. S. **Control Systems Engineering**. 6. ed. – John Wiley & sons, 2011.

OGATA, K., **Engenharia de controle moderno**. Prentice/Hall do Brasil, 1982.

OTELBAEV, M. **The existence of a strong solution to the Navier-Stokes equations**. Mathematical Journal, v. 13, n. 4, p. 100, 2013.

PEJOVIC, S. **Understanding the effects of draft tube vortex core resonance**. HRW-Hydro Review Worldwide, 2000.

PEJOVIC, S.; OBRADOVIC, D.; GAJIC, A. **Field tests and calculations of effects of air introduction into the draft tube upon hydraulic oscillations in a hydropower plant**. IAHR Symposium, Montreal, 1986.

PETERSON; RIZZE, R. **Manual de UDF** – CEASB, 2012.

PEZZINGA, G. **Second viscosity in transient cavitating pipe flows**. Journal of Hydraulic Research 41:6, p.656-665, 2003.

POCHYLY, F.; CERMAK, L.; RUDOLF, P.; HABAN, V.; KOUTNIK, J. **Assessment of the steady swirling flow stability using amplitude frequency characteristic**. In: 3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems. Brno - Cazaquistão: IAHR, 2009.

RHEINGANS, W. J. **Power Swings in Hydroelectric Power Plants**. In: Transactions of ASME. New York - USA: ASME, v. 62, n. 3. 1940

RUGGIERO, M. A. G., LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2ed. Pearson (Ed), 1988.

RUPRECHT, A. HELMERICH, T.; ASCHENBRENNER, T.; SCHERER, T. **Simulation of vortex rope in a turbine draft tube**. In: 21st IAHR Symposium. Lausana - Suíça: 2002. Disponível em: <http://migre.me/pxl3p>. Acesso em: 24.2.2015.

SADIKU, M. N. O.; ALEXANDER, C. K. **Fundamentos de Circuitos eléctricos**. 3ed, McGraw-Hill Inc., 2006.

SANTOS, C. W. **Modelagem matemática de transitórios hidráulicos em usinas hidrelétricas: uma aplicação ao circuito hidráulico das turbinas do tipo Francis**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2016.

SARRA, S. A. **The Method of Characteristics with applications to Conservation Laws**. Journal of Online Mathematics and its Applications, Vol. 3, 2003.

SCHEIL, H. **Monitoring and diagnostics**: Concept for Itaipu Binacional. Proceedings of Fourth symposium of methods and trends diagnostic and monitoring of machine vibrations and status of hydraulic turbines, pp. 225-241. Telfs, Áustria, 1998.

SHI, Q. **Hydraulic design of Three Gorges right bank powerhouse turbine for improvement of hydraulic stability**. In: 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara, Romênia, 2010.

SMAGORINSK, J. **General Circulation Experiments With The Primitive Equations**. Monthly Weather Review, n. 91, p. 66, 1963.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. **Fluid Transients**. McGraw-Hill Inc., 1978.

TADEL, J.; MARIA, D. **Analysis of dynamic behaviour of a hydroelectric installation with a francis turbine**. In: BHRA. Hanover: Alemanha, 1986.

TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. **Computational fluid dynamics: A practical approach**. Amsterdam: Elsevier, 2008.

TULLIS, J. P. **Hydraulic of pipelines – Pumps, valves, cavitation, Transients**. John Wiley&Sons. New York, 1989.

URROZ, G. E. **Hydraulic pipe transients by the method of characteristics**. 20 Mar. 2015. <<http://twixar.me/0H5>>, 2005.

VIEIRA, L. M. **Aeração de turbinas francis para mitigação de instabilidades hidráulicas**: modelagem matemática do fenômeno e estudos experimentais. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2016.

VIVARELLI, R. **Modelagem e simulação numerica do escoamento completo de uma turbina Francis**: uma aplicação as turbinas da usina hidrelétrica de itaipu. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2008.

VOITH. **HydroSchool: Turbinas hidráulicas**. Material didático da Universidade Corporativa da Voith Hdyro. Curso aplicado em Foz do Iguaçu, 2017.

WAHL, T. L. **Draft tube surging hydraulic model study**. 87 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Colorado, Fort Collin, EUA, 1990.

WEC - World Energy Council (Ed). **World Energy Resources: Hydropower-2016**. Londres, Inglaterra, 2016.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics** – 5 ed. McGraw-Hill (Ed.), 2003.

WILCOX, D. **Turbulence modeling for CFD** – 2. ed. DCW Industries Inc, USA, 2000.

YULIN WU; SHENGCAI LI; SHUHONG LIU; HUA-SHU DOU; ZHONGDONG QIA. **Vibration of Hydraulic Machinery**. Springer (Ed.), 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – FONTE DE MASSA	243
APÊNDICE 2 – PREDICTION OF PRESSURE PULSATION IN FRANCIS TURBINES USING RANS SOLUTION: AN APPLIED STUDY OF EFFECTS OF THE TURBULENCE MODELS, MESH, DOMAIN EXTENSION AND MULTIPHASE FLOW	245
APÊNDICE 3 – HYDRAULIC TRANSIENTS IN PENSTOCKS: COMPARISON OF METHODS RUNGE- KUTTA AND CHARACTERISTICS IN LOAD REJECTION SOLUTION	265
APÊNDICE 4 – CÓDIGO DA ROTINA MODELO HA-1WAY PARA MATLAB	2
APÊNDICE 5 – CÓDIGO DA ROTINA LU PARA SISTEMAS LINEARES	12
APÊNDICE 6 – CÓDIGO DA ROTINA GET-ARQUIVE	14
APÊNDICE 7 – CONFIGURAÇÃO DO MODELO HIDRODINÂMICO NO AMBIENTE ANSYS-CFX..	16
APÊNDICE 8 – ROTINAS VAZÃO_MASSICA, VAZAO-INLET, DVAPOUR_VALUE E VAPOUR_VALUE	21
APÊNDICE 9 – ROTINA DA JUNCTION BOX <i>INSTABILITY</i> DO MODELO HIDROACÚSTICO PARA ALTA CARGA	29
APÊNDICE 10 – ROTINAS PARA AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA	47
APÊNDICE 11 – ROTINA PARA VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA PELO MODELO ANALÍTICO	57
APÊNDICE 12 – MODELAGEM GEOMÉTRICA DA RODA POR ENGENHARIA REVERSA	60
APÊNDICE 13 – ARTIGOS APROVADOS PARA PUBLICAÇÃO EM PERIÓDICOS COM CLASSIFICAÇÃO EM ENGENHARIA III NO QUALIS – CAPES	69

APÊNDICE 1 – FONTE DE MASSA

A flutuação do volume de cavitação associada aos vórtices de núcleo no tubo de sucção da turbina provoca uma perturbação nas variáveis de estado (Q, h) do escoamento no sistema hidráulico. Neste processo, a flutuação do volume de cavitação (dV_c/dt) se caracteriza como uma fonte hidroacústica de massa S_Q , cuja contribuição pode ser estimada pela aplicação da equação da continuidade em um volume de controle elementar, de volume V e comprimento dx , que contenha um volume de líquido V_l e um volume de vapor de água V_c decorrente da cavitação no vórtice de núcleo presente no escoamento, conforme ilustrado na figura seguinte:

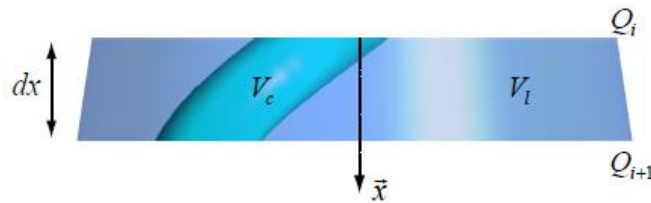


FIGURA 1. – VOLUME DE CONTROLE PARA ESTIMATIVA DA FONTE DE MASSA
FONTE: ALLIGNÉ (2011)

A composição dos volumes das fases do fluido, a fração β do volume de cavitação e a massa específica m_l do líquido no volume de controle são, respectivamente, conforme expressões seguintes:

$$V = V_c + V_l, \quad \beta = V_c / V, \quad m_l = \rho V_l. \quad (\text{A1.1})$$

Derivando em relação ao tempo a expressão da massa específica m_l obtém-se a seguinte expressão para o fluxo mássico da fase líquida:

$$\frac{dm_l}{dt} = \rho \frac{dV_l}{dt} + V_l \frac{d\rho}{dt}. \quad (\text{A1.2})$$

Aproximando o fluxo mássico dado pela expressão anterior pela diferença de fluxo mássicos ρQ na entrada e na saída do volume de controle, e lembrando que $V_l = (1 - \beta)V$ e que $V_c = \beta V$, a equação anterior fica:

$$\rho Q_i - \rho Q_{i+1} = (1 - \beta)V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} - \rho \frac{dV_c}{dt}. \quad (\text{A1.3})$$

Considerando o líquido como um fluido barotrópico, no qual segundo Lai (2010) $p = p(\rho)$, o módulo de elasticidade ou de bulk $E = p / (\Delta V / V)$ do líquido pode ser obtido pela relação $E = p / (d\rho / \rho)$. Derivando esta expressão em relação ao tempo,

obtém-se a seguinte relação entre a variação da pressão com a variação da massa específica do líquido:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{E_t} \frac{dp}{dt} . \quad (\text{A1.4})$$

Para um tubo elástico de espessura e e seção transversal $A = \pi R^2$, submetido a uma pressão interna p , a tensão circunferencial na parede do tubo pode ser obtida pelo equilíbrio radial de forças, tal que $\sigma = pD/2e$, e também pela deformação radial específica ε , com base na lei de Hook, tal que $\sigma = E\varepsilon = E\partial R/R$. Derivando estas três expressões em relação ao tempo, têm-se as seguintes três relações, *i*, *ii* e *iii*:

$$(i) \quad \frac{d\sigma}{dt} = \frac{E}{R} \frac{dR}{dt}; \quad (ii) \quad \frac{dA}{dt} = 2\pi R \frac{dR}{dt} \quad (iii) \quad \frac{d\sigma}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt} . \quad (\text{A1.5})$$

Substituindo as relações (ii) e (iii) em (i), obtém-se a seguinte relação entre a variação temporal da pressão com a variação da área da seção transversal do tubo:

$$\frac{D}{eE_t} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} . \quad (\text{A1.6})$$

Substituindo as equações (A1.4) e (A1.6) na equação (A1.3), considerando a pressão pelo seu valor na porção média do elemento e fazendo $V = A dx$, resulta:

$$Q_i - Q_{i+1} = (1 - \beta) \frac{A}{E_t} \frac{dp}{dt} dx + \frac{AD}{eE_t} \frac{dp_{i+1/2}}{dt} dx - \frac{dV_c}{dt} . \quad (\text{A1.7})$$

Rearranjando, obtém-se:

$$Q_i - Q_{i+1} = \left(\frac{\rho}{E_t} + \frac{\rho D}{eE_t} - \beta \frac{\rho}{E_t} \right) \frac{A dx}{\rho} \frac{dp_{i+1/2}}{dt} - \frac{dV_c}{dt} . \quad (\text{A1.8})$$

Desprezando a contribuição do termo relativo à elasticidade do tubo ($\rho D/eE_t$) na velocidade da onda, obtém-se a expressão da equação (A1.9), onde $c = \sqrt{E_t/\rho}$ é a velocidade da onda na fase líquida pura:

$$Q_i - Q_{i+1} = (1 - \beta) \frac{A dx}{\rho c^2} \frac{dp_{i+1/2}}{dt} - \frac{dV_c}{dt} . \quad (\text{A1.9})$$

Substituindo p pela variável de estado $h = p/(\rho g)$, aplicando a definição de compliância $C = gA dx/c^2$ ao elemento e fazendo $S_Q = dV_c/dt$, obtém-se a equação que correlaciona a fonte de massa S_Q com as variáveis de estado consideradas:

$$Q_i - Q_{i+1} = (1 - \beta) C \frac{dh_{i+1/2}}{dt} - S_Q . \quad (\text{A1.10})$$

APÊNDICE 2 – PREDICTION OF PRESSURE PULSATION IN FRANCIS TURBINES USING RANS SOLUTION: AN APPLIED STUDY OF EFFECTS OF THE TURBULENCE MODELS, MESH, DOMAIN EXTENSION AND MULTIPHASE FLOW

Artigo aprovado para publicação no American Journal of Hydropower, Water and Environment Systems, v.6, mai. 2018.

João M. Marra¹, Liliana M. Gramani², Luiz F. Zubeldia³, Eloy Kaviski⁴

1. Department of Maintenance Engineering, Itaipu Binacional, Iguassu Falls, 85856-970, Brazil
marra@itaipu.gov.br; Tel: (+55 45)3520-2690; Fax: (+55 45)3520-3835

2. Department of Mathematics, Federal University of Parana - UFPR, Curitiba, 81531-990, Brazil
gramani@ufpr.br

3. Center for Advanced Studies in Dam Safety – FPTI, Iguassu Falls, 85.867-900, Brazil
luiz.zubeldia@pti.org.br

4. Department of Hydraulic, Federal University of Parana – UFPR, Curitiba, 81531-990, Brazil
eloy.dhs@ufpr.br

Abstract. *The present work shows a comparison between turbulence models, computational meshes, and domains extension, as regards its ability to numerically modeling the flow in a Francis turbine operating in part load and full load conditions. The main objective of this study is to evaluate the influence of these parameters at prediction of the amplitude and frequency of pressure pulsations in 3D flow in the turbine hydraulic system in any operative condition, when using RANS solution for single-phase incompressible model for the ruler equations of the flow or two-phase compressible model to consider the effects of the occurrence of cavitation on the flow. In this study were used the SST, k- ϵ and k- ω turbulence models with three different mesh densities and two extensions of the domain. The configuration of mesh and turbulence model whose results best adhered to available data was used to simulate two-phase flow and entire domain. The study was applied to the ITAIPU turbines and results obtained in each simulation were compared with data available for the operating conditions considered.*

Keywords: Francis turbine, Turbulence models, CFD, numerical simulation

1. INTRODUCTION

As further a hydraulic turbine operates out of its designing conditions, worst is the flow at the turbine and greater is the possibility of hydraulic instability phenomena, mainly in turbines with fixed blades runners, as Francis.

Such changes in its operating condition cause pressure fluctuations with damage potential to the physical integrity of the turbine, generating unit and even civil facilities from the powerhouse to the dam.

One cause of this damage is due to the development of vortices at the runner outlet which induces pressure fluctuations which propagate throughout the hydraulic circuit [1], which may cause dynamic interactions which cause hydraulic instabilities and resonance in the turbine's hydraulic circuit.

To better understand the complex flow in a Francis turbine and evaluate disturbances which occur throughout the hydraulic circuit due to pressure fluctuations can be used the Computational Fluid Dynamics (CFD). For this, knowledge of inherent peculiarities to the application of this technique is extremely important for obtaining satisfactory results. In this work were conducted studies with variation of system's range (domain), spatial discretization (mesh) and turbulence models (SST, k- ϵ e k- ω) in solving the governing equations of three-dimensional turbulent flow, aiming to evaluate the adopted numerical solution ability of reproducing the hydraulic system behavior as pressure pulsation and associated frequencies to draft tube vortex cores.

Nevertheless, as states [2], 'many dynamics problems occurring in hydraulic machines can only be properly understood if their interaction with the fluid column in the waterways of the plant is taken into account,' which is related to the properties of inertia, compressibility, and dissipation of the system.

Three-dimensional geometric modeling of the entire hydraulic system and numerical simulations were performed using applications of CAD and CFD available at Center for Advanced Studies on Safety of Dams – CEASB considering as an object of study the turbines of Itaipu Hydroelectric Powerplant, which one has a rated power of 14,000 MW generated by 20 Francis turbines of 700 MW.

2. GOVERNING EQUATIONS AND NUMERICAL SOLUTION

Navier-Stokes equations have full capacity to describe the behavior of turbulent flows without needing of additional terms. However, as quoted in [3], its analytical solution for general cases is still open and, to meet the need of knowing the behavior of fluids in its countless applications, several numeric methods have been developed.

According to [4], one of the most successful methods is the Finite Volumes Method, which discretizes differential equations by a conservation balance of each property, e.g., the mass flow for each volume element.

However, turbulent flows of realistic high Reynolds numbers presents a wide range of spatial and temporal turbulence scales which generally involves spatial scales much smaller than the smallest finite volume of a mesh still viable to use. To allow that effects of turbulence be analyzed, a large amount of research in CFD has focused on developing of turbulence models conforming to [5].

Regarding the numerical solution of the Navier-Stokes equations, is common sense in the scientific world that its direct solution (DNS) is only computationally viable for more simplified systems. Given the inherent difficulty of a solution of these equations for real systems, as the flow in the hydraulic system of a turbine Francis, the most widely used alternative is using the Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations. However, due to the required modeling of original equation terms, such procedure represents a filter in the system dynamic response, as demonstrated by [6], limiting its application in assessing the dynamic flow behavior. RANS solution modality and other types of solutions of the Navier-Stokes equations will be briefly discussed in the next section, aiming only characterize them.

2.1 Turbulence models

The numerical methods that model the turbulence are grouped into the following three categories:

Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) is a method which solves the mean flow and models the effects that all turbulence scales have over the mean flow. ([5]).

Large Eddy Simulation (LES) is an intermediary methodology that solves the large turbulence scales, which carry most of the energy and models the smaller scales. ([7]).

Direct Numerical Simulation (DNS) is able to solve the mean flow and all speed fluctuations due to turbulence. This method is extremely costly in terms of computational resources, so it is not used by the industry to solve flows. ([8]).

Among these methods, in line with [9] the RANS modeling is preferentially adopted for engineering cases, as it significantly reduces the required computational effort. In this method, the variables in a turbulent flow, e.g., flow velocity, are decomposed in an average term and fluctuating term, as shown in Equation (1):

$$U_i = \bar{U}_i + u_i. \quad (1)$$

The substitution of the average values in the original transport equations for single-phase fluid results in Reynolds Averaged Equations given below in index notation, in which the bar indicates the average values, ρ the specific mass, p the pressure, τ_{ij} the stress tensor, S_M the sum of the body forces per unit of volume, x and t are respectively the spatial and temporal variables.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j) = 0. \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_i \bar{U}_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u_i u_j}) + S_M. \quad (3)$$

Equation (2) is the continuity equation and the Equation (3) is the conservation of momentum equation, in which appears an additional term, the Reynolds stresses, $\rho \overline{u_i u_j}$. This term represents correlations between the floating speeds and it is one more unknown in the system, according to [9]. To close the equations system it's necessary a model for the Reynolds tensor.

The eddy viscosity hypothesis, proposed by Boussinesq in 1877, establishes that the Reynolds tensor is proportional to the mean velocity gradient, mathematically analogous to the stress and strain tensor in a Newtonian fluid. Thus it is given by:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\rho k + \frac{\mu_t \partial u_k}{\partial x_k} \right). \quad (4)$$

Where μ_t is the eddy viscosity and k is the kinetic energy per unit of mass, like in [10].

When applying the hypothesis to Reynolds Averaged Equation for the momentum is obtained the following:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{U_i U_j}) = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (5)$$

Where μ_{ef} is the effective viscosity composed by molecular (μ) and eddy (μ_t) viscosity, such that:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t \quad (6)$$

Eddy viscosity models are distinguished by the manner in which they prescribe the eddy viscosity and eddy diffusivity. ([10]).

2.2 The k-ε model

The model k-ε is based on the eddy viscosity hypothesis, as reported in [10]. In this model, the following expression relates the eddy viscosity μ_t to the specific turbulent kinetic energy (k) and specific turbulence eddy dissipation rate (ε), where $C_\mu = 0,09$ is a constant, and ρ the specific mass:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (7)$$

The transport equations for the turbulent kinetic energy (Equation 8) and eddy dissipation rate (Equation 9) give the values of k and ε :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon, \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon), \quad (9)$$

where $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $\sigma_k = 1,0$ and $\sigma_\varepsilon = 1,3$ are constants. The term P_k is the production of turbulence due to viscous forces modeled by the following expression:

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(3 \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right). \quad (10)$$

2.3 The k-ω model

According to the same [10], the k-ω model offers as an advantage treatment for calculating low Reynolds numbers near to the wall. Its formulation does not involve nonlinear damping functions as in the k-ε model and is generally more accurate and robust.

In this model, it is assumed that the turbulent kinetic energy and the turbulent frequency are related to eddy viscosity by the follow expression:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}. \quad (11)$$

Two transport equations are solved, one for the turbulent kinetic energy (Equation 12) and another for the turbulent frequency (Equation 13):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho k \omega^2. \quad (13)$$

where the specific mass, ρ , and the mean velocity vector, U , are treated as known quantities and P_k is the turbulence production rate given by Equation (10).

The model constants are given by $\beta' = 0.09$, $\alpha = 5/9$, $\beta = 0.075$, $\sigma_k = 2$ e $\sigma_\omega = 2$. The Reynolds Stress, $-\rho \overline{u_i u_j}$, is an unknown given by Equation (4).

2.4 Model Shear Stress Transport (SST)

In the free flow region far from the wall, the results obtained with the k- ϵ model are few influenced by the boundary conditions, however, near to the wall performance is not satisfactory for boundary layers with adverse pressure gradients as in agreement with F. R. Menter (1992a) *apud* [8]. To solve this deficiency, a hybrid model was suggested applying a transformation of the k- ϵ model for the k- ω model in regions near the wall and the k- ϵ model in completely turbulent regions far from the wall as reported by Menter (1992a, b, 1994, 1997) *apud* [8].

A complete formulation of the SST model, given below, is extracted from [11]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i k) = \tilde{P}_k - \beta' \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, \quad (15)$$

where the blending function F_1 is defined by:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{kw} y^2} \right] \right\}^4 \right\}, \quad (16)$$

and where y is the distance to the closest wall and

$$CD_{kw} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right). \quad (17)$$

The value of F_1 is equal to zero when far from the wall, thus defining the use of k- ϵ model and becomes unitary when inside the boundary layer indicating the use of the k- ω model.

The eddy viscosity is defined by:

$$\mu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (18)$$

where S is the invariant measure of the deformation rate and F_2 is a second blending function defined by:

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\}. \quad (19)$$

A turbulent energy production limiter is used for SST model to prevent the buildup of turbulence in stagnant regions:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow \tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot \beta' \rho k \omega). \quad (20)$$

All constants are calculated from a combination of constants corresponding to the k- ϵ model ($F=0$) and the k- ω model ($F=1$) by the general expression:

$$\alpha = \alpha_1 F + \alpha_2 (1 - F), \quad (21)$$

Where α corresponds to one of the constants to be calculated. The constants for this model are:

$$\beta' = 0.09, \alpha_1 = 5/9, \quad \beta_1 = 3/40, \quad \sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5, \alpha_2 = 0.44, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \beta_2 = 0.0828, \\ \sigma_{\omega 2} = 0.0856.$$

2.5 Two-phase flow

The occurrence of cavitation in the turbine flow requires two-phase flow treatment for better represent the flow phenomena. Considering a homogeneous mixing model, in which both phases share the same pressure and velocity fields, it is sufficient to solve one equation for each the field, instead of solving it for each phase of field. However, apart the continuity equation and of the moment, it is necessary an additional transport equation coupled those, forming thus a set of nine governing flow equations in the considered control volume element for the case of three-dimensional flow, more the restriction that the pressure in all phases be equal to the average pressure of the mixture.

The additional transport equation can be obtained by conservation volume law which expresses the sum of partial fractions of the phases volumes should be equal to the unity. According to this law, a

compressible viscous fluid mixture formed of liquid and a β vapor volume fraction, the density ρ_m of the mixture is given by Equation (22), where subscripts c and l refer respectively to the cavitation and liquid phase, as quoted by [1]:

$$\rho_m = \beta \rho_c + (1 - \beta) \rho_l. \quad (22)$$

Replacing this conservation condition at the continuity equation the additional transport equation (25) can be obtained, forming a set of coupled equations to the mass and momentum conservation of the compressible two-phase mixture, where the subscripts m were omitted for variables ρ, \bar{U}, p at Reynolds Averaged Equations (23), (24) and (25), and the cavitation volume β is an additional variable of the system:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j) = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_i \bar{U}_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j) + S_M, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \bar{U}_j) = \frac{1}{\rho_c} S_{cl}. \quad (25)$$

The term S_{cl} is a source term relative to the mass flow rate of the vapor phase per unit volume, considering condensation and vaporization processes, which were modeled by Rayleigh-Plesset equation.

3. LOW FREQUENCY PHENOMENA IN SWIRLING FLOW

This section aims to present the origin of low-frequency phenomena that happens when a Francis turbine operates out of its optimum flow conditions. This section discusses also the limitation of the satisfactory representation of hydraulic system behavior at these operatives' conditions through RANS numerical solution of governing equations of three-dimensional flows using the turbulence models indicated in the previous section.

In its simplest form, the flow in a Francis turbine can be represented by a one-dimensional model. Euler equation for hydraulic machines relates the power absorbed by the turbine only with the fluid inlet and outlet conditions in its runner. According to Equation (22) in order to have an optimum efficiency, the fluid must enter in the turbine runner without shock with its blades, being tangential to them, and exiting axially ($U_{V2} = 0$), as happen when the turbine flow rate $Q = Q_{ot}$. However, as the Francis turbines have a fixed blades runner and rotate at a constant synchronous speed, whenever the flow in the turbine get away from their optimum conditions the speeds at inlet and outlet may no longer meet the ideal condition, which normally occurs to meet the required power generation adjustment to its demands, as charge dispatches usually practiced.

$$N = \dot{m}(U_{V1}V_1 - U_{V2}V_2). \quad (22)$$

Due to operation outside of optimum conditions, the speed at the outlet is no longer fully axial, giving rise to tangencies components which swirl the fluid, generating the well-known vortices cores at the draft tube. These components cause fluctuations in pressure and can produce significant oscillation in the electrical power, as mentioned by [2]. This author also mentions that vortices core depends on the distribution of the speed field at runner outlet, the geometry of draft tube and the dynamic response of the hydraulic circuit as a whole.

Such behavior can be seen in Figure 1 by the speed triangle at the outlet of the turbine blades for different flow rate, Q , in the turbine. In part load ($Q < Q_{ot}$) and overload ($Q > Q_{ot}$) the tangential component \bar{U}_{V2} is responsible for the rotational effect on the fluid. In ideal condition ($Q = Q_{ot}$) the flow exits axially and this effect does not occur.

When the boundary conditions allow the occurrence of the water vapor phase, the vortex core is configured as an underpressure in the core region of the fluid flow. Under these conditions, they become visually clear in a transparent draft tube, like the used in scale models of turbine testing laboratories, as illustrated in Figure 1. These vortices act as an exciter source that dynamically interacts with the hydraulic system through a forced oscillation process or a hydraulic instability mechanism. At part load condition the vortex moves like a spiral with precessional movement and acts like a forced vibration with a characteristic

frequency. If this frequency coincides with a natural frequency of the system there is a hydraulic resonance situation. At full load condition, the vortex can pulse radially at eigenvalue frequency of the system, configuring a self-excited phenomenon that produces oscillation even without a forcing source, as explained by [2]. Due to the influence of the compliance of the vortex in this phenomenon is essential to adopt a model that considers the occurrence of cavitation in the flow.

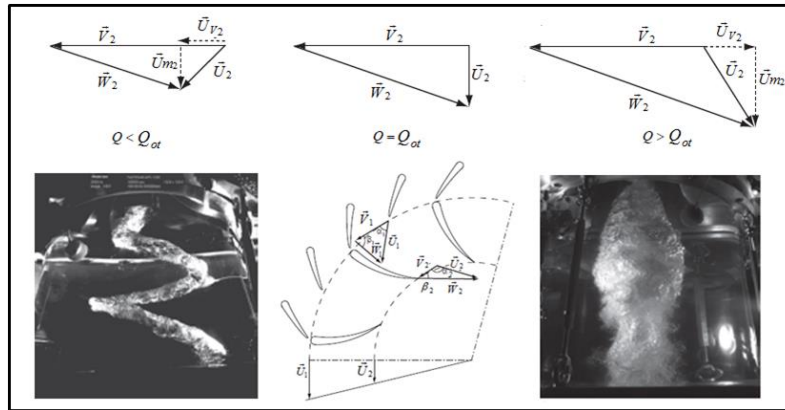


Figure 1. Vortex core (Adapted from [1])

Although the intensity of the rotational component U_{v2} in the fluid has singular importance in pressure fluctuation, other factors such as cavitation, depending on its intensity, also influence this process. The explanation for the effect of cavitation in the pressure pulsation in the draft tube is due to the dynamic gain provided by the resonance with the draft tube fluid system natural frequency, as indicated in [12].

To finalize this section, it is observed that single-phase solution of the governing equations (2) and (3) does not allow the appearance of the cavitation, excluding the evaluation of its influence on the hydraulic system behavior. Other limiting factors in the proposed mathematical model are not considering the effects of elasticity and viscoelasticity throughout the whole hydraulic boundary surface and mitigation system of pressure fluctuations by atmospheric aeration or compressed air injection in the turbine.

4. GEOMETRICAL MODELING OF THE HYDRAULIC SYSTEM

The hydraulic system considered as object of study was the existing at Francis turbines of Itaipu Hydroelectric Power Plant, equipped with 20 vertical generating units with the following nominal values for its turbines:

- Shaft power: 715 MW
- Net head: 112.9 mca
- Rotation: 91.6 RPM

The hydraulic system of Itaipu turbine is illustrated in the following figure:

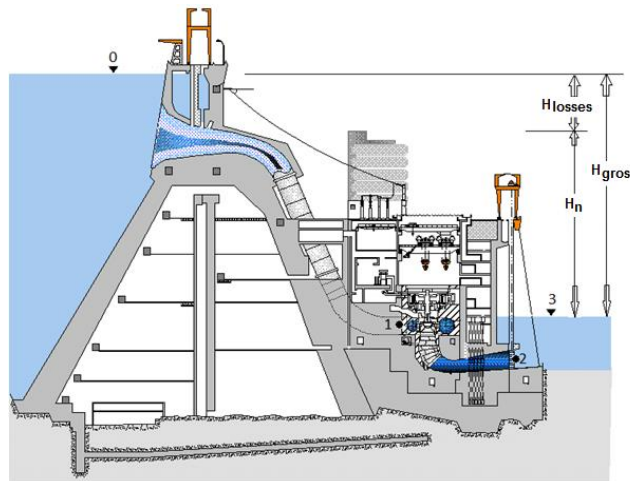


Figure 2. Hydraulic system of Itaipu turbines - Vertical section- [13]

The geometrical models used for developing this study were developed based on design's bidimensional technical drawings of the turbine and of the hydraulic system and on some measurements made on site. The models of the set Spiral Case, Pre-distributor, Distributor, Runner and Draft Tube were available at CEASB. The first two geometrical models ones were developed by [14] and the last one by [15]. Besides these components were also molded geometries of part of the Reservoir, Water Intake, and Penstock.

4.1 Modeling of stationary domains

4.1.1 Set Spiral Case, Pre-distributor and Distributor

The geometrical models of the set Spiral Case, Pre-distributor, and Distributor, for the operating conditions contemplated in this work were developed by [14]. The opening of the distributor is different for each condition and its value is given by the smallest distance between two blades of the Distributor.

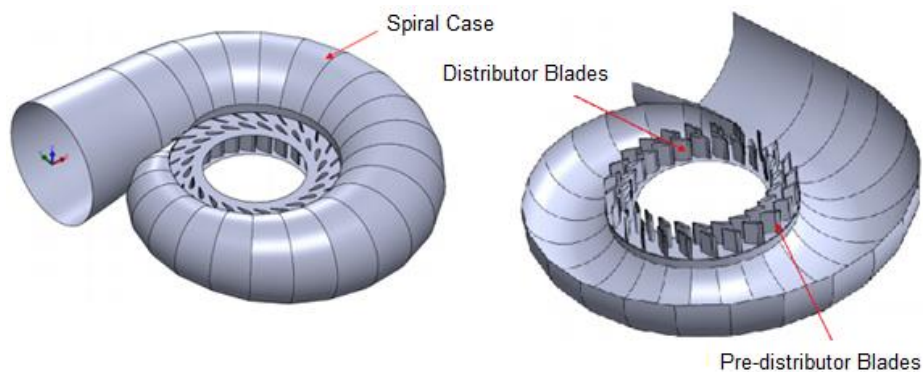


Figure 3. Geometric model of the set Spiral Case, Pre-distributor and Distributor- [14]

4.1.2 Draft Tube

The three-dimensional model of the Draft Tube used in this study was developed by [15]. In order to avoid recirculating problems in the outlet region of the draft tube, was introduced an extension to ward off the exit boundary condition, thus making the numerical solution process more stable.

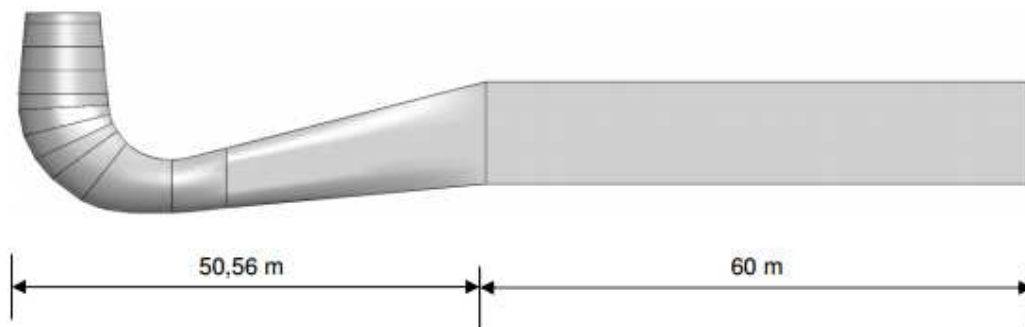


Figure 4. Geometric model of Draft Tube -[15]

4.1.3 Reservoir, Water Intake and Penstock

In order to allow evaluation of the influence that presence of components upstream of the spiral case has on simulation results, the geometric modeling of the components was made, as illustrated in Figure 5.

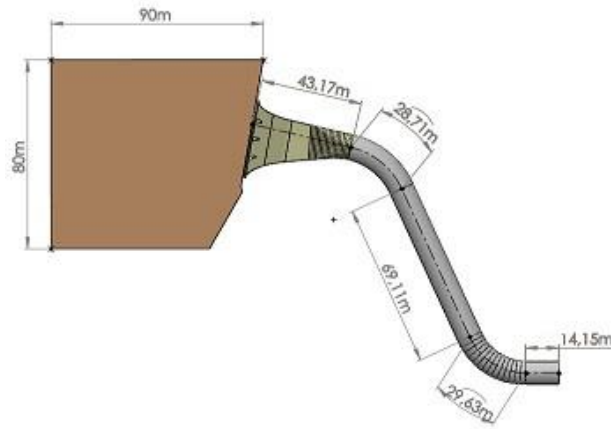
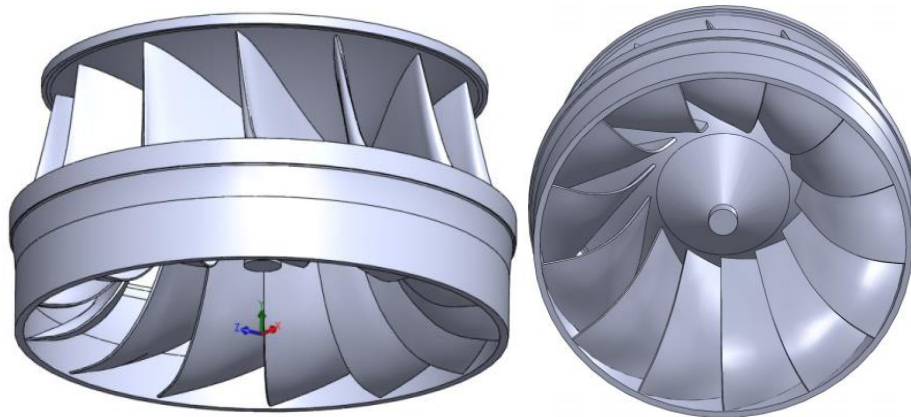


Figure 5. Geometric model of reservoir, water intake and penstock (Adapted from [13])

4.1.4 Modeling of the rotating domain: the Turbine Runner

The geometric model of the Turbine Runner was developed by [14]. Due to the lack of blade's profile's drawings, was necessary a field survey in order to get points on the blade. The nominal value of the runner outlet diameter is 8.1 m.



F

Figure 6. Geometric model of the Turbine Runner -[14]

5. BOUNDARY CONDITIONS AND MEASUREMENTS

Aiming more robust results, the boundary conditions chosen were the mass flow at the inlet and the static pressure at the outlet of the domain. For the domain without the penstock, the inlet boundary condition corresponds to the flow (or speed) at spiral case inlet and the outlet condition corresponds to the static pressure at draft tube outlet. For these conditions, the total pressure is an implicit result of the solution.

In order to have an appreciation of the numerical solution of measurements that was developed for two turbine operating points tested in scale model and prototype, being one for operation with discharge below design point and another with discharge above design point, of which there are images of the vortex core at draft tube of scale model, as in [16]. In unitary values, the simulated operating points are:

- Part load: $n_{11} = 65.9 \text{ RPM}$; $Q_{11} = 0.580 \text{ m}^3/\text{s}$
- Overload: $n_{11} = 68.9 \text{ RPM}$; $Q_{11} = 0.995 \text{ m}^3/\text{s}$

The location of these points on the unitary hill chart of a scale model of the turbine and the image of the respective vortex core are shown in Figure 7.

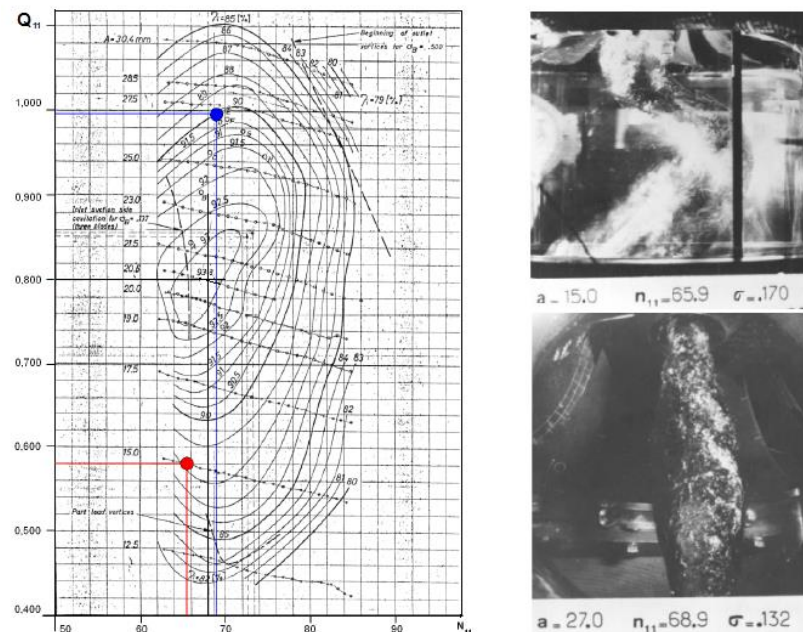


Figure 7. Simulated point and respective vortex cores -[16]

Based on the scale model data [16] and measurements made on hydraulic stability tests of turbines of the units U04 [17] and U11 [18] the values considered to evaluate the adherence of numerical simulations are presented in Table 1.

Table 1. Operating parameters and measurements in prototype

Parameters	Partload	Fullload
Distributor's opening [%]	49.3	88.8
Net Head [mca]	126.8	116.0
Flow Rate [m ³ /s]	434.2	712,4
Efficiency [%]	90.7	92.7
Power [MW]	488.8	748,6
Pressure oscillation at draft tube [kPa _{p/p}] – Model Transposition	65	19
Pressure oscillation at spiral case [kPa _{p/p}] – Model Transposition	22	16
Main frequency of the pressure oscillation [Hz]– Model Transposition	0.38	1.60
Pressure oscillation at draft tube [kPa _{p/p}] – Prototype	56 (U04)	43 (U11)
Pressure oscillation at spiral case [kPa _{p/p}] – Prototype	35(U04)	47 (U11)
Main frequency of the pressure oscillation [Hz] - Prototype	0.42/(U04)	1.10 (U11)

6. NUMERICAL ANALYSIS

6.1 Computational mesh

In order to evaluate the influence, the spatial discretization has on the results were tested three meshes with a different number of elements for each one of the two evaluated operating conditions. Table 2 shows the total number of elements of the respective meshes utilized for each simulated condition and also shows the number of elements of the meshes per component of the turbine's domain.

Table 2. Number of elements of the mesh for each simulated condition

Component	PartLoad			Fullload		
	Mesh1	Mesh2	Mesh3	Mesh1	Mesh2	Mesh3
Spiral Case	1593308	3123673	5356802	1547968	3174044	5226729
Runner	1904397	2593739	3298709	1991912	2510822	3338452
Draft Tube	867022	1652722	4399713	867030	1652722	4398676
Total	4364727	7370134	13055224	4406910	7337588	12963857

A viewing surface of the Mesh 3 is shown in Figure 8, on what the virtual prolongation of the draft tube shown in Figure 4 is partially represented.

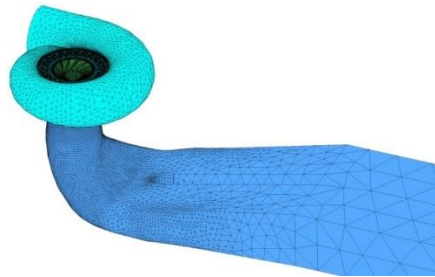


Figure 8. Computational mesh M3

6.2 Temporal discretization, computational resources and simulation times

In order to enhance the convergence of simulations, it was decided to divide them into two stages. The first stage of simulation has the function of providing a good initial condition for the following stage. For this stage was utilized varied time steps, as shown in Table 3, and the first order advection scheme (upwind), which convergence is easier.

Table 3. Time steps used in simulations

Operation Condition	Time Steps [s]	
	Initial stage	Final stage
Part load	20 x 0.01; 20 x 0.1; 20 x 0.01; 40 x 0,00181	1440 x 0.00181
Full load	30 x 0.01; 30 x 0.1; 30 x 0.01; 30 x 0,00181	1080 x 0.00181

For the second simulation, stage was utilized the second-order advection scheme and constant time step equivalent to the period that runner takes to rotate one degree. The simulated time for Part Load condition is equivalent to approximately 7,8 runner revolutions and the time for the Full load is equivalent to 8,6 revolutions.

The convergence criterion adopted for all simulations was 1×10^{-5} to the RMS value of residues.

The computational resources used were a computer with Intel® Xeon® E5-1650 CPU of 3.2GHz processor of which was utilized ten cores, 16GB of RAM and 64-bit operating system. The simulation times are shown in Table 4:

Table 4. Simulation time [h]

Turbulence Model	PartLoad			Fullload		
	Mesh1	Mesh2	Mesh3	Mesh1	Mesh2	Mesh3
SST	18.9	29.2	48.3	11.0	14.3	29
k-ε	17.7	27.8	47.6	9.8	11.7	28.4
k-ω	17.4	27.0	43.1	8.7	13.7	25.9

7. RESULTS

Flow in a Francis turbine operating at Part Load or in Full load produces its characteristics vortex hydraulic phenomena in the flow in the draft tube at the turbine runner outlet, as previously mentioned. All these phenomena produce pressure pulsation with a determined amplitude and frequency, being the amplitude strongly dependent on dynamic interaction with the entire hydraulic system involved in the flow. Monitor points in the numerical simulation were inserted at spiral case inlet and at draft tube inlet for acquiring these values at each simulated time step.

The results related to incompressible single-phase simulations are presented at items 7.1 to 7.3. The results related to compressible two-phase simulations are presented at item 7.4.

7.1 Core vortices prediction

The main flow characteristic in part load and full load is vortices formation at the draft tube with a characteristic geometry for each condition, with volume and length dependents of the turbine suction head, that is, of Thoma coefficient, σ .

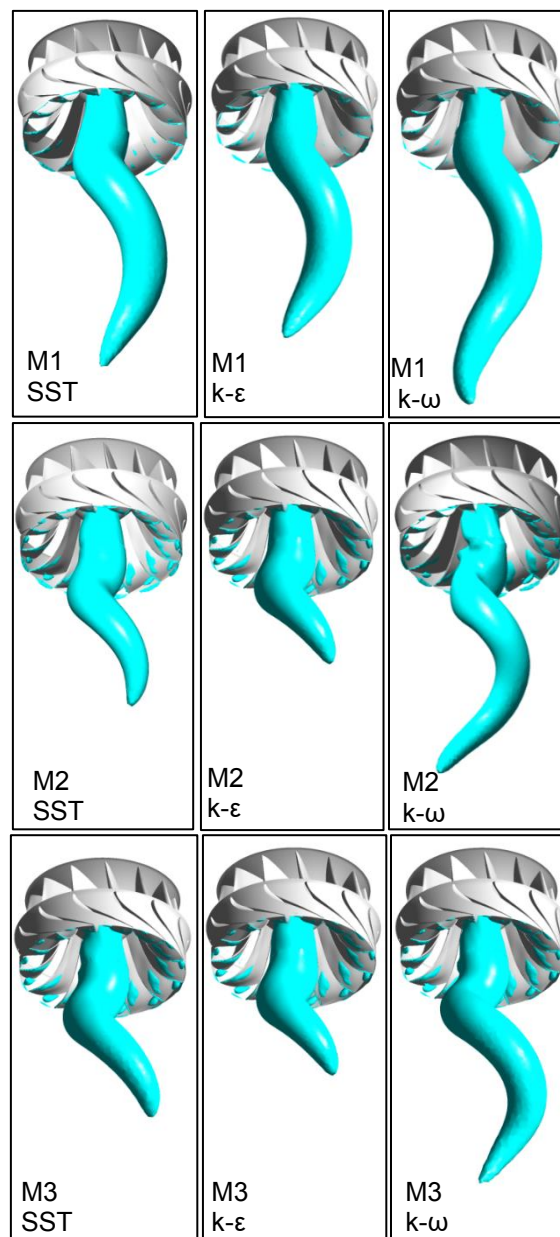


Figure 9. Part Load vortex for each simulated configuration ($P = 300$ kPa)

At the part load condition, all considered turbulence models and meshes were able of reproducing the vortex characteristic shape, but without reaching the expected water vapor pressure for the considered suction head corresponding to $\sigma=0.17$. However, the isopressure surfaces indicated in Figure 9, corresponding to the pressure of the suction head considered (300kPa) for this condition, shows a vortex core at turbine output with similar characteristics to the one observed on scale model test, as available in [16]. Below this value, lower is the pressure, the isopressure surfaces obtained at this simulation becomes ever more deformed and divergent of the results of the scale model test.

For full load condition, the considered turbulence models and meshes were successful in reproducing the characteristic geometry of the vortex of this operative condition and also in reaching the vapor pressure expected for the considered suction head corresponding to $\sigma=0.132$, but with very small volume for coarser mesh M1. The effects of turbulence models and mesh refinement can be compared by images shown Figure 10 for isopressure surfaces of 130kPa, wherein the configuration with SST model and mesh M3 presented aspects more adherent to the data available in [16] to this operative condition.

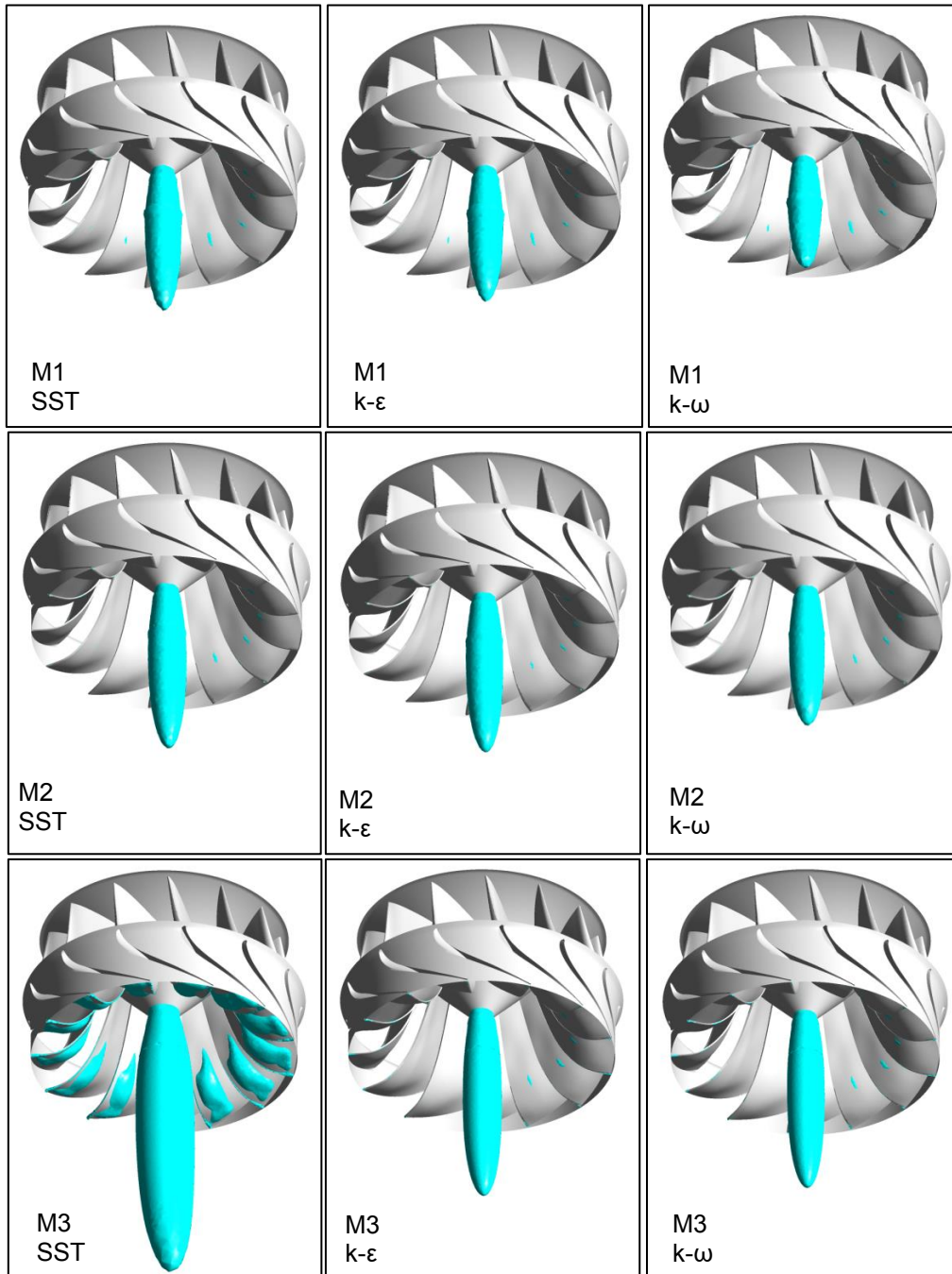


Figure 10. Full load vortices for each simulated configuration ($P = 130$ kPa)

The vortex volume variation with the reference pressure for isopressure surfaces of 130kPa and vapor pressure (3.2kPa) can be seen in Figure 11 for configuration of mesh and turbulence model M3-SST, where the blue core refers to vapor pressure.

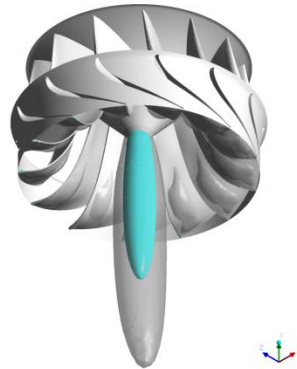


Figure 11. Full load vortices – Volume comparison ($P = 130 \text{ kPa}$ e $P=3.2 \text{ kPa}$)

7.2 Pressure pulsation

The frequency and amplitude of pressure fluctuation due to vortex core presence in numerical simulations were obtained by applying Fast Fourier Transform to temporal values obtained with virtual monitor probe at the spiral case and draft tube.

For part load condition, the virtual monitor probe of pressure at draft tube recorded the frequency of 0.33Hz for all simulated configurations of turbulence models and meshes considered, against 0.38 Hz for the transposition from scale model and 0.42 Hz for the prototype measurement. As pressure fluctuations caused by vortex propagate to upstream and downstream, disregarding dynamic gains or nonlinearities, as expected, pressure fluctuation at monitor points of spiral casing should register the same frequency of draft tube, but with smaller amplitude. This happened for all configurations except for the frequency at the configurations M2 k- ϵ e M2 k- ω , whose obtained value was 0.16 Hz, as indicated in Table 5.

Depending on configuration, the value peak to peak of the pressure pulsation amplitude varied from 34 kPa to 44 kPa in draft tube and 12,9kPa to 17,5kPa on spiral casing. Considering the average value of the pulsations found in the simulations, there was a deviation for less of about 36% relative to the reduced model and for the prototype 30% at draft tube and 58% at the spiral casing. Additional simulation of the part load with mesh M3-SST for longer simulation of 10,73s resulted at 50,6 kPa p/p in the draft tube and 24,7kPa p/p in the spiral casing, reducing the respective deviations for about -22% and 12% compared to values from scale model and 10% and 29% for the measurements at prototype. The simulation with two-phase model could also contribute to reducing these deviations since the cavitation effect on the response of the suction tube to the excitation of the vortex would be better represented, but this simulation was not performed.

Table 5. Power, pressure pulsation and frequency for part load condition

Parameter	M1 SST	M1 k- ϵ	M1 k- ω	M2 SST	M2 k- ϵ	M2 k- ω	M3 SST	M3 k- ϵ	M3 k- ω
N [MW]	485.7	480.8	484.8	490.4	483.2	491.4	487.3	480.1	487.5
ΔH [kPa _{p/p}] (Draft Tube)	40.0	43.9	42.4	35.8	34.7	35.2	36.5	41.7	41.5
f [Hz] (Draft Tube)	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
ΔH [kPa _{p/p}] (Spiral Case)	13.8	14.7	14.7	12.3	12.9	13.5	15.6	16.9	17.5
f [Hz] (Spiral Case)	0.33	0.33	0.33	0.33	0.16	0.16	0.33	0.33	0.33

Another parameter that also indicated adherence of the simulation results on part load to those provided by the scale model are the value of the generated power, whose expected value for part load conditions is 488.8MW at the simulated point. Regarding the ability to represent this parameter, k- ϵ model

had the worst result at all meshes and SST model the best. However, SST and $k-\omega$ results present adherent results for the more refined mesh M3.

For full load condition, none of the configurations of simulation was able to reproduce the vortex dynamics, resulting in an almost static pressure field, therefore, without pressure pulsation, in disagreement to what is observed in the prototype at the operating point considered. Additionally, also it was performed a single-phase simulation with the complete domain at full load. The mesh used was M3 and the turbulence model was SST. This configuration also resulted in a static field of pressure.

The obtaining of null pressure fluctuation in full load may be related to the fact that on ITAIPU turbines such fluctuation is due to a hydraulic instability phenomenon. At this situation, the single-phase model used for governing equations does not allow the existence of water vapor at the central vortex core, as well as does not consider the elastic and viscoelastic effects of the fluid and the entire hydraulic contour, respectively considered as incompressible and ideally rigid.

Notwithstanding, the values obtained for the turbine power were reasonable, presenting a deviation from 2.6% to 3.5% compared to the value of 748,6MW predicted by the scale model transposed to prototype. The better results for this parameter was found with mesh M1, while the M2 and M3 meshes presented worst results for all turbulence models, except for configuration M2/ $k-\epsilon$. Table 6 shows the values of power obtained and respective deviation for the full load simulations.

Table 6. Power and deviation for full load condition at the simulated configurations

Parameter	M1 SST	M1 $k-\epsilon$	M1 $k-\omega$	M2 SST	M2 $k-\epsilon$	M2 $k-\omega$	M3 SST	M3 $k-\epsilon$	M3 $k-\omega$
N [MW]	768.5	769.4	767.4	777.9	768.2	775.5	775.9	775.4	773.9
Deviation [%]	2.7	2.8	2.5	3.9	2.6	3.6	3.7	3.6	3.4

7.3 Pressure and velocity fields

Figure 12 displays the streamlines for part load and full load condition. In part load, streamlines allow to distinguish the swirling effect of flow at the same direction of runner's rotation and the flow disequilibrium in the right and left draft tube channels due to tangential component of absolute speed U_{V2} at the same direction of rotation. In full load, is observed a symmetrical concentration of flow at the periphery of the draft tube conical section and elbow, but without disequilibrium of flow in channels.

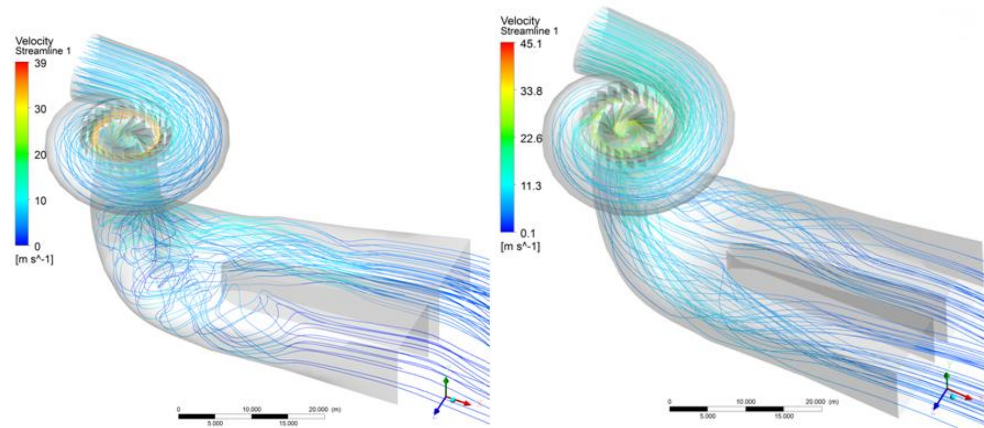


Figure 12. Streamlines for M3 SST - Part load (left) and full load (right)

Figure 13 shows vertical sections of pressure and velocity fields in turbine domain at part load condition. The image corresponding to the pressure field allows visualization of different areas along the pressure transition from spiral case to draft tube, as well as the region corresponding to the spiraled vortex of the part load. The image corresponding to velocity field allows observing the velocity transition between the spiral case and the draft tube, denoting the lack of symmetry of velocity field at draft tube due to the presence of the spiraled vortex.

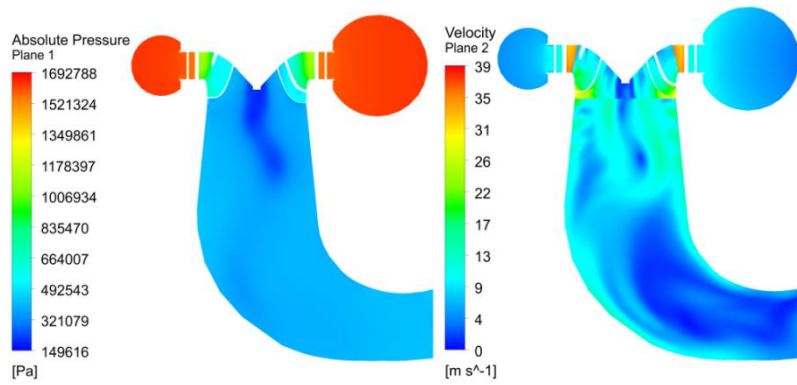


Figure 13. Pressure (left) and velocity (right) fields for M1 SST – Part load

Figure 14 shows vertical sections of the pressure and velocity fields in turbine domain at full load condition. The image corresponding to the pressure field allows visualization of different areas along the pressure transition from spiral case to draft tube, as well as the region corresponding to the oblong shaped vortex core for the full load. The image corresponding to velocity field allows observing the velocity transition between the spiral case and the draft tube, denoting the almost-symmetry of velocity field at the conical initial stretch of draft tube due to the presence of symmetrical vortex core.

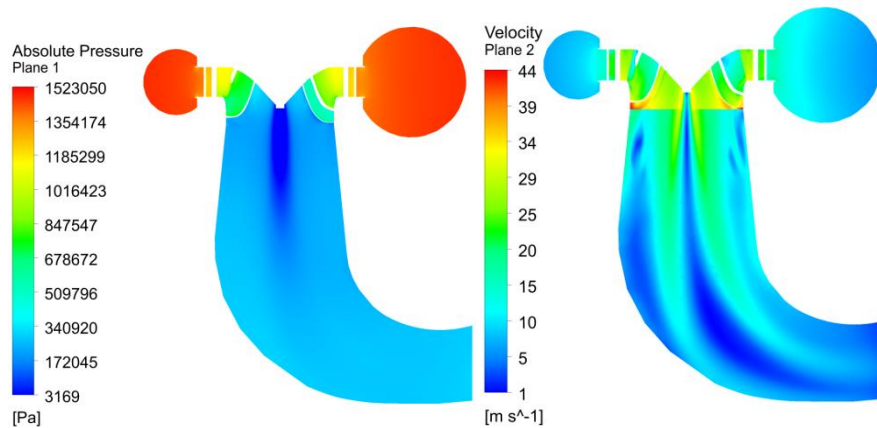


Figure 14. Pressure (left) and velocity (right) for M3 SST – Full load

Considering the topographical difference between the level of downstream and the center of the spiral case inlet section and disregarding the head loss in this stretch, the expected pressure in the spiral case is 1325 kPa. Therefore, is observed a deviation of approximately +368 kPa on the expected pressure value for part load condition and of approximately +198 kPa for full load condition. This difference is probably due to an insufficient spatial discretization, which is directly influencing the integration process of viscous friction in solving governing equations.

7.4 Two-phase simulations

The implementation of the two-phase simulations were mainly motivated by the fact that RANS incompressible single-phase simulations had not captured the vortex dynamics in full load condition, as seen at the prototype turbine used as an object of study at this work and whose origin is attributed to a known process of hydraulic instability due to the self-excited phenomenon mentioned in section 3. So, to evaluate the contribution of the hydraulic system and cavitation in the behavior of the pressure pulsations, compressible two-phase simulations were performed at two domains: **Partial** - from the inlet of the spiral case up to the outlet of the draft tube; **Total** - from the surface of upstream reservoir up to the outlet of the draft tube. A display of the surface mesh the entire domain and its elements numbers are shown in Figure 15.

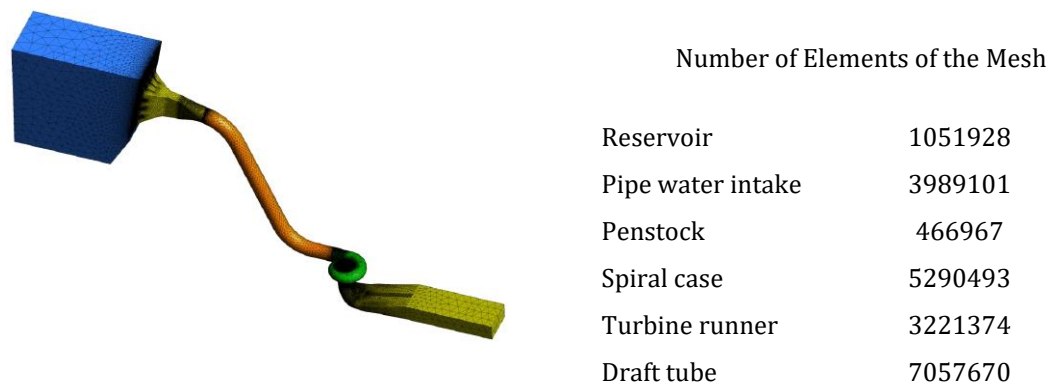


Figure 15. Entire hydraulic system – Total Domain

Considering the very long time for processing the two-phase simulations using the computational resources used in the single-phase simulations, the two-phase simulations were performed at a cluster of 8 servers with Intel® Xeon® E5-2697 CPU of 2.7 GHz processor and 64 logics cores, 20GB of RAM/Server and 64-bit operating system Linux.

According to recommendations of [10], two-phase simulations were performed at two stages for both domains considered. At the first stage, the cavitation model is set unable and this converged preliminary solution will provide the initial condition for the second stage of the simulation, to be performed with the cavitation model activated. Due to the greater complexity of the equations to be solved for this case, was adopted a milder convergence criterion of 1×10^{-4} . However, the RMS value of the residues was lower than 1×10^{-5} at the second stage of the solution. The mesh used was M3 presented at Table 2 and turbulence model was SST. All others configurations mentioned for single-phase were kept at the two-phase simulations. The total simulated time was 10.2s, corresponding to 15.5 revolutions of the turbine. The variation of time steps and time of simulation are shown in Table 7.

Table 7. Time steps and time simulation in full load two-phase simulations

Domain	Time Steps [s]		Time Simulation
	Initialstage	Final stage	Total
Parcial	30 x 0.01; 30 x 0.1; 30 x 0.01; 30 x 0,00181	3600 x 0.00181	119
Total	30 x 0.01; 30 x 0.1; 30 x 0.01; 30 x 0,00181	3600 x 0.00181	204

The values peak-to-peak of the pressure pulsation and respective frequency obtained at two-phase simulations for both domains considered are shown in Table 8. In contrast with single-phase simulation, the virtual monitoring probes at Spiral Case and Draft Tube registered pressure pulsations at two-phase simulations. The values were calculated by Fast Fourier Transform of the time variation of the pressure at Spiral Casing and Draft Tube from 4 to 10.2 seconds of time simulation, which corresponds to an already range stabilized of the final stage of the simulation. The reference values of the model and prototype were taken from existing time pressure records, considering the maximum value peak-to-peak.

The pressure pulsation in the prototype was not adherent to the results obtained from the scale model, as shown in Table 8. Possibly this is due to an interaction with the hydraulic system in the prototype turbine, leading to a lack of dynamic similarity with the test rig and possible effect of hydraulic instability at considered Full Load operation point. For this reason, the turbines of ITAIPU were preventively provided with an axial atmospheric aeration system to smooth full load operation of its turbines, as explained at [19].

Table 8. Pressure pulsation and frequency for two-phase full load simulations

Parameter	Model	Prototype Measurements	Domain Simulated	
	Test Rig		Partial	Total
ΔH [kPa _{p/p}] (Draft Tube)	19	43	50.0	58.0
ΔH [kPa _{p/p}] (Spiral Case)	16	47	79.0	62.0
f [Hz]	1.6	1.10	0.32	1.14

With respect to the results of pressure pulsation obtained at the simulations, the maximum peak-to-peak values greatly exceeded the reference value of the prototype, as illustrated by the graphs of Figure 16 for the case of Total Domain. However, considering the value peak-to-peak of the FFT at the interval of 4.0 s 10.2 s they presented less deviation in the amplitude with relation to the measurements on the prototype, as shown in Table 8. Nevertheless, Partial Domain simulation not adequately represented the frequency of pressure pulsations on the prototype, since the value obtained was 0.32 Hz and measured value in the prototype was 1.10 Hz. Meantime, it should be noted some positive aspects related to results of two-phase simulations, mainly considering that prototype measurements present characteristics that it operates near a hydraulic instability point well controlled by an atmospheric aeration system of the turbine, not included in the numerical simulations of the flow. At prototype, a similar damped pressure pulsation to Figure 16 appears every 12s at the operating point in reference.

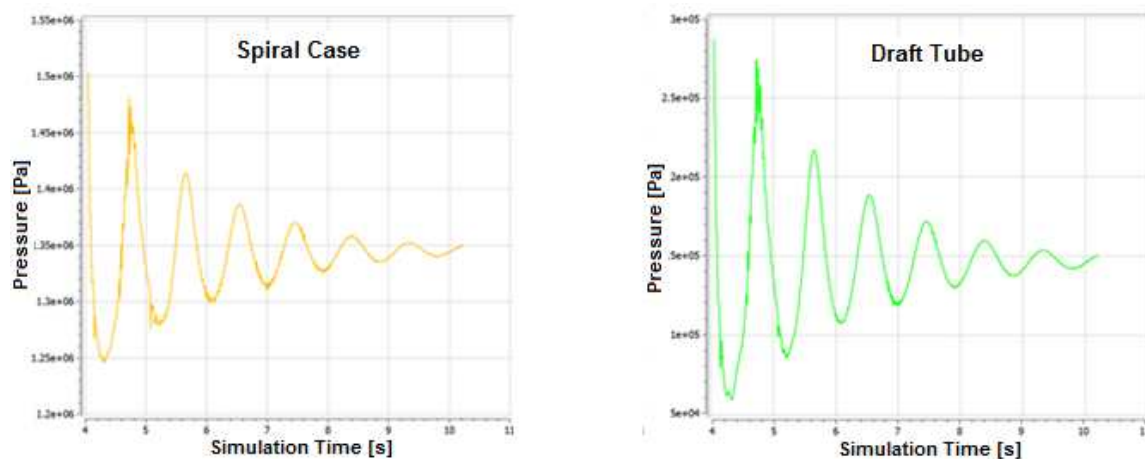


Figure 16. Damping of the pressure pulsation at two-phase full load simulations – Total Domain

Pressure pulsations in the simulation with the entire domain in full load showed an average deviation of approximately 33,4% higher than the amplitude of reference in the prototype. Even so, in the author's opinion, a deviation of this magnitude could be considered an acceptable prediction to the pressure pulsations in hydraulic turbines in its design phase. In this simulation, the frequency of the pulsations was also well represented, as well as the occurrence of damping pulsations observed in the prototype. Another positive factor for the CFD simulations was the detection of the gain in the amplitude of pressure pulsations in the spiral casing relative to the draft tube be of the same order as in the prototype and synchronously. This discrete gain is a symptom the prototype turbine operates with some interaction with the hydraulic system. However, at scale model test this phenomenon was not observed, signaling the test rig did not operate with hydraulic instability. Possibly due to that the deviation of the results regarding the scale model test was very large, up 200%, *evidencing the high risk* of validating the prototype turbine pressure pulsation prediction at design stage based only on a model test.

The fact that the amplitude of recorded pressure pulsation in the spiral case have been higher and in sync with the pulsation in the draft tube indicates, as described by [20] and [1], the propagation of a permanent plane wave in the hydraulic circuit, confirming the need to take into account the cavitation modeling at simulations of self-excited oscillation phenomena, normally associated with the possibility of hydraulic instability.

The fact that the frequency of the pressure pulsations at simulations with Partial Domain presented no adherent results shows the dependence of this parameter with the hydroacoustic effects related to the compressibility of the cavitation vapor volume and to domain extension at acoustic wave propagation, better represented at Total Domain simulations.

The evolution of the volume and geometry of the vortex at the two-phase full load simulation is shown in Figure 17 in four pictures for each domain taken respectively in similar moments of the simulations. The vortices presented are images rendered of the elements where the volumetric fraction of the vapor is higher than 75%. The vortex core is quite axisymmetric as expected, but its shape is not oblong comparatively to observations at scale model test. The volume and length of the vortex core at the simulations with entire domain was lower than that with Partial Domain.

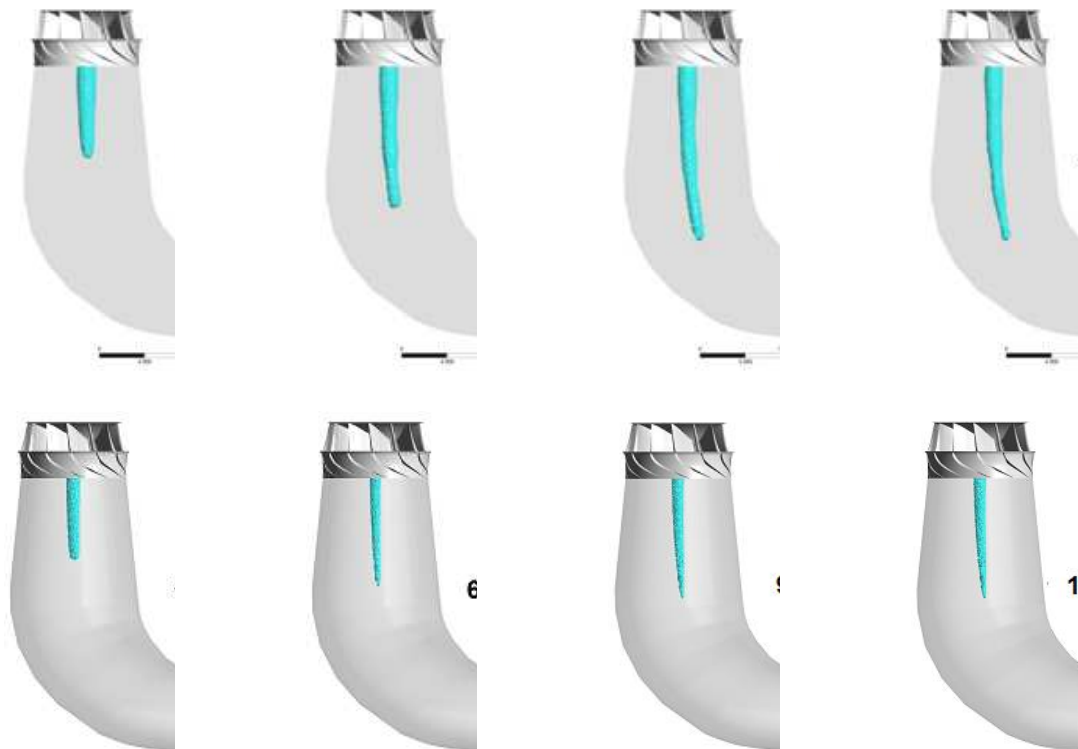


Figure 17. Full load vortices for two-phase simulation: a) Partial Domain (top); b) Total Domain (bottom)

8. FINAL CONSIDERATIONS

All the used configurations of turbulence models and mesh satisfactorily represented the shape and frequency of part load vortex at single-phase simulations. However, it not allows reaching the expected vapor pressure at vortex core to the simulated operative point. However, on a broad way, the configuration M3-SST showed the best results. The pressure pulsation amplitude showed a maximum deviation of 22% to less on scale model and 29% relative to prototype. Furthermore, the CFD simulation showed a consistent pressure pulsation attenuation from draft tube to spiral case consistent with results of the model and prototype. The simulation with the two-phase model at part load wasn't performed, but probably could contribute to reducing these deviations, since the cavitation effect on the response of the suction tube to the excitation of the vortex would be better represented.

All the used configurations of turbulence models and mesh satisfactorily represented the vortex shape at full load condition at single-phase simulations and allowed to reach the expected vapor pressure at vortex core, but the configuration with better relative dimensional similarity with the vortex from scale model was M3-SST. The amplitude and frequency of the pressure pulsation were unsatisfactorily represented even considering the entire hydraulic domain since the simulation had not captured the vortex dynamics at this configuration. However, the simulation with two-phase model and the complete domain has captured the dynamics of the pressure pulsation observed at prototype as to the frequency and stability of the pressure pulsations, although operates close an instability point. The pressure pulsation amplitude showed a maximum deviation of 33% to greater than prototype records. Furthermore, the CFD simulation showed a discrete pressure pulsation gain from draft tube to spiral casing consistent with results of the model and prototype.

The comparison of results of CFD with scale model results transposed to prototype indicated an excessive deviation at full load condition, indicating a high risk of validating the prototype turbine pressure pulsation prediction at design stage based only on a model test when a resonance or instability cannot be discarded at the prototype.

A more realistic comparison at full load condition requires realizing a prototype test with the aeration system of the turbine inhibited or consider the air injection at the simulations, configuring a three-phase

simulation, consuming greater computational effort to run the simulation. Other improvements would be consider the contribution of the fluctuation of boundary conditions of the inlet (flow) and outlet (pressure) and also the elasticity and viscoelasticity of the lateral walls of the boundary of the hydraulic system.

Nevertheless, the results obtained in these simulations signalize that RANS solution of the governing equations considering the presence of the cavitation at a two-phase compressible model and the entire extension of the hydraulic domain can present satisfactory results at the prediction of pressure pulsation of Francis turbines operating out of the optimum point.

Aiming to improve the results of the prediction of pressure pulsation, authors are developing a new study with a model of three-dimensional flow three-phase and/or with updating conditions through a one-dimensional model which considers the vortex dynamics and the flexibility and viscoelasticity of the walls of the hydraulic contour. To better comparison with prototype measurements, was developed a device that permits vary and/or inhibit the aeration atmospheric of the turbines during the test. The results of these complementary studies will be part of another article.

LIST OF SYMBOLS

U_i	Velocity	α_2	Constant model SST
\bar{U}_i	Average velocity component	σ_{k2}	Constant model SST
u_i	Time dependent velocity component	$\sigma_{\omega 2}$	Constant model SST
t	Time	β_1	Constant model SST
ρ	Specific mass	β_2	Constant model SST
p	Pressure	σ	Constant model SST
x	Variable of space	H	Head of the turbine [mWc]
τ_{ij}	Stress tensor	N	Power
Δ	Variation	\dot{m}	Mass flow
S_M	Sum of the body force per unit volume		
$\rho \bar{u}_i \bar{u}_j$	Reynolds tensor		
μ	Dynamic viscosity		
μ_t	Turbulent viscosity		
μ_{ef}	Effective viscosity		
δ_{ij}	Kronecker delta function		
k	Turbulent kinetic energy		
ε	specific turbulent dissipation rate		
C_μ	Constant model $k-\varepsilon$		
$C_{\varepsilon 1}$	Constant		
$C_{\varepsilon 2}$	Constant		
σ_k	Constant		
σ_ε	Constant		
P_k	Produced turbulence by viscous forces		
ω	Turbulent frequency		
β'	Constant model $k-\omega$		
α	Constant model $k-\omega$		
β	Constant model $k-\omega$		
σ_ω	Constant model $k-\omega$		
\tilde{P}_k	Limiter SST turbulence model		
production			
S_{cl}	Source term relative to mass flow rate		
of the vapor	phase per unit volume		
F_1	First merge function of the SST model		
F_2	Second merge function of the SST model		
F			
y	Distance to the nearest wall in the SST model		
σ_{k1}	Constant model SST		
$\sigma_{\omega 1}$	Constant model SST		
α_1	Constant model SST		

ACKNOWLEDGMENTS

The present work only was possible due to the support of the Center for Advanced Studies on Safety of Dams – CEASB belonging to the Foundation Itaipu Technological Park – FPTI which especially we thank the availability of computer equipment and application necessary for this work.

REFERENCES

- [1] Alligné, S. Forced and self-oscillations of hydraulic systems induced by cavitation vortex rope of francis turbines. PhD thesis, École Polytechnique Fédéral de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2011.
- [2] Dörfler, P; Mirjam, S; Coutou, A. Flow Induced Pulsation and Vibrations in Hydroelectric Machinery: Engineers Guidebook for Planning, Design and Troubleshooting. Springer, London, 2013.
- [3] Fox, R. W.; McDonald's A. T. Introduction to Fluid Mechanics. 7. ed. LTC, 2013.
- [4] Maliska, C. R. Heat Transfer and Computational Fluid Mechanics. 2. ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil, 2004.
- [5] ANSYS. Ansys CFX - Solver modeling guide- Release 15.0. Ansys Inc, 2013.
- [6] Smagorinsk, J. General circulation experiments with the primitive equations. Monthly Weather Review, n. 91, p. 66, 1963.
- [7] Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD. 2. ed. DCW Industries, Palm Drive, USA, 2000.
- [8] Versteeg, H.; Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Pearson, 2007.
- [9] Davidson, L. An Introduction to Turbulence Models. Chalmers, Göteborg, Sweden, 2011.
- [10] ANSYS. Ansys CFX - Solver theory guide- Release 15.0. Ansys Inc, 2013.
- [11] Menter, F. R., Kuntz, M. Langtry, R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. Proc. of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Begell House Inc., 2003.
- [12] IEC 60193. Hydraulic turbines storage pumps and pump-turbines – Model acceptance tests. International Eletrotechnical Commission, 1999.
- [13] Itaipu. Itaipu Hydroelectric Project: Engineering Features. Itaipu Binacional, Curitiba – PR, 1994.
- [14] Vivarelli, R. Modeling and numerical simulation of turbulent flow of a complete Francis turbine. UNIOESTE, Iguassu Falls – PR, Brazil, 2008.
- [15] Borges, F. D. M. Modeling and numerical simulation of turbulent flow in draft tubes of francis turbines: an applied study to the turbines of Itaipu Hydroelectric Powerplant. UNIOESTE, Iguassu Falls – PR, Brazil, 2007.
- [16] ITAIPU. Model Acceptance Tests. Technical Report. Itaipu Binacional, 1982.
- [17] ITAIPU. Dynamic Tests – U04. Technical Report. Itaipu Binacional, 1986.
- [18] ITAIPU. Hydraulic Stability Test – U11. Technical Report. Itaipu Binacional, 1993.
- [19] ITAIPU. Technical Conclusions Concerning Model Test Results. Technical Report. Itaipu Binacional, 1982.
- [20] Müller, A. Physical Mechanisms governing self-excited pressure oscillations in Francis turbines. PhD Thesis – École Polytechnique Fédéral de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2014.

APÊNDICE 3 – HYDRAULIC TRANSIENTS IN PENSTOCKS: COMPARISON OF METHODS RUNGE-KUTTA AND CHARACTERISTICS IN LOAD REJECTION SOLUTION

Artigo publicado no American Journal of Hydropower, Water and Environment Systems, v.5, out. 2017.

João M. Marra¹, Liliana M. Gramani², Christian W. Santos³, Eloy Kaviski⁴

5. *Department of Maintenance Engineering, Itaipu Binational, Iguassu Falls, 85856-970, Brazil*
marra@itaipu.gov.br; Tel: (+55 45)3520-2690; Fax: (+55 45)3520-3835

6. *Department of Mathematics, Federal University of Parana - UFPR, Curitiba, 81531-990, Brazil*
gramani@ufpr.br

7. *Center for Advanced Studies in Dam Safety – FPTI, Iguassu Falls, 85.867-900, Brazil*
christian.santos@pti.org.br

8. *Department of Hydraulic and Hydrology, Federal University of Parana – UFPR, Curitiba, 81531-990, Brazil*
eloy.dhs@ufpr.br

Abstract. *This paper presents a comparative study of results obtained by the methods of Characteristics and Runge-Kutta in the numerical solution of governing equations for determining the pressure behavior in the hydraulic system of a Francis turbine during transients in its flow. For this purpose is analyzed the effects of using different discretizations for space and time in the results in both these methods. Also, a formulation that avoids numerical instability in the Method of Characteristics in hydraulic systems modeled with variable geometry is tested. In the solution for Runge-Kutta, the representation of hydraulic systems is made through equivalent electric circuits. The results validation is based on available data of transients recorded during load rejection testing in the Francis turbines of Itaipu Power Plant and has indicated that for a suitable mesh space-time the Runge-Kutta method presents accuracy and speed of processing that configures it as an alternative to the traditional Method of Characteristics for this type of estimation. Additionally, the equating used at the Method of Characteristics allowed to apply it for a pipeline with variable diameter without numerical instability was observed. As an application of this study is analyzed the possibility of changing the distributor's closing time law of these turbines, that provides more favorable values of overpressure due to water hammer and overspeed in the generating unit in load rejections using a more realistic representation of the hydraulic system of the turbine.*

Keywords: *hydraulic transient, numerical simulation, water hammer, penstock, turbine*

1. INTRODUCTION

The regularization of an interconnected electrical system is a complex process and requires instant and permanent action to equilibrate the natural oscillations and abrupt variations the load with generation. Also, should be equilibrated the swings and sudden changes provoked by equipment failure or temporary lack of energetic availability of some source as, for example, the wind and solar power, which increasingly are present in the Brazilian and world energy matrix.

In this context, the hydroelectric power plants are versatile in meeting the load variations and of the interconnected power system generation, due to the rapidity of power's response due to a favorable ratio of rotational inertia and hydraulic response. However, in meeting these variations, often these plants operate outside their optimal hydraulic conditions, including due to seasonal variation in hydraulicity or hydraulic crises, increasingly frequent by global warming. In this scenario, the machines of simple regulation how the Francis turbines, responsible for significant contribution in the hydroelectric generation in Brazil and the world, and also for 60% of the world hydraulic potential to be installed, are usually more sensible due its intrinsic characteristics, mainly concerning the efficiency and disturbances in the flow.

The knowledge of the pressure behavior in the hydraulic system of a hydraulic turbine during flow transients is fundamental in the penstock and generating unit design stage, and the correct estimate of this represents challenges due to the complexity of the actual installation of a hydroelectric plant. The pressure variations caused by water hammer in an abrupt load change could be quantified with accuracy through the Method of Characteristics. However, for oscillations associated the phenomena of resonance or hydraulic instability during normal operation of the turbine, the representation of hydraulic systems through equivalent electric circuits solved by the numerical integration of Runge-Kutta presents some advantages in the mathematical modeling of the hydraulic system.

To verify the accuracy and speed time processing of the methodology indicated in this paper is made a comparative study of the numerical results using different space and time mesh discretizations for both methods, and also existing measuring data from a load rejection of an original hydroelectric plant.

Beyond the numerical verification of the guaranteed values of overpressure and overspeed after a load rejection during the design stage, another application at this stage of the methodology considered at this work is to help the designer to make an optimization of the closing time law, reducing the experimental runs for reach this purpose.

2. GOVERNING EQUATIONS AND ELECTRICAL ANALOGY

The hydraulic circuit of hydroelectric plants is characterized by having much larger longitudinal dimension than the transversal, as an illustration of Fig. 1. In function of this typical configuration, the working fluid flow has predominant characteristics in the longitudinal direction and negligible temperature variation, allowing a representative one-dimensional mathematical modeling of the dynamic flow behavior based on the momentum and mass conservation laws.

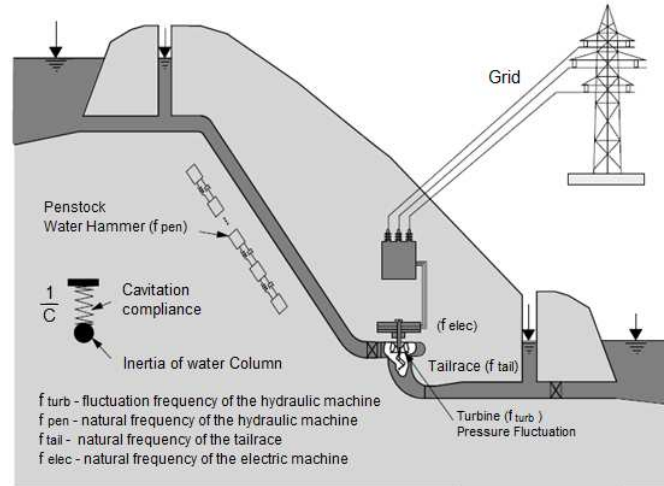


Figure 1 - Scheme of typical hydraulic system of a hydroelectric plant ([1])

According to [2], the application of Newton's second law on a free body diagram of forces to an elastic element of dx length of the pipeline and continuity equation to the same element subjected to a hydraulic piezometric line results on the following governing equations system for the transient one-dimensional flow on the pipeline element, where ' a ' is the celerity of the pressure waves:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

On the above system the Eq. (1) is referred to the momentum equation and the Eq. (2) to a transport equation given by the mass conservation. The equations system formed is a hyperbolic first order non-linear partial differential equations system, for which the method of characteristics, based on finite differences, is traditionally used in its numerical solution for given initial and boundary conditions.

As stated at [3], the equations system above is analogous to electric wave propagation in electric conductors, wherein the flow Q corresponds to the electric current, and piezometric head H (or pressure) corresponds to voltage. Based on the analogy of the two systems, the parameters correspondents of the hydraulic system are qualified to traditional denominations of parameters R (Resistance), L (Inductance) and C (Capacitance) for an electric system, as indicated below:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + L' \frac{\partial Q}{\partial t} + R'(Q)Q = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{C'} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

In the hydraulic system the parameter R represents the loss of energy by dissipative effects, L and C represents, respectively, the effects of inertia and storage in volume. The parameter C is also denominated compliance because the storage effect is due to the fluid compressibility and the pipeline elasticity. Due to the dependence of the resistance R with the flow rate $R(Q)$, the partial differential equations system (Eq. 3 and Eq. 4) is nonlinear. The apostrophe signal indicates that the values of parameters in the equations are per length unit:

$$R' = \frac{f|Q|}{2gDA^2} [s/m] \quad L' = \frac{1}{gA} [s^2/m^3] \quad C' = \frac{gA}{a^2} [m^2] \quad (5)$$

The circuit of the hydraulic system equivalent to the electric circuit RLC is indicated on Fig. 2, where the index i and $i+1$ represents the state variables value (H , Q) at the opposite ends of the element considered.

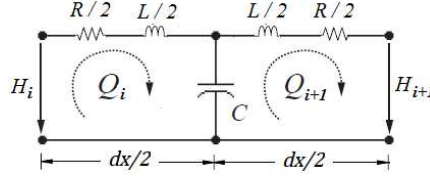


Figure 2 - Scheme of the equivalent electric circuit of the elastic tube element (Adapted from [4]).

In function of the analogy between the hydraulic and electrical circuits, the governing equations of the hydraulic circuit can be obtained by applying the laws of Kirchhoff and the law relating to the electrical voltage drop (or hydraulic pressure) on the elements of the circuit, as indicated on the Tab. 1, where I is the current and U the voltage.

Table 1 – Analogy of electrical and hydraulic circuits

Law	Application	Electric	Hydraulic
1 st Kirchhoff's law	Node law	$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$\sum_{i=1}^n Q_i = 0$
2 nd Kirchhoff's law	Mesh law	$\sum_{i=1}^n U_i = 0$	$\sum_{i=1}^n H_i = 0$
Ohm's law	Voltage drop on resistor	$\Delta U = RI$	$\Delta H = RQ$
Lenz's law	Voltage drop on inductor	$\Delta U = L \frac{dI}{dt}$	$\Delta H = L \frac{dQ}{dt}$
Capacitance	Voltage drop on capacitor	$I = C \frac{dU}{dt}$	$Q = C \frac{dH}{dt}$

3. SPATIAL DISCRETIZATION OF HYDRAULIC SYSTEM AND MODELING OF PIPELINE

In this simulation, all of the hydraulic pipeline stretches are modeled as elastic elements of steel, regardless of these being installed in apparent steel, embedded or concrete only.

3.1 For the Runge-Kutta method – RKM

For a generic pipe of length l , applying a discretization based on a central scheme, it can quantify the spatial variation of manometric height H , flow rate Q and the mean flow value at the node $i+1/2$, as, respectively, in the expressions indicated on Eq. (6):

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i+1/2} = \frac{H_{i+1} - H_i}{dx} \quad ; \quad \left. \frac{\partial Q}{\partial x} \right|_{i+1/2} = \frac{Q_{i+1} - Q_i}{dx} \quad ; \quad Q_{i+1/2} = \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} \quad (6)$$

The central scheme used at spatial discretization for the pipeline length l is shown at Fig. 3:

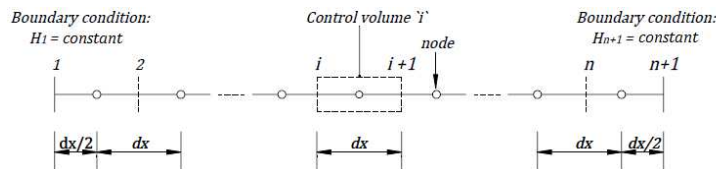


Figure 3 – One-dimensional spatial discretization of pipeline (Adapted from [4])

For the considered elastic tube, the scheme of the equivalent electric circuit to the adopted discretization of the hydraulic system is shown in Fig. 4:

The spatial discretization of the hydraulic system and the spatial-temporal adopted for the method of characteristics are respectively illustrated in Fig. 5.a and Fig. 5.b. On this process, waves travel with the celerity a along the characteristic lines, represented on the plane (x, t) by diagonals lines, obeying to the relationship $a = \Delta x / \Delta t$.

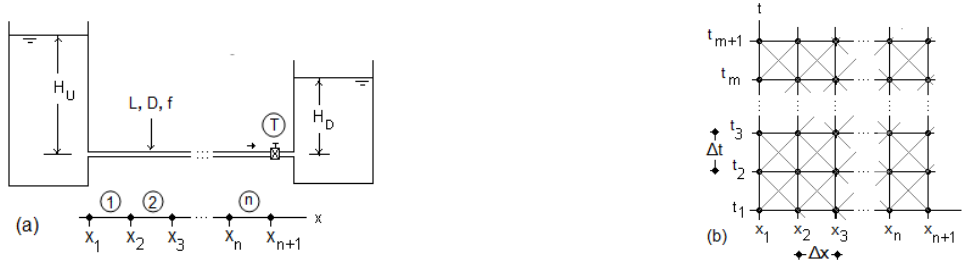


Figure 5 – a) Spatial discretization of hydraulic [6]; b) Spatial and temporal discretization [6]

According to [3] and [7], applying progressive finite differences to the derivatives of equations (12), integrating over the positive characteristic lines (C+) and negative ones (C-), illustrated in detail in Fig. 6, and adapting their solution for a penstock with variable diameter is obtained the expressions of Eq. (13), where $B_k = (a/g \cdot A_k)$ and $R_k = f/(2 \cdot g \cdot D \cdot A_k^2)$ and the generalized position of the nodes at the space-time plane is indicate by the indexes i and j .

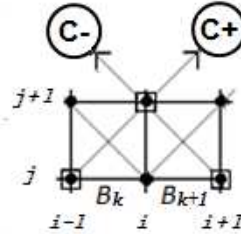


Figure 6 – Characteristics curves (Adapted from [6])

$$\begin{cases} H_i^{j+1} + B_k \cdot Q_i^{j+1} = H_{i-1}^j + B_k \cdot Q_{i-1}^j - R_k \cdot Q_{i-1}^j \cdot |Q_{i-1}^j| (\Delta x) = C_P \\ H_i^{j+1} - B_{k+1} \cdot Q_i^{j+1} = H_{i+1}^j - B_{k+1} \cdot Q_{i+1}^j + R_{k+1} \cdot Q_{i+1}^j \cdot |Q_{i+1}^j| (\Delta x) = C_N \end{cases} \quad (13)$$

By solving the linear system represented by Eq. (13), is obtained the expression of Eq. (14) that quantifies respectively the amplitudes of pressure and flow rate in the hydraulic system in the discretized domain:

$$H_i^{(j+1)} = (B_{k+1} C_P + B_k C_N) / (B_{k+1} + B_k) \quad Q_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / (B_k + B_{k+1}) \quad (14)$$

The use of Eq. (14) is an attempt to apply the MOC in modeling with geometric variation (diameter) of the pipeline of the hydraulic system, since the use of traditional expressions shown in Eq. (15) leads to numerical instability when the system is not modeled with constant geometry as indicated in Fig. 5.a or to the necessity of using of a very refined spatial discretization to control the inherent instability, which increases severely the processing time.

$$H_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / 2 \quad Q_i^{(j+1)} = (C_P + C_N) / (2 \cdot B) \quad (15)$$

4. MODELING OF HYDRAULIC SYSTEM

This section discusses the geometric modeling the variation of the diameter of the pipe along the hydraulic system of the turbines of ITAIPU Power Plant shown at Fig. 7.a, from the water to the outlet end of the spiral casing and also the modeling of the functional elements which were considered as concentrates (lumped), as shaft surge tank and turbine distributor.

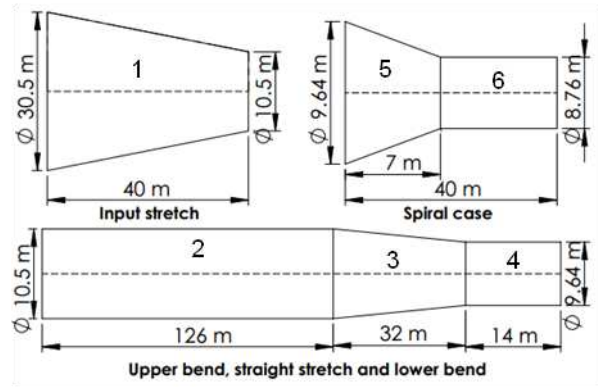
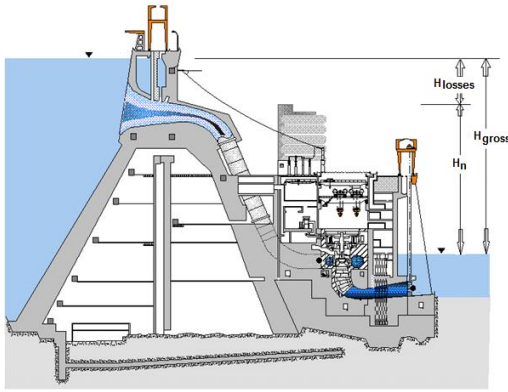


Figure 7 – a) Hydraulic system of ITAIPU Power Plant [8]; b) Geometric modeling

4.1 Pipeline

The variation of the penstock diameter at the input stream, the upper curve, straight stretch, lower curve and spiral casing hydraulic turbines of ITAIPU is shown in Fig. 7.b.

The coefficient of friction in hydraulic surfaces was obtained from data available of pressure drop in the hydraulic system and of the application of Darcy-Weisbach relationship, resulting in an average value of 0.025.

4.2 Shaft surge tank

The duct to the purging of atmospheric air in the turbine and penstock priming and the niches of the entrance gate and of the stop-log existing on input stretch of the hydraulic system work as a small surge tank during transients of the normal operation or load rejection. The adopted mathematical model for this element on RKM and MOC are shown in Fig. 8.a and Fig. 8.b, respectively.

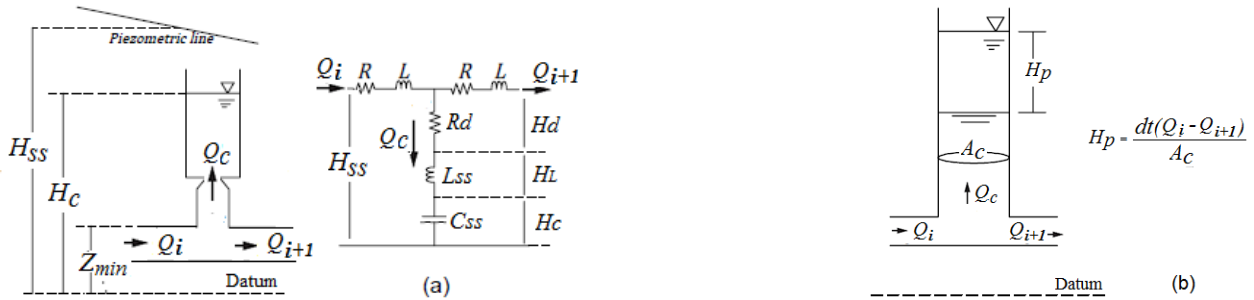


Figure 8 – Mathematical model of the shaft surge tank: a) RKM(Adapted from [4]); b) MOC (Adapted from [2])

Solving the circuit obtains the Eq. (16) compatible with the discretization and state vector adopted in the application of Runge-Kutta for this element of the hydraulic system:

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & (L + L_{ss}) & -L_{ss} \\ 0 & -L_{ss} & (L + L_{ss}) \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} H_c \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & (R + R_d) & -R_d \\ 1 & -R_d & ((R + R_d)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_c \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_{ss} \\ -h_{i+1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

In the case of the method of characteristics, the modeling used for the ventilation duct was only based on the continuity equation, resulting in the equation indicated in the illustration of Fig. 8.b.

4.3 Wicket gate

The discharge coefficient curve C_D in function of the free area A_w of the turbine distributor was calculated using the relation of Eq (17). Distributor area A_w , flow rate Q_w , and the pressure H_n were obtained from an existing recorded digital data of simultaneous measurements at a full gate load rejection test performed at the commissioning of the turbine U18A in 2005. Calculated and approximated curves of C_D are indicated in Fig. 9.a. The flow rate measurement was based on Winter-Kennedy method, at whose constant was later determined using two absolute methods, Gibson and Ultrasonic by transit time. Due to the existence of a cut-off on the flow transducer near 250 m³/s, the flow rate curve was completed respecting the closing time law indicated in Fig. 9.b, resulting in the modeled flow rate curve used of the Fig. 9.c.

$$C_D = Q_W / (A_W \sqrt{2g \cdot H_n}) \quad (17)$$

The curves for the discharge coefficient, closing time law and flow rate curve in the distributor are shown in Fig. 9.a to Fig. 9.c:

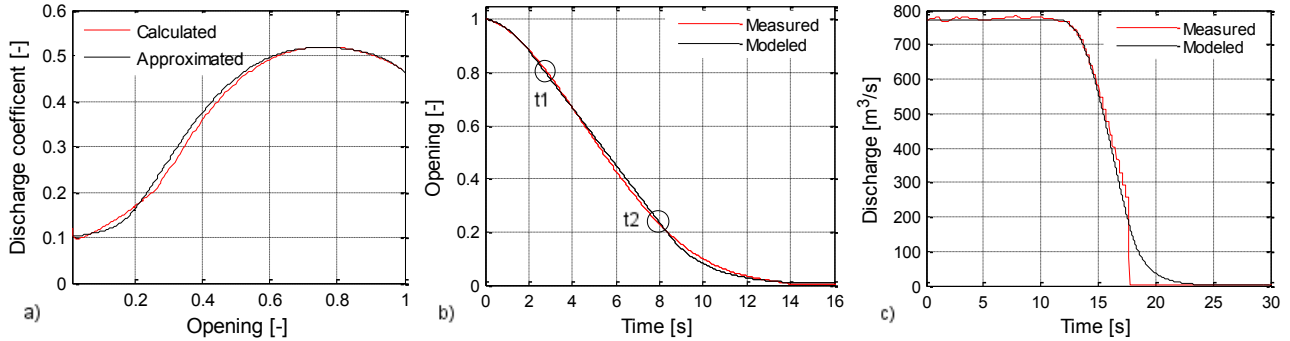


Figure 9 – a) Discharge coefficient; b) Closing time law; c) Flow curve

During simulation of the hydraulic transient, the flow rate Q_i in the distributor was obtained using the Eq. (18), where b is the height of the vanes, Z is the number of vanes and S is the opening related to the distributor.

$$Q_i = C_D \cdot A_i \sqrt{2g \cdot H_n} = C_D \cdot (Z \cdot b \cdot S) \sqrt{2g \cdot H_n} \quad (18)$$

According to [9], it's necessary to perform series of computation to evaluate the influence of the turbine's distributor closing time on guaranteed control values. To facilitate the analysis of the influence of the variation of closing time law in overpressure and overspeed, this was modeled considering the possibility of changing the closing time by changing the opening at t_1 and the opening and time at t_2 for any given distributor initial opening in t_0 , as illustrated in Fig. 9.b. The initial (0- t_1) stretch of the curve of Fig. 9.b was modeled by a polynomial, the intermediate stretch between t_1 and t_2 by a straight line and the final stretch by an exponential curve. The flow rate curve of Fig. 9.c refers to the studied case with an initial discharge of 770 m³/s, very close the maximum possible according to the hill chart of the Fig. 10.a about the ITAIPU turbines, considering the 800 MW power limitation existing at these turbines. The measured pressure considered to comparison with simulated values was taken on a piezometric tap positioned at spiral case door at its mean elevation, as indicated in Fig. 10.b and Fig. 10.c.

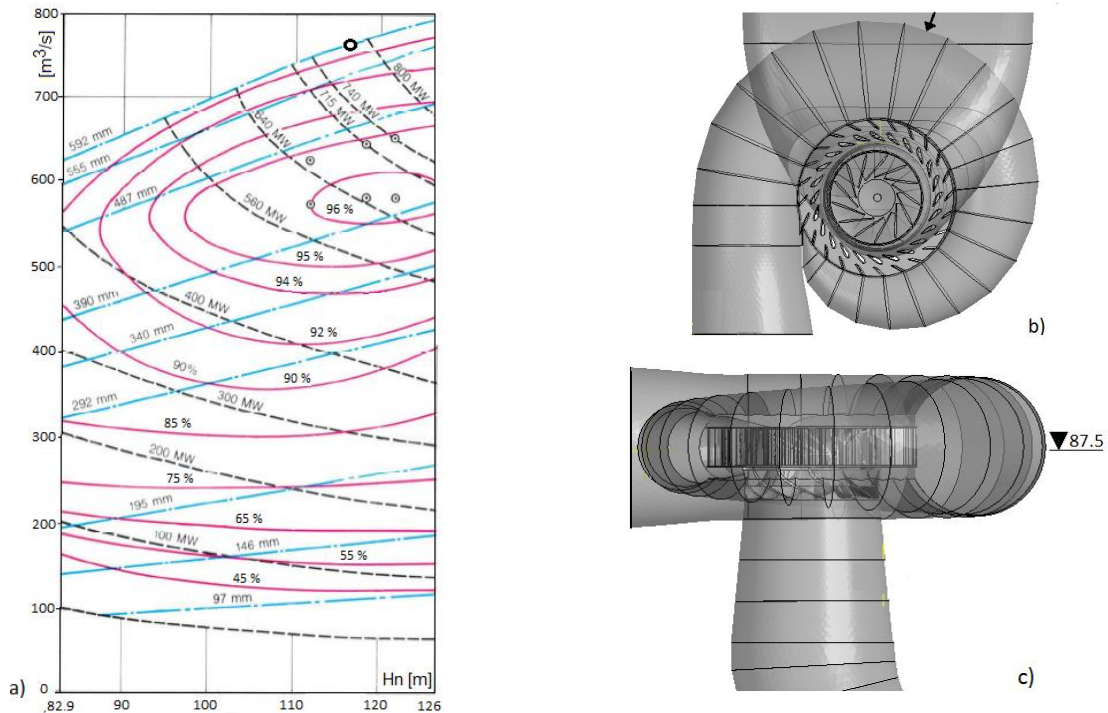


Figure 10 – a) Hill Chart of the Itaipu turbines; b) Pressure measuring point; c) Elevation of the pressure tap

At the application of the present study was considered an installed power plant with data of measurement available to make possible an evaluation of the methodology used. However, a similar procedure may be used independently if the plant is already installed or still under design. Therefore, the discharge variation may be obtained numerically introducing at the equivalent electric circuit a downstream tip element representing the distributor how a lumped element with hydraulic resistance R_d and head losses H_d , as described at [4], and the vane opening S obtained by the preview distributor closing time law established.

4.4 Rotating parts

The sudden load rejection of a generating unit for decoupling thereof with the electrical system provides an unbalancing of torque between the turbine and generator, and a consequent increase in speed. Because of this, the turbine speed governor commands the closing of the turbine distributor, which in turn causes a transient hydraulic pressure in the penstock, known as water hammer. In this condition, assuming that the magnetic torque in the air gap torque in the generator cancels instantly, the rotation speed N of the rotating assembly becomes dominated by the mechanical torque T_{mec} and the rotational inertia J , according to Eq. (19):

$$T_{mec} - T_{mag} = \left(\frac{2\pi}{60} \right) J \frac{dN}{dt} \quad (19)$$

Equation 18 can be integrated by separation of variables, whose discrete approximation of the solution given by Eq. (20) allows to obtaining the evolution of the rotation during the transient from the rejected power the turbine at rated speed. During the transient, turbine shaft power was evaluated by the expression $P = \gamma Q_t H_n \eta$, but without consider changing at the efficiency with the rotation variation. The turbine efficiency was obtained of its hill chart. The moment of inertia was achieved by existing measurements of the GD^2 factor realized at type acceptance tests of the ITAIPU 60 Hz hydrogenerators, whose value was considered 328150 tm^2 , equivalent to 8.380E6 kg m^2 .

$$N_{t+1} = \sqrt{N_t^2 + \left(\frac{60}{2\pi} \right)^2 \frac{\Delta t}{J} \left((P_{t+1} + P_t) - (P_{b(t+1)} + P_{b(t)}) \right)} \quad (20)$$

The intrinsic braking power P_b was obtained by assuming a linear variation of the losses dependent on voltage generator (2.1 MW) with rotation and a cubic variation with the rotation for the friction losses (2.1 MW) in the bearings and ventilation.

5. MESH SPACE AND TIME AND COMPUTING RESOURCES

The numerical simulations by the MOC require that minimum time interval in computational iterations respects the criterion of Courant-Friedrich-Levy, which establishes that the Courant number $Cr = a \cdot \Delta t / \Delta x = a \cdot n \cdot \Delta t / l$ must be equal to the unit for an explicit method. Although the RKM method in the explicit application doesn't be unconditionally stable, this requirement isn't necessary. For RKM the minimum Courant was 0.05 and the maximum was 1.0.

To evaluate the accuracy of both methods in representing the transient phenomenon and the impact of discretizations adopted in processing time, this study was conducted considering 8 different spatial discretizations (M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8) and 4 steps of time (T1, T2, T3 and T4), totaling 32 different configurations for mesh spatial and temporal. From a total of spatial discretizations, 4 were with uniform length elements and 4 with a non-uniform length of elements to reduce the total number of elements, for which was adopted a different discretization, but with homogeneous elements for the straight sections (2, 4, 6) of the modeled pipeline in Figure 7.b. The steps of time adopted aimed to work with unitary Courant at the MOC, considering the smaller spatial mesh element and maintained a constant ratio of 0.5 (T1/T2), 0.4 (T2/T3) and 0.25 (T3/T4) between the respective steps of each spatial configuration. Thus, for example, the mesh M1.T1 has spatial discretization M1 and step time T1 corresponding to this discretization and so on for the others combinations of time and space. The spatial configuration adopted is shown in Table 2, where the length of the elements per stretch is in meters.

Table 2 – Spatial discretization

Stretch	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
1	0,5	1	2	3	1	1	2	4
2	0,5	1	2	3	10,5	63	63	63
3	0,5	1	2	3	1	1	2	4
4	0,5	1	2	3	7	7	7	7
5	0,5	1	2	3	1	1	2	4
6	0,5	1	2	3	9,5	18	18	18
Total of Elements	510	255	128	85	95	83	45	26

All simulations were performed on a notebook type computer with a dual-core processor, CPU 1.6 GHz / 2.6 GHz and 4GB of RAM. The variation of the processing time was 5:1 with respect to duplication of the element length and 1:2 doubling the time step. Therefore, reducing the length of the element by half and doubling the time step resulted in an approximate 10 times reduction in processing time.

6. RESULTS

The present comparative study performed was based on a existing measurements of a sudden load rejection of 780,5 MW, with full opening of the distributor and gross head of 120.2 mWc realized at commissioning tests of the U18A. Considering the losses in the generator, the rejected power in the turbine shaft was estimated in 791,5 MW, corresponding to flow of 770 m³/s and net head of 118.4 mWc in accordance with the hill curve of the turbine. The maximum pressure P and speed rotation N measured for this condition were 166.4 mWc and 141.8 rpm, corresponding an elevation of 29,4% and 41,7% for these parameters, respectively.

Although 32 different space-time meshes have been simulated, the main results obtained are enough represented at the six cases indicated in Table 3 with relation to the time simulation, percentage relative error to the maximum measured value of the overpressure ΔP and overspeed ΔN and pressure perturbations due to the return of the acoustics waves. Because of this only these six cases are presented in this section. Some parameters of the simulation are also indicated. It was used a constant friction coefficient of 0.025 and a simulated time of the process of 30s for all studied cases. For the case of mesh M6.T1 with non-uniform spatial elements, the Courant value is referred to the smaller element. For the others cases indicated in Table 3, the spatial elements are uniforms.

Table 3 – Parameters of simulation and results

Method/Mesh	l [m]	n	a [m/s]	Δt [s]	Cr	Simulation time	P [mWc]	N [rpm]	ΔP [%]	ΔN [%]
Runge-Kutta–M6.T1	252	83	950	1.05e-3	1	143 [s]	166,9	144,0	0.30	1,55
Runge-Kutta – M1.T1	252	510	950	5.26e-4	1	4.98 [h]	166,4	144,1	0.00	1.62
Runge-Kutta – M1.T4	252	510	950	2.63e-5	0,05	77.5 [h]	166,7	144,2	0.18	1.69
Characteristics - M4.T1	252	85	950	3.10e-3	1	1.0 [s]	167,0	144,0	0.36	1.55
Characteristics- M1.T1	252	510	950	5.26e-4	1	15.9 [s]	167,9	144,2	0.90	1.69
Characteristics- M6.T1	252	83	950	1.05e-3	1	1.3 [s]	142,2	139,7	-14.5	1.48

The time evolution of the pressure obtained by the methods RKM and MOC for the cases indicated in Table 3 are shown in Fig. 11.a to Fig. 11.f, superimposed on a subsampling in 20 Hz of the measured values. The maximum values for overpressure ΔP and overspeed ΔN by both methods are in general equivalents and consistent to the values measured. However, the relative error for the MOC increases sharply for meshes with nonuniform spatial elements and slightly for the RKM with increasing time step, though this is not evident in the cases of Table 3. With respect to processing time, MOC always presents low values for even refined meshes, unlike of RKM that has highest processing time as well as a greater increase of this how much the space-time mesh is finer. However similar results by both methods can be obtained choosing adequately the mesh. For example, similar results to the MOC-M4.T1 (1s) can be obtained at RKM-M1.T4 (77,5h) or RKM-M6.T1 (143s). None of the methods presents numerical instability, signaling that the proposed equating with a variable diameter for the MOC was successful.

Both methods also captured the reduction of the pressure immediately after the start of the transient. This slight reduction in pressure before its rising can be attributed to the inertia of the flow, providing an increase in speed energy at the beginning of the closure of the distributor. With relation to the pressure oscillation due overlap of positive and negative waves in the pressure, whose theoretical period is $T = 4L/a = 1.061s$ or frequency of 1.36 Hz, this was very dependent of the space-time discretization, reaching to be severely masked in RKM for some cases, e. g., RKM-M1.T1. So the coarser non-uniform mesh M6.T1 presented better results than the finer uniform mesh M1.T1. The celerity of the waves was obtained considering the elasticity of the tubing and of the fluid. The actual values found for the period of the pressure oscillations was 0.89s at the numerical simulations and 0.77s at field test. Refining of the modeling of the distributor and consideration of viscoelastic effects could improve the adherence to this parameter.

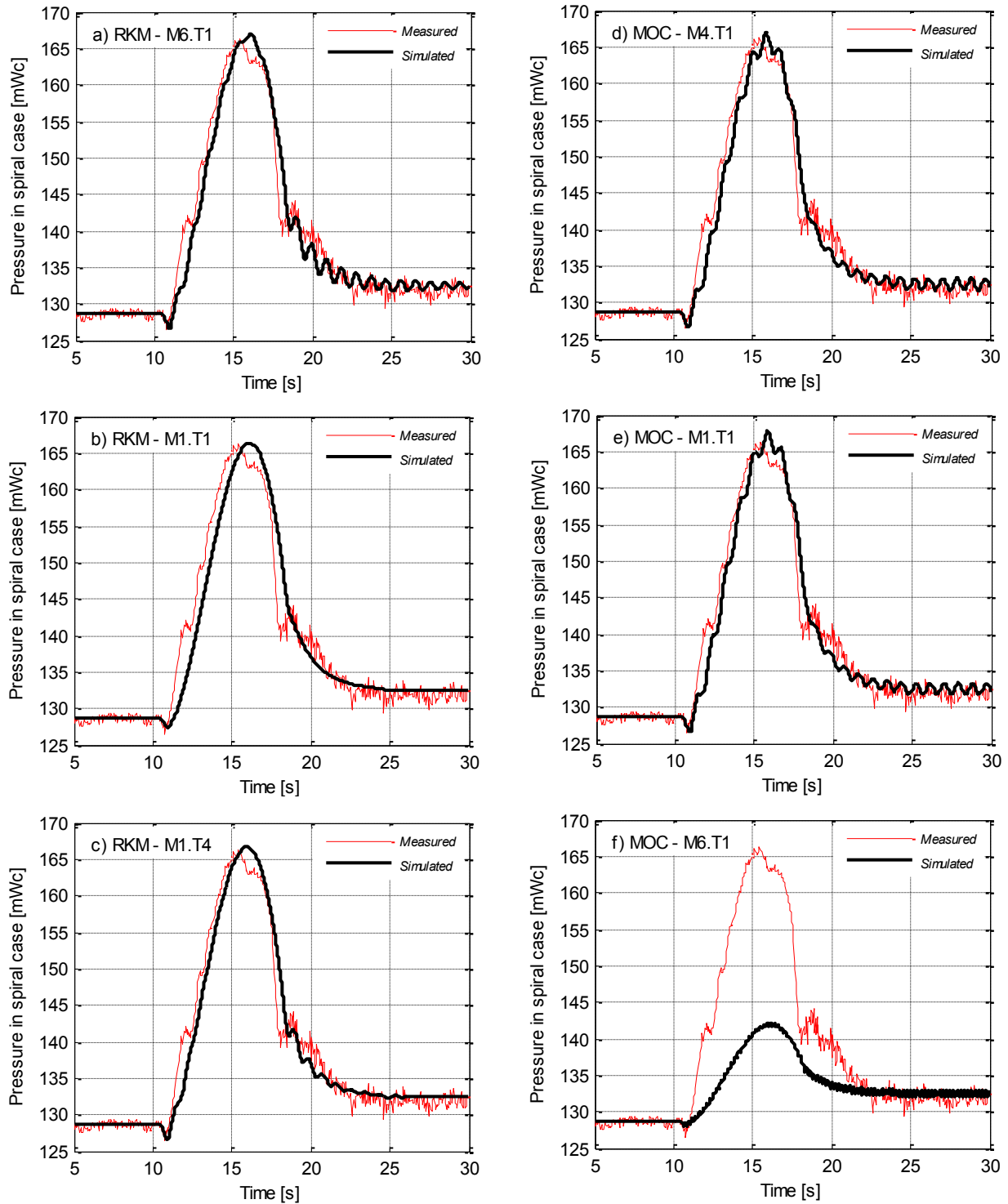


Figure 11 – Pressure by Runge-Kutta method (a, b, c); Pressure by method of Characteristics (d, e, f)

The simulated overspeed curve of Fig. 12.a may be considered quite equivalent for both methods and cases, except for those where the relative error of the pressure is abnormal, as in case of MOC-M6.T1. A higher value of the simulated rotation and the time lag between measured and simulated values can be attributed mainly to the lack of updating the turbine efficiency with the variation of its rotation, reducing the dissipative braking forces. This deficiency could be corrected introducing at the numerical routine the variation in efficiency with the turbine speed during the hydraulic transient after the load rejection. For this purpose, the use of the characteristic curves of the turbine in its dimensionless representation (polar) shown on [2], [3] and [4] is recommended.

The results of the simulations with variation in the closing time law are shown in Fig. 12.b, in which is evidenced the possibility of reducing approximately 7% in overspeed after a full load rejection, keeping the nominal limit of 30% in

overpressure. At the graph of this figure y-axis is non-dimensional variation of the overpressure and overspeed relative the rated (100%) level for the pressure and rotation parameters. Therefore an elevation of 30% corresponds to a level of 130% in the graph curve. So, reducing the current closing time of 14s corresponding the maximum opening (full gate) to about 10.9s would result in an estimated overspeed value of 137.1%, that is around 7.1% below the estimated 144.0% for the current closing time.

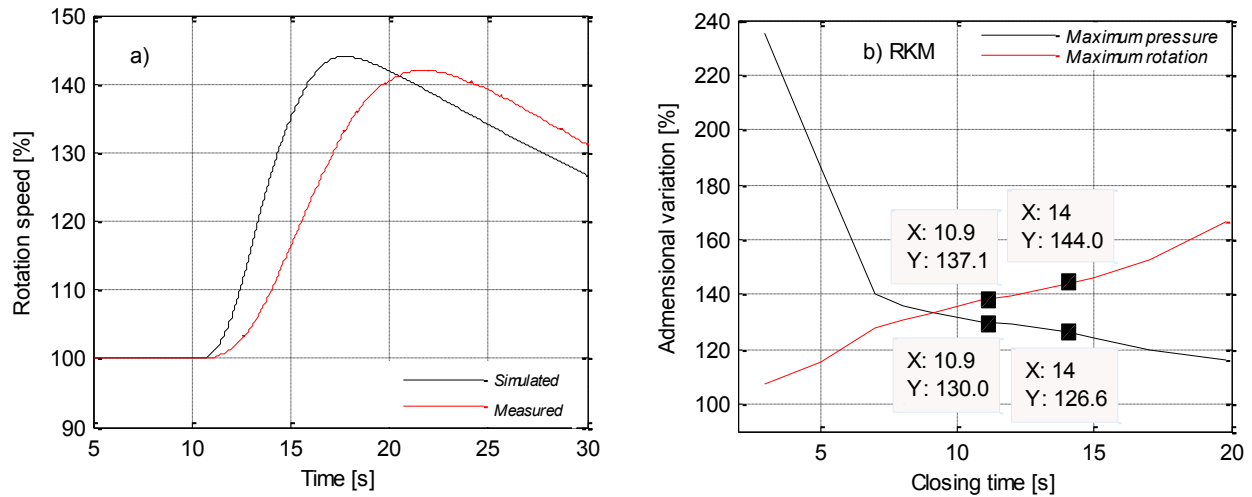


Figure 12 – a) Overspeed; b) Closing Time x Maximum Overpressure and Maximum Overspeed

To finalize this section the main observations about the capacity and performance of the methods RKM and MOC to estimate numerically the hydraulic transient at penstock after a sudden load rejection of a hydraulic machine are summarized in Table 4.

Table 4 – Main observations of the results

Runge-Kutta – RKM	Method of Characterists - MOC
Small relative error for all meshes used	Small relative error only for uniform spatial discretizing
Excellent accuracy in the stationary part of the pressure to discretizing with uniform elements or nonuniforms	Excellent accuracy in the stationary and oscillatory parts of the pressure to discretizations with unitary Courant and uniform spatial elements
The representation of the oscillatory part of the pressure due to the return of the waves depends severely on the time step to avoid masking	The representation of the oscillatory part of the pressure due to the return of the waves is satisfactory to all used space-time meshes
Greater simulation time	Smaller simulation time
The damping of the oscillations at the end of the closing is best represented	The damping of the pressure oscillations at the end of the closing is unsatisfactorily represented
More complex numerically to be implemented due to the construction of the matrices	Easier to be implemented numerically
Non presented instability for any of used space-time meshes	Requires unitary Courant to avoid dispersion and numerical instability

7. CONCLUSION

The solution of the transient flow in a load rejection at a hydraulic turbine by Runge-Kutta method presents satisfactory accuracy and capacity to enough reproduces the phenomenon in an attractive numerical processing time for a suitable mesh. So, about these aspects, it configures as an alternative to the Method of Characteristics, with points advantageous and others disadvantaged.

The equating used at the MOC allowed apply it for the pipeline with variable diameter but without the occurrence of numerical instability.

The overpressure and overspeed for a given rejection are directly affected by the distributor closing time law and the numerical simulation of these phenomena in hydraulic transients allows assessing in the design phase the closing time law and rotational inertia required to meet the contracted values for the same.

The application of computational simulation of hydraulic transient and overspeed in existing generating units allows evaluating the potential for optimization of these parameters by changing the closing time law, with benefits for their operational safety and service life and avoiding perform such study in an experimental way.

8. NOMENCLATURE

<i>Term</i>	<i>Symbol</i>	<i>Unit</i>	<i>Term</i>	<i>Symbol</i>	<i>Unit</i>
Cross section of pipe	A	m ²	Vane opening	S	m
Distributor free static area	A _w	m ²	Number of vanes	Z	-
Distributor free dynamic area	A _t	m ²	Wave celerity	a	m/s
Capacitance	C	m ³	Vane height	b	m
Número de Courant	Cr	-	Friction factor	f	-
Diameter	D	m	Acceleration of gravity	g	m/s ²
Piezometric head	H	mca	Length	l	m
Net head	H _n	mca	Number of elements	n	-
Moment of inertia	J	kg m ²	Time	t	s
Inductance	L	s ² /m ²	Longitudinal position	X	M
Rotation	N	rpm	Turbine efficiency	H	-
Power	P	W	Specific weight of water	γ	N/m ³
Discharge	Q	m ³ /s	Time step	Δt	s
Resistance	R	s	Length of spatial elements	Δx	m

9. ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to express their sincere gratitude to the ITAIPU BINACIONAL for providing the data and information necessary and to the Center for Advanced Studies on Safety of Dams – CEASB belonging to the Foundation Technological Park Itaipu – FPTI for the support to this work.

“The author thanks the International Electrotechnical Commission (IEC) for permission to reproduce Information from its International Standards. All such extracts are copyright of IEC, Geneva, Switzerland. All rights reserved. Further information on the IEC is available from www.iec.ch. IEC has no responsibility for the placement and context in which the extracts and contents are reproduced by the author, nor is IEC in any way responsible for the other content or accuracy therein”

10. REFERENCES

- [1] IEC 60193. *Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines – Model acceptance tests*. International Electrotechnical Commission, 1999.
- [2] Chaudry, M. H. *Applied Hydraulic Transients*. Springer, 3rd edition, 2014.
- [3] Streeter, V.; Wylie, E. *Fluid Transients*. McGraw-Hill Inc, 1978.
- [4] Nicolet, C. *Hydroacoustic Modelling And Numerical Simulation Of Unsteady Operation Of Hydroelectric Systems*. PhD thesis 3751, EPFL, Lausanne, Switzerland, 2007.
- [5] Sarra, S. A. *The Method of Characteristics with applications to Conservation Laws*. Journal of Online Mathematics and its Applications, Vol. 3, 2003.
- [6] Urroz, G. E. *Hydraulic pipe transients by the the method of characteristics*. 20 Mar. 2015. <<http://twixar.me/0H5>>, 2005.
- [7] Tullis, J. P. *Hydraulics of Pipelines – Pumps, Valves, Cavitation, Transients*. John Wiley & Sons. New York, 1989.
- [8] ITAIPU. *Itaipu Hydroelectric Project: Engineering Features*. Itaipu Binacional, Curitiba – PR, 1994.
- [9] Iliev, V; Popovski, P; Markov, Z. Transient Phenomena Analysis in Hydroelectric Power Plants at Off-Design Operating Conditions. International Journal of Engineering Research and Applications. Vol. 2 (6), 2012.

APÊNDICE 4 – CÓDIGO DA ROTINA MODELO HA-1WAY PARA MATLAB

```

%% ROTINA PARA O CALCULO DO ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL NO SISTEMA HIDRAULICO
%
%                               MODELO HA - 1WAY
% CONDICAO OPERATIVA: QO = 740 [M^3/S] ; HT = 114.3 [MCA] ; P = 748 [MW]
%                               ZW2 = 101[M] ; ZMONT = 217 [MCA].
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc;
clear;
format shorteng
tic

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO - 1: PARÂMETROS FÍSICOS UTILIZADOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BETA - FRAÇÃO DE VAPOR NO TUBO DE SUÇÃO [-]
% E_WATER - MODULO DE COMPRESSIBILIDADE DA ÁGUA [PA]
% E_STEEL - MODULO DE ELASTICIDADE DO AÇO [PA]
% F - FATOR DE ATRITO CONSTANTE [-]
% G - GRAVIDADE [M/S^2]
% MI_WATER - VISCOSIDADE DINÂMICA DA ÁGUA [PA.S]
% MI_STEEL - VISCOSIDADE DO AÇO [PA.S]
% MI_THERM - VISCOSIDADE TERMODINÂMICA [PA.S]
% N_MOL - NUMERO DE MOLS DO VAPOR DE AGUA [MOL]
% P_ATM - PRESSÃO ATMOSFÉRICA [PA]
% PI - VALOR DA CONSTANTE [-]
% P_VAP - PRESSAO PARA VAPORIZACAO [PA]
% RHO - DENSIDADE [KG/M^3]
% R_GAS_PERF - CONSTANTES DOS GASES [-]
% TH - RELAXAMENTO TIME (TEMPO DE RELAXAMENTO) [S]
% T_GAS - TEMPERATURA DO VAPOR DE AGUA [K]
%
BETA = 0.05;
E_WATER = 2.14E09;
E_STEEL = 210E09;
F = 0.02159;
G = 9.81;
MI_WATER = 0.001;
MI_STEEL = 1.E20;
N_MOL = 18.016;
P_ATM = 10E5;
PI = 3.141592;
P_VAP = 3168;
RHO = 997;
RHO_VAP = 1.25;
R_GAS_PERF = 8.31;
TH = 2*10^-1;
T_GAS = 298;
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO - 2: PARÂMETROS OPERATIVOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% HU - NIVEL DO RESERVATÓRIO MONTANTE [M]
% HZT - NIVEL DA COTA DA TURBINA [M]
% V_ROT - VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TURBINA [RPM]
% Y - ABERURA UNITARIA DO DISTRIBUIDOR [-]
%
HU = 217;
HZT = 87.5;

```

```

QO = 740;
V_ROT = 91.6;
Y = 0.96;

```

```

%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   BLOCO - 3: PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DO CIRCUITO HIDRÁULICO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%
%   ABER_MAX - ABERTURA MÁXIMA POSSIVEL [M]
%   ALTURA_ALETA - ALTURA DE CADA ALETA [M]
%   DIAMETRO DO DUTO DE VENTILAÇÃO [M^2]
%   DIAMETRO DO CONDUTO FORÇADO [M^2]
%   D_COND_ENTR - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA ENTRADA DO CONDUTO FORÇADO [M]
%   D_COND_SAI - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA SAÍDA DO CONDUTO FORÇADO [M]
%   D_ESP_ENTR - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA ENTRADA CAIXA ESPIRAL [M]
%   D_ESP_SAI - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA SAÍDA DA CAIXA ESPIRAL [M]
%   D_SUC_ENTR - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA ENTRADA DO TUBO DE SUCÇÃO [M]
%   D_SUC_SAI - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA SAÍDA DO TUBO DE SUCÇÃO [M]
%   D_TOM_ENTR - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA ENTRADA DA TOMADA D'ÁGUA [M]
%   D_TOM_SAI - DIÂMETRO HIDRÁULICO DA SAÍDA DA TOMADA D'ÁGUA [M]
%   D_TUR - DIÂMETRO DA SAÍDA DA TURBINA [M]
%   E - ESPESSURA DAS CHAPAS DO CONDUTO FORÇADO [M]
%   L_COND - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO [M]
%   L_COND_VAR - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA VARIAÇÃO
%                   NA ÁREA DA SEÇÃO [M]
%   L_COND_CONST_1 - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA ÁREA 1
%                   DE SEÇÃO CONSTANTE [M]
%   L_COND_CONST_2 - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA ÁREA 2
%                   DE SEÇÃO CONSTANTE [M]
%   L_ESP - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL [M]
%   L_ESP_VAR - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL QUE POSSUI ÁREA TRANSVERSAL
%                   VARIÁVEL [M]
%   L_ESP_CONST - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL QUE POSSUI ÁREA TRANSVERSAL
%                   CONSTANTE [M]
%   L_SUC - COMPRIMENTO DO TUBO DE SUCCAO [M]
%   L_TOM - COMPRIMENTO DA TOMADA D'ÁGUA [M]
%   N_ALETAS - É O NÚMERO DE PALETAS MÓVEIS DO DISTRIBUIDOR [-]
%   L_TANK - POSIÇÃO DO DUTO DE VENTILAÇÃO [M]
%   L_CHAM - ALTURA DO NÍVEL DO DUTO DE VENTILAÇÃO [MCA]
%
ABER_MAX = 0.592;
ALTURA_ALETA = 2.22;
D_SS = 2.0;
D_COND = 10.5;
D_COND_ENTR = 10.5;
D_COND_SAI = 9.64;
D_ESP_ENTR = 9.64;
D_ESP_SAI = 8.76;
D_SUC_ENTR = 8.1;
D_SUC_SAI = 16.522;
D_TOM_ENTR = 32.5;
D_TOM_SAI = 10.5;
D_TUR = 8.76;
E = 0.07;
L_COND = 170;
L_COND_VAR = 30;
L_COND_CONST_1 = 126;
L_COND_CONST_2 = 14;
L_ESP = 45;
L_ESP_VAR = 7;
L_ESP_CONST = 38;

```

```

L_SUC = 52;
L_SUC_VORT = 8;
L_TOM = 40;
L_TANK = 30;
L_CHAM = 15;
N_ALETAS = 24;
N_TUR = 1;

%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO - 3: PARÂMETROS DA DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% OS VALORES ATRIBUIDOS AOS PARAMETROS "DX" QUE INDICAM ESPAÇAMENTO
% DE CADA REGIÃO DO DOMÍNIO, DEVEM SER DIVISORES DOS SEUS
% RESPECTIVOS VALORES FÍSICOS, EXPRESSOS ATRAVÉS DOS PARÂMETROS
% L_COND_VAR, L_COND_CONST_1, L_COND_CONST_2, L_SUC, L_ESP_VAR,
% L_ESP_CONST.
%
% DX_COND_CONST_1 - COMPRIMENTO DO 1ª ELEMENTO DO CONDUTO FORÇADO [M]
% DX_COND_CONST_2 - COMPRIMENTO DO 2ª ELEMENTO DO CONDUTO FORÇADO [M]
% DX_COND_VAR - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIO VARIÁVEL DO CONDUTO
% FORÇADO [M]
% DX_ESP_CONST - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIO CONSTANTE DA CAIXA
% ESPIRAL [M]
% DX_ESP_VAR - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIO VARIÁVEL DA CAIXA
% ESPIRAL [M]
% DX_SUC - COMPRIMENTO DO ELEMENTOS DO TUBO DE SUÇÃO [M]
% DX_TOM - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DA TOMADA D'GUA [M]
[M]
% VAR_CIRCUITO(:,1) - DIÂMETRO HIDRÁULICO [M]
% VAR_CIRCUITO(:,2) - ÁREA HIDRÁULICA [M^2]
% VAR_CIRCUITO(:,3) - COMPRIMENTO DE CADA ELEMENTO [M]
%
% DX_COND_CONST_1 = 63;
% DX_COND_CONST_2 = 7;
% DX_COND_VAR = 1;
% DX_ESP_CONST = 18;
% DX_ESP_VAR = 1;
% DX_SUC = 1;
% DX_SUC_VORT = 8;
% DX_TOM = 2;
% DX_TUR = 4;

DX_COND_CONST_1 = 126;
DX_COND_CONST_2 = 14;
DX_COND_VAR = 30;
DX_ESP_CONST = 38;
DX_ESP_VAR = 7;
DX_SUC = 52;
DX_SUC_VORT = 8;
DX_TOM = 40;
DX_TUR = 4;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO - 4: INICIALIZAÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
A = sqrt(1/(RHO*( (1/E_WATER) + D_COND/(E*E_STEEL))));
AREA_MAX_DISTR = ABER_MAX*ALTURA_ALETA;
A_SS = (pi/4)*(D_SS^2);
A_VAP = 50;
H_O = H_U - H_ZT;
R_GAS = R_GAS_PERF/N_MOL;

```

```

N_TOM = L_TOM/DX_TOM;
N_COND_CONST_1 = round(L_COND_CONST_1/DX_COND_CONST_1);
N_COND_CONST_2 = round(L_COND_CONST_2/DX_COND_CONST_2);
N_COND_VAR = round(L_COND_VAR/DX_COND_VAR);
N_ESP_CONST = round(L_ESP_CONST/DX_ESP_CONST);
N_ESP_VAR = round(L_ESP_VAR/DX_ESP_VAR);
N_SUC = round(L_SUC/DX_SUC);
N_SUC_VORT = round(L_SUC_VORT/DX_SUC_VORT);
N = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR...
    + N_ESP_CONST + N_ESP_VAR + N_TUR + N_SUC_VORT + N_SUC;
N_MAIOR = 2*N + 1;
N_CE = N + N_TOM + N_COND_CONST_1;
N_CE_Q = N + N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR;
N_CE_H = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR;
N_TUR_H = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR + N_COND_CONST_2...
    + N_ESP_VAR + N_ESP_CONST + N_TUR;
N_TUR_Q = N + N_TUR_H;
N_VORT_H = N_TUR_H + N_SUC_VORT;
N_VORT_Q = N + N_VORT_H;
VAR_CIRCUITO = zeros(N+1,3);
VETOR_V = zeros(1,N_MAIOR);
MATRIZ_M = zeros(N,N_MAIOR);
MATRIZ_A = zeros(N_MAIOR,N_MAIOR);
MATRIZ_B = zeros(N_MAIOR,N_MAIOR);
VETOR_C = zeros(N_MAIOR,1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%      BLOCO 5 - DISCRETIZAÇÃO DO CIRCUITO HIDRÁULICO COMPLETO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76

% TOMADA D'AGUA: 76
% #PRIMEIRO ELEMENTO "DX/2":
VAR_CIRCUITO(1,1) = D_TOM_ENTR + ((D_TOM_SAI - D_TOM_ENTR)/L_TOM)...
    *(1-0.5)*DX_TOM;
VAR_CIRCUITO(1,2) = (pi/4)*VAR_CIRCUITO(1,1)^2;
VAR_CIRCUITO(1,3) = DX_TOM/2;

for i = 2:N_TOM
    VAR_CIRCUITO(i,1) = D_TOM_ENTR + ((D_TOM_SAI - D_TOM_ENTR)/L_TOM)...
        *(i-0.5)*DX_TOM;
    VAR_CIRCUITO(i,2) = (pi/4)*VAR_CIRCUITO(i,1)^2;
    VAR_CIRCUITO(i,3) = DX_TOM;
end

% CONDUTO FORÇADO: 76
for i = 1:N_COND_CONST_1
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+i,1) = D_COND_ENTR;
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+i,2) = (pi/4)*VAR_CIRCUITO(N_TOM+i,1)^2;
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+i,3) = DX_COND_CONST_1;
end

N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1;
for i = 1:N_COND_VAR
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+i,1) = D_COND_ENTR + ...
        ((D_COND_SAI - D_COND_ENTR)/L_COND_VAR)*(i-0.5)*DX_COND_VAR;
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+i,2) = (pi/4)*VAR_CIRCUITO(N_HELP+i,1)^2;
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+i,3) = DX_COND_VAR;
end

N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR;

```

[illegible]

```

% AS VARIÁVEIS HIDROACÚSTICAS SÃO CALCULADAS E ARMAZENADAS EM VETORES,
% ENTRE ELAS:
% TUBULAÇÃO ; DUTO DE VENTILAÇÃO ; TURBINA ; DISTRIBUIDOR

% TUBULAÇÃO (RLC, VISCOELASTICA E TERMODINAMICA):
% RESISTÊNCIA HIDROACÚSTICA - PERDA DE CARGA (AMORTECIMENTO).
% INDUTÂNCIA HIDROACÚSTICA - INÉRCIA DO ESCOAMENTO.
% CAPACITÂNCIA HIDROACÚSTICA - COMPRESSIBILIDADE DO FLUÍDO E DAS PAREDES.
% VISCOELÁSTICIDADE HIDROACÚSTICA - VISCOSIDADE DAS PAREDES E DA ÁGUA.

R = (QO*F.*VAR_CIRCUITO(:,3))./(2*G.*VAR_CIRCUITO(:,1).*...
    (VAR_CIRCUITO(:,2).^2));
L = VAR_CIRCUITO(:,3)./(G.*VAR_CIRCUITO(:,2));
C = (G.*VAR_CIRCUITO(:,2).*VAR_CIRCUITO(:,3))./(A^2);
R_S_Q = (F*VAR_CIRCUITO(:,3))./(2*G.*VAR_CIRCUITO(:,1).*...
    (VAR_CIRCUITO(:,2).^2));
MI_EQ = 1/((D_COND/(E*MI_STEEL)) + (1/MI_WATER));
MI_THERM = TH*(((1-BETA)*RHO + BETA*RHO_VAP)^2)*BETA*RHO_VAP*R_GAS*...
    T_GAS*(A_VAP^4)/(P_VAP.^2);
R_VE = MI_EQ./(RHO*G.*VAR_CIRCUITO(:,2).*VAR_CIRCUITO(:,3));
R_TH = MI_THERM./(RHO*G.*VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,2).*...
    VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,3));

% TURBINA: 76
% RESISTÊNCIA HIDROACÚSTICA - PERDA DE CARGA DENTRO DA TURBINA.
% INDUTÂNCIA HIDROACÚSTICA - INÉRCIA DO ESCOAMENTO DENTRO DA TURBINA.
% QUEDA LÍQUIDA - PERDA DE ENERGIA DO FLUÍDO DENTRO DA TURBINA.
% POSIÇÃO DA TURBINA - POSIÇÃO DA TURBINA NO CIRCUITO HIDRÁULICO
% POSIÇÃO DA CAIXA ESPIRAL - POSIÇÃO NA ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL SL.
% POSIÇÃO DO VOLUME DA CAVIDADE DO VÓRTICE

% L_T =
% HT = 114;

% DISTRIBUIDOR: 76
% COEFICIENTE DE DESCARGA - LEVANTADO A PARTIR DE ENSAIOS.
% AREA DE REFERENCIA
% R_V - PERDA DE CARGA NO DISTRIBUIDOR
% POSIÇÃO DA TURBINA - POSIÇÃO DA TURBINA NO SL.

CD = 0.150000*exp(3.423101*Y);
AREA_REF = (N_ALETAS)*(AREA_MAX_DISTR)*(Y);
R_V = abs(QO)/(2*G*(CD^2)*(AREA_REF^2));

% DUTO DE VENTILAÇÃO: 76
% RESISTÊNCIA HIDROACÚSTICA - PERDA DE CARGA NO DUTO DE VENTILAÇÃO.
% INDUTÂNCIA HIDROACÚSTICA - INÉRCIA DO ESCOAMENTO DENTRO DO DUTO.
% CAPACITÂNCIA HIDROACÚSTICA - COMPRESSIBILIDADE DO FLUÍDO E DAS
% PAREDES NO DUTO (ARMAZENAMENTO).
% POSIÇÃO DO DUTO DE VENTILAÇÃO
%
R_D = (abs(QO)*L_CHAM)/(2*G*(A_SS^2)*(AREA_REF^2));
L_ST = L_CHAM/(G*A_SS);
C_ST = A_SS;
X_ST = round(L_TANK/DX_TOM);
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO 7 - SISTEMA DINAMICO (REGIME PERMANENTE: [B(Q)]{X} = {C})
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% NESTE BLOCO CÁLCULA AS CONDIÇÕES DO ESCOAMENTO PARA UM REGIME

```

```

% PERMANENTE, PARA CONDIÇÃO INICIAL NO FENOMENO DE INSTABILIDADE
% TRANSIENTE HIDRÁULICA
%
% RQ - PERDA DE CARGA DO SISTEMA HIDRÁULICO PELO FATOR DE ATRITO [MCA]
% HD - PRESSÃO EM METRO COLUNA D'AGUA DO RESERVATÓRIO JUSANTE
% H1 - CONDIÇÃO DE CONTORNO MONTANTE
% HN - CONDIÇÃO E CONTORNO JUSANTE
%
RQ = sum(R)*QO;
HD = HO - HT - RQ - R_V*QO;
H1 = HO;
HN = HD;
%
% MATRIZES:[A],[B(Q)],{C}: 76
% MONTEGEM DAS MATRIZES COM O FATORES HIDROACÚSTICO, COMO INDUTANCIA,
% RESISTENCIA E CAPACITANCIA PARA O CÁLCULO DA CONDIÇÃO INICIAL.
% INICIA COM OS PREENCHIMENTO DOS TERMOS QUE NÃO VARIAM NAS MATRIZ DE
% AMORTECIMENTO E NA SEQUENCIA COM OS VETORES HIDROACUSTICOS
%
% MATRIZ [B(Q)]: 76
% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B COM OS TERMOS "1" E "-1". 76
I = 1;
J = N + 1;
while (MATRIZ_M(N,(2*N+1))~=1)
    VETOR_V(1,J) = -1;
    VETOR_V(1,J+1) = 1;
    MATRIZ_M(I,:) = VETOR_V(:);
    J = J + 1;
    I = I + 1;
    VETOR_V = zeros(1,2*N+1);
end
MATRIZ_M_T = (-1)*MATRIZ_M';
for i = 1:N
    MATRIZ_B(i,:) = MATRIZ_M(i,:);
    MATRIZ_B(:,i) = MATRIZ_M_T(:,i);
end
%
% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B(Q) COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 76
% (ELASTICAS E VISCOSAS): R(Q), Rve e Rth 76
MATRIZ_B(N+1,N+1) = R(1) + R_VE(1);
MATRIZ_B(N+1,N+2) = - R_VE(1);
J = 2;
for I = N+2:N_MAIOR-1
    MATRIZ_B(I,I) = R(J) + R_VE(J) + R_VE(J-1);
    MATRIZ_B(I,I-1) = - R_VE(J-1);
    MATRIZ_B(I,I+1) = - R_VE(J);
    J = J + 1;
end
MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR) = R(N+1) + R_VE(N);
MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR-1) = - R_VE(N);
%
% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B(Q) COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS: R_V 76
MATRIZ_B(N_TUR_Q,N_TUR_Q) = R(N_TUR_H)+R_VE(N_TUR_H)+R_VE(N_TUR_H-1)...
+ R_V;
%
% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM A CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 76
% TERMODINAMICAS: R_TH 76
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q) = R(N_VORT_H) + R_TH + R_VE(N_VORT_H-1);
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q+1) = - R_TH;
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q-1) = - R_VE(N_VORT_H-1);

```



```

    MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+1) = R(N_VORT_H+1) + R_TH +
R_VE(N_VORT_H+1);
    MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q) = - R_TH;
    MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+2) = - R_VE(N_VORT_H+1);

%   MATRIZ [A]:
%   # PREENCHIMENTO DA MATRIZ [A] COM A CONTRIBUIÇÃO DAS CAPACITANCIA:C 76
    for I = 1:N
        MATRIZ_A(I,I) = C(I);
    end
    MATRIZ_A(X_ST,X_ST) = C_ST;

%   # PREENCHIMENTO DA MATRIZ [A] RECEBENDO CONTRIBUIÇÃO DA INDUTANCIA:L 76
    J = 1;
    for I = N+1:N_MAIOR
        MATRIZ_A(I,I) = L(J);
        J = J+1;
    end

%   VETOR {C}:
%   # PREENCHIMENTO DO VETOR C:
    VETOR_C(N+1,1) = H1;
    VETOR_C(N_MAIOR,1) = -HN;
    VETOR_C(N_TUR_Q,1) = -HT;
    VETOR_XO = linsolve(MATRIZ_B,VETOR_C);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
% BLOCO 8 - SISTEMA DINAMICO (TRANSIENTE - [A] (d/dt){X} [B(Q)]{X} = {C})
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74

%   MONTAGEM DAS MATRIZES COM O FATORES HIDROACÚSTICO, COMO INDUTANCIA,
%   RESISTENCIA E CAPACITANCIA PARA O CÁLCULO DA INSTABILIDADE HIDRAULICA.
%   INICIA COM OS PREECHIMENTO DOS TERMOS QUE NÃO VARIAM NAS MATRIZ DE
%   AMORTECIMENTO E NA SEQUENCIA COM OS VETORES HIDROACUSTICOS RLC.
    i = 1;
    while ( (T(i)< T_SIMUL) || (T(i)<T_SIMUL) )
%   MONTEGEM DAS MATRIZES COM O FATORES HIDROACÚSTICO, COMO INDUTANCIA,
%   RESISTENCIA E CAPACITANCIA PARA O CÁLCULO DO FENOMENO DE INSTABILIDADE
%   HIDRÁULICA.
%   INICIA COM OS PREECHIMENTO DOS TERMOS QUE NÃO VARIAM NAS MATRIZ DE
%   AMORTECIMENTO E NA SEQUENCIA COM OS VETORES HIDROACUSTICOS RLC.
%
%   MATRIZ [B(Q)]:
%   # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B COM OS TERMOS "1" E "-1".
%
%   I = 1;
%   J = N + 1;
%   while (MATRIZ_M(N,(2*N+1))~=1)
%       VETOR_V(1,J) = -1;
%       VETOR_V(1,J+1) = 1;
%       MATRIZ_M(I,:) = VETOR_V(:);
%       J = J + 1;
%       I = I + 1;
%       VETOR_V = zeros(1,2*N+1);
%   end
%   MATRIZ_M_T = (-1)*MATRIZ_M';
%   for I = 1:N
%       MATRIZ_B(I,:) = MATRIZ_M(I,:);
%       MATRIZ_B(:,I) = MATRIZ_M_T(:,I);
%   end
%
%

```

```

% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B(Q) COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 76
% (ELASTICAS E VISCOSAS): R(Q), Rve e Rth 76
MATRIZ_B(N+1,N+1) = R_S_Q(1)*abs(VETOR_XO(N+1)) + R_VE(1);
MATRIZ_B(N+1,N+2) = - R_VE(1);
J = 2;
for I = N+2:N_MAIOR-1
    MATRIZ_B(I,I) = R_S_Q(J)*abs(VETOR_XO(I)) + R_VE(J) + R_VE(J-1);
    MATRIZ_B(I,I-1) = - R_VE(J-1);
    MATRIZ_B(I,I+1) = - R_VE(J);
    J = J + 1;
end
MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR) = R_S_Q(N+1)*abs(VETOR_XO(N_MAIOR)) +
R_VE(N);
MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR-1) = -R_VE(N);

% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ B(Q) COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS: R_V 76
MATRIZ_B(N_TUR_Q,N_TUR_Q) = R_S_Q(N_TUR_H)*abs(VETOR_XO(N_TUR_Q))...
+ R_VE(N_TUR_H) + R_VE(N_TUR_H-1) + R_V;

% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM A CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 76
% TERMODINAMICAS: R_TH 76
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q) =
R_S_Q(N_VORT_H)*abs(VETOR_XO(N_VORT_Q))...
+ R_TH + R_VE(N_VORT_H-1);
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q+1) = - R_TH;
MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q-1) = - R_VE(N_VORT_H-1);

MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+1) = R_S_Q(N_VORT_H+1)*...
abs(VETOR_XO(N_VORT_Q+1)) + R_TH + R_VE(N_VORT_H+1);
MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q) = - R_TH;
MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+2) = - R_VE(N_VORT_H+1);

% MATRIZ [A]:
% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ [A] COM A CONTRIBUIÇÃO DAS CAPACITANCIAS:C 76
for I = 1:N
    MATRIZ_A(I,I) = C(I);
end
MATRIZ_A(X_ST,X_ST) = C_ST;

% # PREENCHIMENTO DA MATRIZ_A RECEBENDO CONTRIBUIÇÃO DAS INDUTANCIAS: L
J = 1;
for I = N+1:N_MAIOR
    MATRIZ_A(I,I) = L(J);
    J = J+1;
end

% VETOR {C}: 76
% # PREENCHIMENTO DO VETOR C:
% DV_DT - TAXA DE VARIAÇÃO DO VOLUME DO VÓRTICE NO ELEMENTO CONCENTRADO.
DV_DT = VET_U(i);
VETOR_C(N_VORT_H,1) = DV_DT;
VETOR_C(N_VORT_Q,1) = -R_TH*DV_DT;
VETOR_C(N_VORT_Q+1,1) = +R_TH*DV_DT;
MATRIZ_AB = linsolve(MATRIZ_A,MATRIZ_B);
MATRIZ_AB = (-1)*MATRIZ_AB;
VETOR_AC = linsolve(MATRIZ_A,VETOR_C);

% RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM :
76
% # RESOLUCAO DO SISTEMA:
MAT_X(i+1,:) = VETOR_XO';

```

```

VETOR_X1 = VETOR_XO;
VETOR_K1 = (MATRIZ_AB*VETOR_X1 + VETOR_AC);

VETOR_X1 = VETOR_XO + (DT/2) * (VETOR_K1);
VETOR_K2 = (MATRIZ_AB*VETOR_X1 + VETOR_AC);

VETOR_X1 = VETOR_XO + (DT/2) * (VETOR_K2);
VETOR_K3 = (MATRIZ_AB*VETOR_X1 + VETOR_AC);

VETOR_X1 = VETOR_XO + (DT) * (VETOR_K3);
VETOR_K4 = (MATRIZ_AB*VETOR_X1 + VETOR_AC);

VETOR_X = VETOR_XO + (DT/6) * (VETOR_K1 + 2*VETOR_K2 + 2*VETOR_K3 +
VETOR_K4);
VETOR_XO = VETOR_X;
i = i + 1;
T(i)
end
toc

```

APÊNDICE 5 – CÓDIGO DA ROTINA LU PARA SISTEMAS LINEARES

Esta rotina é responsável por resolver o sistema linear de equações para determinação da condição inicial do regime transiente no PVI.

```

SUBROUTINE METHOD_LU(X,A,B,N,NC)
C
C METODO DE LU COM PIVOTIAMENTO PARCIAL OTIMIZADO
C EXPLICAÇÃO:
C RESOLVE UM SISTEMA LINEAR ALGEBRICO DO TIPO [A]{X}=[B], EM QUE [A] E [B]
C SÃO MATRIZES DE ORDEM (NxN) E AS SOLUÇÃO DO SISTEMA DEVERÁ SER UMA MATRIZ
C DE ORDEM (NxN).SOMENTE MATRIZES QUADRADAS.
C
real A(N,N), B(N,NC)
real L(N,N), U(N,N), P(N,N)
real X(N,NC), Y(N,NC)
real temp(1,N)
real pivot
integer k, m, cont
  L(:, :) = 0
do i = 1,N
  L(i,i) = 1
end do
  P(:, :) = L(:, :)
  U(:, :) = A(:, :)
  cont = 0
do k=1,N
  pivot = maxval(abs(U(k:N,k)))
do i = k,N
if (abs(U(i,k)).EQ.pivot) then
  m = i - cont
  cont = cont + 1
end if
end do
  m = m + k - 1
if (m.NE.k) then
C interchange rows m and k in U
  temp(1,:) = U(k,:)
  U(k,:) = U(m,:)
  U(m,:) = temp(1,:)
C interchange rows m and k in P
  temp(1,:) = P(k,:)
  P(k,:) = P(m,:)
  P(m,:) = temp(1,:)
if (k.GE.2) then
  temp(1,:) = L(k,1:k-1)
  L(k,1:k-1) = L(m,1:k-1)
  L(m,1:k-1) = temp(1,:)
end if
end if
do j = k+1,N
  L(j,k) = U(j,k)/U(k,k)
  U(j,:) = U(j,:) - L(j,k)*U(k,:)

```

```

end do
end do
B = matmul(P,B) !PIVOTIAMENTO PARCIAL
Y(:, :) = 0
do j=1,N-1
    Y(j,1:NC) = B(j,1:NC)/L(j,j)
    B(j+1:N,1:NC) = B(j+1:N,1:NC) -matmul(L(j+1:N,j:j),Y(j:j,1:NC))
end do
Y(N,1:NC) = B(N,1:NC)/L(N,N)
X(:, :) = 0
do j=N,2,-1
    X(j,1:NC) = B(j,1:NC)/U(j,j)
    B(1:j-1,1:NC) = B(1:j-1,1:NC) -
1,j:j),X(j:j,1:NC))
end do
X(1,1:NC) = B(1,1:NC)/U(1,1)
end

```

APÊNDICE 6 – CÓDIGO DA ROTINA GET-ARQUIVE

Esta rotina é responsável por criar as áreas de memória dinâmica (MMS) e dos diretórios (DAT) para armazenamento de dados de retorno modelo hidrodinâmico.

```

C -----71
C INICIO DO PROGRAMA
C -----71
C OBJETIVO DO GET_ARQUIVE:
CC
C O "GET_ARQUIVE" TEM O OBJETIVO DE LOCALIZAR O DIRETORIO "/USER"
C PARA FORNECER SUPORTE AS ÁREAS DE DADOS CRIADAS NESSA ROTINA
C COMO PROPOSITO DE ARMAZENAR A VAZAO CALCULADA PELO MODELO
C HIDROACUSTICO NO GERENCIADOR DE MEMORIA, AREA CONSULTADA
C FREQUENTEMENTE PELO SOLVER DO ANSYS-CFX
C
C DESCRICOES DAS FUNÇÕES EXISTENTES NO ANSYS-CFX:
C PSHDIR - GARANTE QUE O DIRETORIO ATUAL DE TRABALHO É O DIRETÓRIO
C ESCOLHIDO.
C USER_PEEKR - LÊ INFORMAÇÃO REGISTRADA NA "CEL" DO ANSYS-CFX E
C ARMAZENA NAS VARIÁVEIS DESIGNADAS.
C MAKDAT - CRIA UMA AREA DE DADO NO ATUAL DIRETORIO DE TRABALHO.
C POKER - LE A INFORMAÇÃO NA DETERMINADA AREA DE DADO E REGISTRA A
C INFORMAÇÃO NA VARIÁVEL ESCOLHIDA.
C POPDIR - RETORNA PARA O DIRETORIO ANTERIOR
CC-----71
C STEP 1
#include "cfx5ext.h"
dllexport(get_arquivo)
SUBROUTINE GET_ARQUIVE( CZ,DZ,IZ,LZ,RZ )
IMPLICIT NONE
C -----71
C BLOCO 1 - BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "MMS.h"
#include "stack_point.h"
#include "cfd_constants.h"
CC
C -----71
C BLOCO 2 - PILHAS DO TIPO: REAL, INTEIRO, LOGICO E ALFANUMÉRICO
C -----71
INTEGER IZ(*)
CHARACTER CZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISION DZ(*)
LOGICAL LZ(*)
REAL RZ(*)
C -----71
C BLOCO 3 - DECLARACAO DE PARAMETROS DO TIPO: REAL
C -----71
C ROUTIN - NOME DA DESSA SUBROTINA [-]
C R_MAX - RAO NA ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL. [M]
C RHO - DENSIDADE DA AGUA [KG/M^3]
C G - GRAVIDADE [M/S^2]
CHARACTER*(*) ROUTIN
PARAMETER (ROUTIN='GET_ARQUIVE')
REAL, PARAMETER :: G = 9.81
REAL, PARAMETER :: RHO = 997
REAL, PARAMETER :: R_MAX = 4.82

```

```

C -----71
C BLOCO 4 - DECLARACAO DE VARIABEIS DO TIPO: REAL
C -----71
C   DVAPOUR - TAXA DE VARIACAO DO VOLUME DE VAPOR           [M^3/S]
C   QO - VAZAO OPERATIVA                                     [M^3/S]
C   VAPOUR_NOW - VOLUME DE VAPOR DESTA INSTANTE             [M^3]
C   VAPOUR_PREVIOUS1 - VOLUME DE VAPOR DO INSTANTE ANTERIOR [M^3]
C   VAPOUR_PREVIOUS2 - VOLUME DE VAPOR DO INSTANTE ANTERIOR [M^3]
C   VAZAO - VALOR DA VAZAO VOLUMETR. ARMAZENADA NA MEMORIA [M^3/S]
C   MASS - VALOR DO FLUXO MÁSSICO ARMAZENADO NA MEMORIA    [M^3/S]
C   CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA            [-]
C   CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA            [-]

REAL          DVAPOUR
REAL          QO
REAL          VAPOUR_PREVIOUS1
REAL          VAPOUR_PREVIOUS2
REAL          VAZAO
REAL          MASS
CHARACTER*(4) CRESLT
CHARACTER*(4) CERACT
C -----71
C BLOCO 5 - DECLARACAO DE VARIABEIS DO TIPO: PONTEIRO
C -----71
C OBJETIVO DOS PONTEIROS:
C   OS PONTEIROS SAO NECESSARIOS PARA LOCALIZAR AS VARIABEIS QUE
C   TRANSITAM PELAS AREAS DE DADOS DA MEMORIA DO SOLVER.
CC
    __stack_point__  pVAPOUR
    __stack_point__  pDVAPOUR
    __stack_point__  pVAZAO
    __stack_point__  pMASS
CC
CC STEP2
C -----71
C BLOCO 6 - PREPARACAO DO AMBIENTE DE COMUNICACAO
C -----71
CALL USER_PEEKR('QO', 1, QO, 'SKIP', CRESLT, CZ)
    VAPOUR_PREVIOUS1 = 0.0
    VAPOUR_PREVIOUS2 = 0.0
    VAZAO = 0.0
    DVAPOUR = 0.0
    MASS = RHO*QO
CC
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
CALLMAKDAT('VAZAO', 'REAL', 'STOP', 1, pVAZAO, CRESLT)
CALLPOKER('VAZAO', 1, VAZAO, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLMAKDAT('MASS', 'REAL', 'STOP', 1, pMASS, CRESLT)
CALLPOKER('MASS', 1, MASS, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLMAKDAT('VAPOUR', 'REAL', 'STOP', 2, pVAPOUR, CRESLT)
CALLPOKER('VAPOUR', 1, VAPOUR_PREVIOUS1, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOKER('VAPOUR', 2, VAPOUR_PREVIOUS2, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLMAKDAT('DVAPOUR', 'REAL', 'STOP', 1, pDVAPOUR, CRESLT)
CALLPOKER('DVAPOUR', 1, DVAPOUR, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOPDIR('STOP', CRESLT)
C   VISUALIZAR NO PROMPT O VALOR DA VAZAO (MEMORIA).
PRINT*, QO, 'OK'
END
71

```

APÊNDICE 7 – CONFIGURAÇÃO DO MODELO HIDRODINÂMICO NO AMBIENTE ANSYS-CFX

1. Condição inicial

Realização de simulação CFD pura do escoamento na condição operativa considerada no domínio do modelo HD, como condição inicial para os campos de pressão e vazão a ser carregada para o modelo HD.

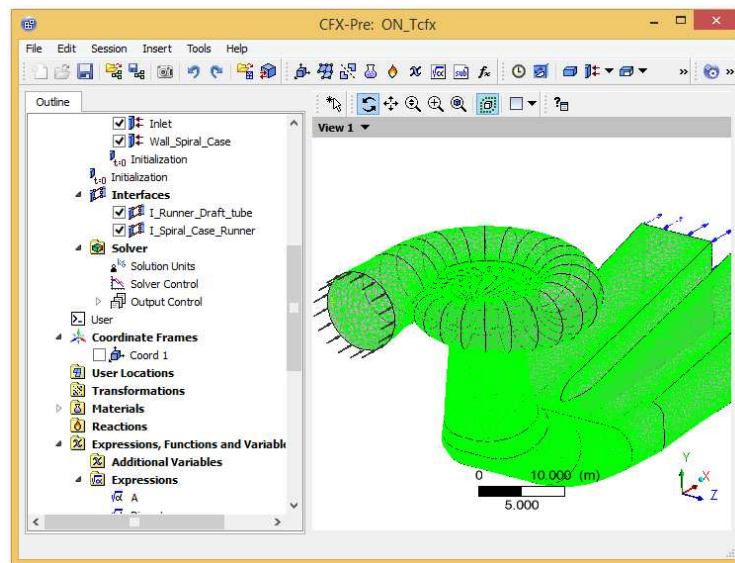


FIGURA 1 – MODELO 3D DO FLUIDO NO DOMÍNIO DO MODELO HD
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2

2. Configuração do sistema de coordenadas local sobre a face da seção de entrada da caixa espiral

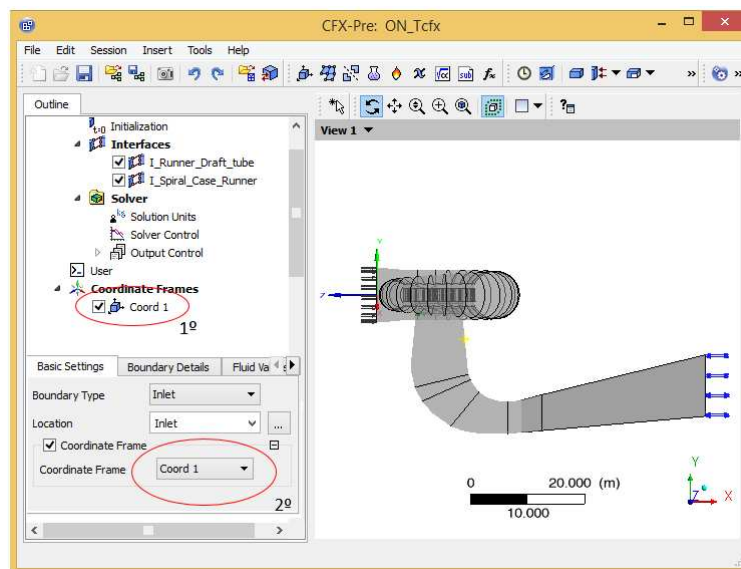


FIGURA 2– SISTEMA DE COORDENADA LOCAL
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2

3. Parametrização de expressões matemáticas ou variáveis necessárias para o modelo hidroacústico

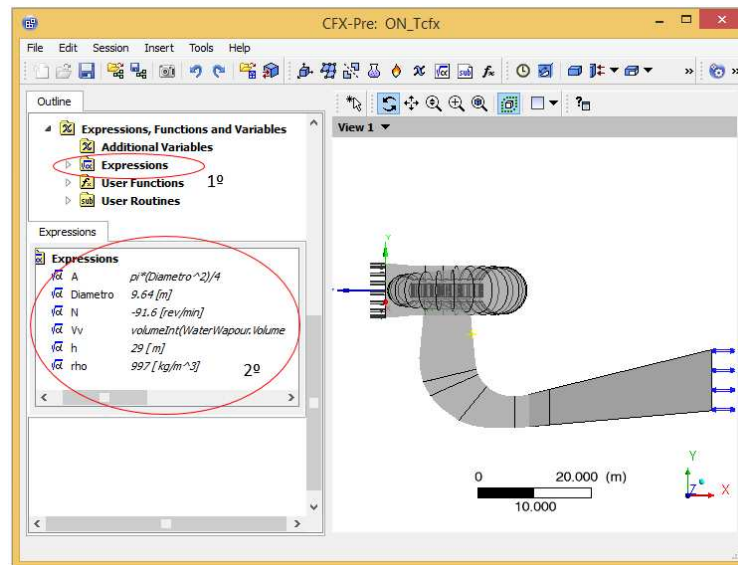


FIGURA 3 – PARAMETRIZAÇÃO DE EXPRESSÕES E VARIÁVEIS PARA O MODELO HA
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2

4. Parametrização das condições operativas

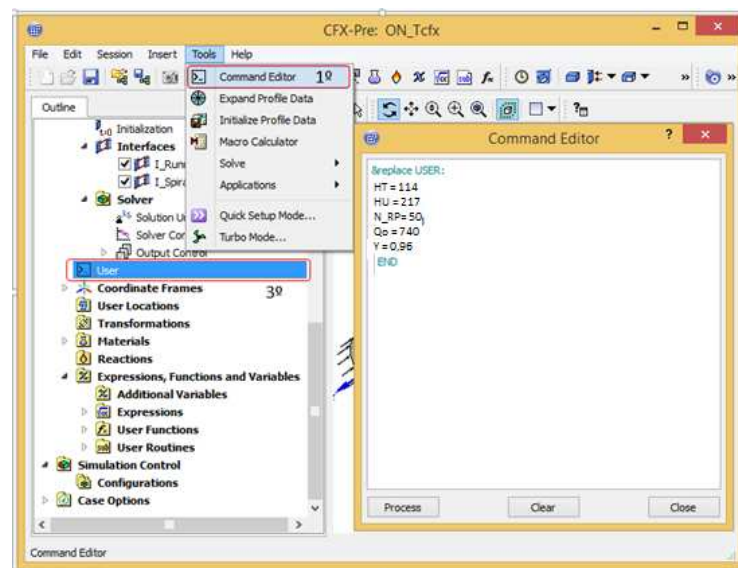


FIGURA 4 – PARAMETRIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES OPERATIVAS
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2

5. Configuração das rotinas e funções de usuário (CEL e Junction Box)

A configuração das *User CEL Function* e das *Junction Box Routine*, inicia-se definindo uma “*User Routine*”, através das seguintes informações básicas: nome da rotina, nome da biblioteca compartilhada, diretório da biblioteca (para o caso de função CEL), e momento da execução da rotina (para o caso de rotinas Junction Box), como indicado na Figura 5.

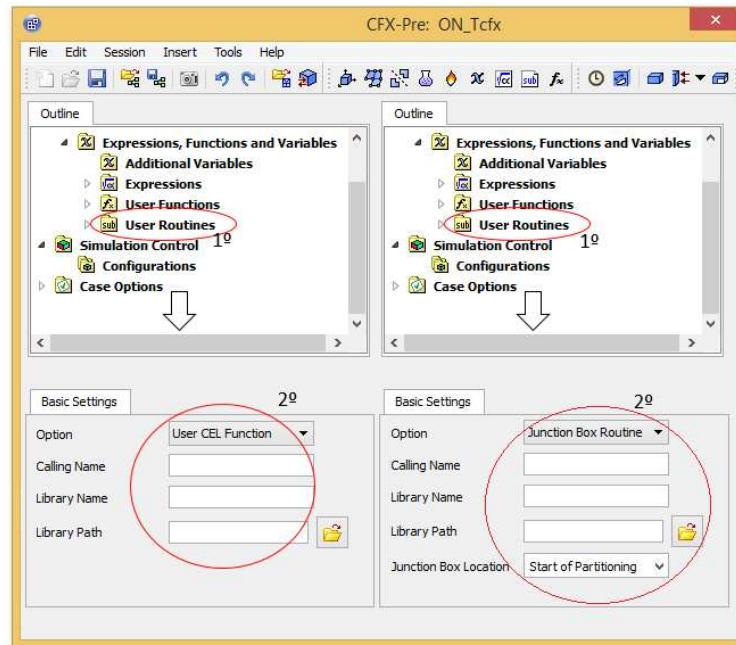


FIGURA 5 – USER CEL FUNCTION E JUNCTION BOX ROUTINE.
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2

Na sequência é listado o passo-a-passo para configurar uma *User CEL Function* e a *Junction Box Routine* no ambiente ANSYS/CFX:

- “User Routine: *User CEL Function*”
 1. “Simulation → Expressions/Functions/Variables → User Routines”.
 2. Definir o **nome da rotina**: “ProfVeloc”, “VolVap”, “dVolVap”, “VazaoInlet”.
 3. No campo **Calling Name** define o nome da sub-routine Fortran: “vazao_massic”.
 4. No **Library Name**: “hidroacustic”.
 5. O **Library Path** é o diretório da pasta que contém: *winnt-amd64*. No presente caso: “C:\SIMULACAO\MARRA\MAR\27_03_DRAFT”.
- “User Routine: *Junction Box Routine*”
 6. “Simulation → Expressions/Functions/Variables → User Routines”.
 7. Definir o **nome da rotina**: “IniData”, “Transient”.
 8. No campo **Calling Name** define o nome da sub-routine Fortran: “vazao_massic”.
 9. No **Library Name**: “hidroacustic”.
 10. O **Library Path** é o diretório da pasta que contém: *winnt-amd64*. No presente caso: “C:\SIMULACAO\MARRA\MAR\27_03_DRAFT”.
 11. No **Junction Box Location**: “Start of Run”, “End of Time Step”

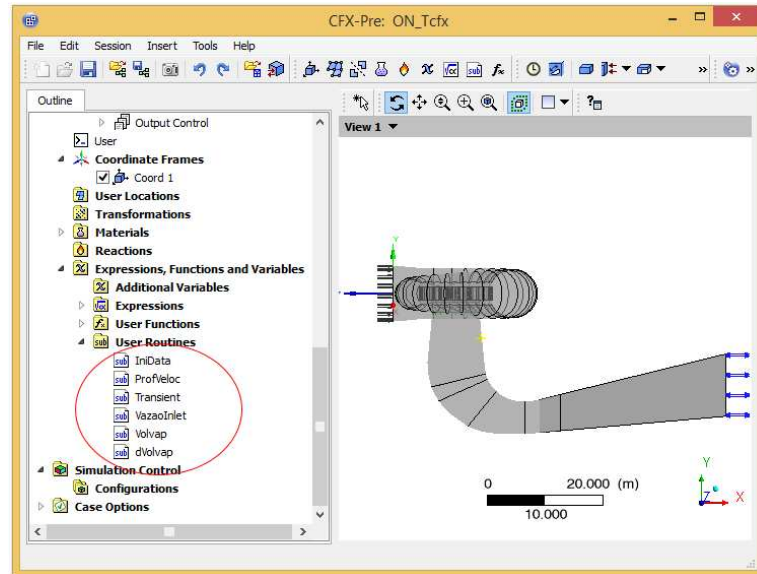


FIGURA 6 – USER ROUTINES UTILIZADAS NO MODELO *HD-HA*.
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX17.2

Tabela 8-1 - Resumo das *User Routines* utilizadas no modelo *HD-HA*-alta carga

<i>User Routine</i>	Junction Box Routine / User CEL Function	<i>Calling Name</i>	<i>Library Name</i>	<i>Library Path</i>	<i>Junction Box Location</i>
<i>IniData</i>	<i>Junction Box Routine</i>	<i>get_arquive</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	<i>Start of Run</i>
<i>FluxoMassic</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vazao_massic</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	(-)
<i>Transient</i>	<i>Junction Box Routine</i>	<i>instability</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	<i>End of Time Step</i>
<i>VazaoInlet</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vazao_inlet</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	(-)
<i>VolValp</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>vapour_value</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	(-)
<i>dVolVap</i>	<i>User CEL Function</i>	<i>dvapour_value</i>	<i>hidroacustic</i>	(...)	(-)

Após definir as rotinas externas (*User Routines*), é necessário definir também as funções que atuam sobre o modelo hidrodinâmico (*User Function*). No presente caso, uma função deve atualizar a condição de contorno de entrada (*Fluxo mássico*) e as outras devem gerar gráficos no monitoramento das variáveis com o valor do volume da cavidade do vórtice (*Vapour*), a taxa de variação do volume de vapor do vórtice (*dVapour*) e o valor da vazão do modelo *HA* que atualiza as condições de contorno (*Fluxo mássico*).

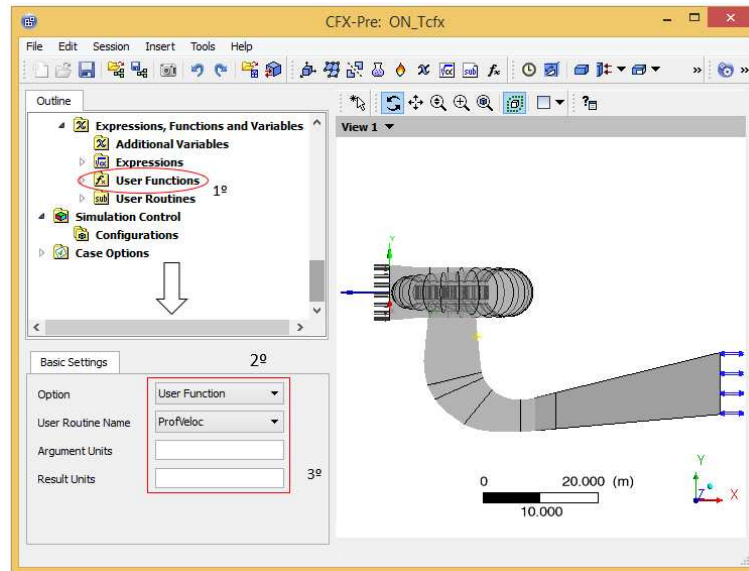


FIGURA 7 – UNIDADE DOS ARGUMENTOS DE TRANSIÇÃO DA USER FUNCTION.
FONTE: TELA DO ANSYS-CFX 17.2.

Na Figura 7 é ilustrado os passos para esse procedimento e na sequência o passo-a-passo para configurar uma *User Function* no ambiente ANSYS/CFX:

- “User Function”:
 1. “Simulation → Expressions/Functions/Variables → User Functions”.
 2. Selecione o nome dado a “User Routine” que neste caso é: “vazao_massic” ou “Vapour”, “dVapour” ou “Vazao”.
 3. Em **Argument Units** é passado a lista de argumentos que o Fortran deverá receber para executar os cálculos, é: $[m]$ ou $[]$ ou $[]$ ou $[]$.
 4. Em **Result Units** define a unidade da variável que será retornada pelo código em Fortran, neste caso é: $[kg\ s^{-1}]$ ou $[m^3]$ ou $[m^3\ s^{-1}]$ ou $[m^3\ s^{-1}]$.

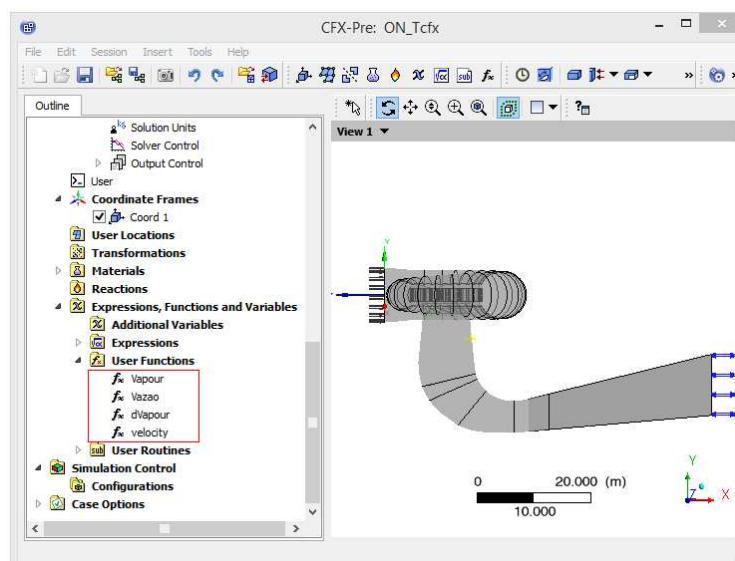


FIGURA 8 - USER FUNCTION UTILIZADAS NO MODELO HD-HA.
FONTE: TELA DO ANSYS/CFX 17.2.

APÊNDICE 8 – ROTINAS VAZÃO_MASSICA, VAZAO-INLET, DVAPOUR_VALUE E VAPOUR_VALUE

vazao_massica:

```

C -----71
C INICIO DA ROTINA
C -----71
C OBJETIVO DO VAZAO_MASSICA:
C   ATUALIZAR A CONDICAÇÃO DE CONTORNO DENOMINADA COMO ENTRADA DA
C   CAIXA ESPIRAL COM O VALOR DO FLUXO MASSICO, CALCULADA PELO
C   MODELO HIDROACUSTICO (ROTINA INSTABILITY).
CC
C   DESCRICOES DAS FUNÇÕES EXISTENTES NO ANSYS-CFX:
C   SET_A_0 - A VARIÁVEL DE RETORNO É INICIALMENTE ZERADA.
C   LFLAG - VERIFICA SE A ÁREA DE DADO MASS EXISTE.
C   PSHDIR - GARANTE QUE O DIRETORIO ATUAL DE TRABALHO É O DIRETÓRIO
C   ESCOLHIDO.
C   USER_PEEKR - LÊ INFORMAÇÃO REGISTRADA NA "CCL" DO ANSYS-CFX E
C   ARMAZENA NAS DESIGNAS VARIÁVEIS.
C   PEERK - O VALOR QUE CONSTA NA ÁREA DE DADO NAQUELE INSTANTE E
C   GRAVADO EM UMA VARIÁVEL - (VAZAO).
C   POPDIR - RETORNA PARA O DIRETORIO ANTERIOR.
C -----71
C STEP 1
#include "cfx5ext.h"
dllexport(vazao_massica)
SUBROUTINE VAZAO_MASSICA( NLOC, NRET, NARG, RET, ARGS,
&                        CRESLT, CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
INTEGER NARG, NRET, NLOC, ILOC
REAL ARGS(NLOC,NARG), RET(NLOC,NRET)
INTEGER IZ(*)
CHARACTER CZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISION DZ(*)
LOGICAL LZ(*)
REAL RZ(*)
C -----71
C BLOCO 1 - BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "stack_point.h"
#include "MMS.h"
#include "cfd_constants.h"
C -----71
C BLOCO 2 - DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS DO TIPO: REAL E ALFANUMERICAS
C -----71
C   Q_MASS - VALOR DO FLUXO MASSICO [KG/S]
C   CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA [-]
C   CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA [-]
REAL Q_MASS
CHARACTER*4 CRESLT
CHARACTER*4 CERACT
C -----71
C BLOCO 3 - ROTINAS EXTERNAS E VARIÁVEIS LÓGICAS
C -----71
LOGICAL LFLAG
LOGICAL LFIL
EXTERNAL LFIL

```

```

C STEP 2
C -----71
C BLOCO 4 - COMUNICAÇÃO DE ATUALIZAÇÃO DA CONDIÇÃO DE CONTORNO NO HD
C -----71
CALL SET_A_0( RET, NLOC*NRET )
      LFLAG = LFIL('/USER/MASS')
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
IF (.NOT.LFLAG) THEN
CALL USER_PEEKR('QMASS', 1, Q_MASS, 'SKUP', CRESLT, CZ)
ELSE
CALLPEEKR('MASS', 1, Q_MASS, 'STOP', CRESLT, RZ)
END IF
DO ILOC = 1,NLOC
RET(ILOC,1) = Q_MASS
END DO
CALLPOPDIR('STOP',CRESLT)
END
C -----71

```

vazao_inlet:

```

C -----71
C INICIO DA ROTINA
C -----71
C OBJETIVO DO VAZAO_INLET:
C     VISUALIZAR A EVOLUCAO DA VAZAO NA ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL
C     DURANTE A EXECUCAO DA SOLUCAO DOS MODELOS.ESSA VARIACAO E
C     OBSERVADA NA JANELA DE MONITORAMENTOS DO ANSYS-CFX,
C     JUNTAMENTE COM OUTRAS VARIÁVEIS.
CC
C DESCRICOES DAS FUNCOES EXISTENTES NO ANSYS-CFX:
C     SET_A_0 - A VARIÁVEL DE RETORNO E INICIALMENTE ZERADA.
C     LFLAG - VERIFICA SE A AREA DE DADO VAZAO EXISTE.
C     PSHDR - GARANTE QUE O DIRETORIO ATUAL DE TRABALHO e O DIRETORIO
C             ESCOLHIDO.
C     USER_PEEKR - LÊ INFORMAÇÃO REGISTRADA NA "CCL" DO ANSYS-CFX E
C                 ARMAZENA NAS DESIGNAS VARIÁVEIS.
C     PEERK - O VALOR QUE CONSTA NA AREA DE DADO NAQUELE INSTANTE E
C             GRAVADO EM UMA VARIÁVEL - (VAZAO).
C     POPDIR - RETORNA PARA O DIRETORIO ANTERIOR.
C -----71
C STEP 1
#include "cfx5ext.h"
dllexport(vazao_inlet)
SUBROUTINE VAZAO_INLET( NLOC, NRET, NARG, RET, ARGS, CRESLT,
&                      CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
INTEGER          NARG, NRET, NLOC, ILOC
REAL ARGS(NLOC,NARG), RET(NLOC,NRET)
INTEGER IZ(*)
CHARACTER CZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISION DZ(*)
LOGICAL LZ(*)
REAL RZ(*)
CC
C -----71
C BLOCO 1 - BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "stack_point.h"
#include "MMS.h"
#include "cfd_constants.h"
CC
C -----71
C BLOCO 2 - DECLARACAO DE PARAMETROS DO TIPO: REAL E ALFANUMERICAS
C -----71
C     VAZAO - VALOR DA VAZAO ARMAZENADO NA MEMORIA          [M^3/S]
C     CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA          [-]
C     CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA           [-]
CC
REAL          VAZAO
CHARACTER*4    CRESLT
CHARACTER*4    CERACT
C -----71
C BLOCO 3 - ROTINAS EXTERNAS E VARIÁVEIS LOGICAS
C -----71
LOGICAL        LFLAG
LOGICAL        LFIL
EXTERNAL        LFIL

```

```

C STEP 2
C -----71
C   BLOCO 4 - COMUNICAÇÃO PARA VISUALIZAÇÃO DA EVOLUÇÃO DA VAZAO NA
C             ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL NO MODELO HD
C -----71
CALL SET_A_0( RET, NLOC*NRET )
LFLAG = LFIL('/USER/VAZAO')
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
IF (.NOT.LFLAG) THEN
CALL USER_PEEKR('QO', 1, VAZAO, 'SKIP', CRESLT, CZ)
ELSE
CALLPEEKR('VAZAO', 1, VAZAO, 'STOP', CRESLT, RZ)
END IF
DO ILOC = 1,NLOC
RET(ILOC,1) = VAZAO
END DO
CALLPOPDIR('STOP',CRESLT)
END
C -----71

```


dvapour_value:

```

C -----71
C INICIO DA ROTINA
C -----71
C OBJETIVO DO DVAPOUR_VALUE:
C     VISUALIZAR A EVOLUCAO DA TAXA DE VARIACAO DO VOLUME DE VAPOR
C     DO VORTICE CAVITANTE DURANTE A EXECUCAO DA SOLUCAO DOS MODELOS.
C     ESSA VARIACAO E OBSERVADA NA JANELA DE MONITORAMENTOS DO CFX,
C     JUNTAMENTE COM OUTRAS VARIABEIS.
CC
C DESCRICOES DAS FUNÇÕES EXISTENTES NO ANSYS-CFX:
C     SET_A_0 - A VARIABEL DE RETORNO É INICIALMENTE ZERADA.
C     LFLAG - VERIFICA SE A AREA DE DADO DVAPOUR EXISTE.
C     PSHDIR - GARANTE QUE O DIRETORIO ATUAL DE TRABALHO É O DIRETÓRIO
C             ESCOLHIDO.
C     PEERK - LER O VALOR DA VARIABEL DVAPOUR EM SUA RESPECTIVA AREA
C             DE DADO (MMS) E ARMAZENAR EM UMA VARIABEL LOCAL.
C     POPDIR - RETORNA AO DIRETORIO ANTERIOR.
C -----71
C STEP 1
C
#include "cfx5ext.h"
dllexport(dvapour_value)
SUBROUTINE DVAPOUR_VALUE( NLOC, NRET, NARG, RET, ARGS, CRESLT,
&                        CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
INTEGER          NARG, NRET, NLOC, ILOC
REALARGS(NLOC,NARG), RET(NLOC,NRET)
INTEGERIZ(*)
CHARACTERCZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISIONDZ(*)
LOGICALLZ(*)
REALRZ(*)
C
C -----71
C BLOCO 1 - BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "stack_point.h"
#include "MMS.h"
#include "cfd_constants.h"
C
C -----71
C BLOCO 2 - DECLARACAO DE PARAMETROS DO TIPO: REAL
C -----71
C     DVAPOUR - VALOR DA TAXA DE VARIACAO DO VOLUME DE VAPOR ...
C             ... PARA RETIRAR DA MEMORIA E ARMAZENAR NESTA ...
C             ... VARIABEL.                                     [M^3/S]
C     CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA                [-]
C     CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA                [-]
CC
REAL              DVAPOUR
CHARACTER*4       CERACT
CHARACTER*4       CRESLT
C
C
C
C

```

```

C STEP 2
C -----71
C   BLOCO 3 - COMUNICAÇÃO DVAPOUR_VALUE
C -----71
CALL SET_A_0( RET, NLOC*NRET )
      LFLAG = LFIL('/USER/DVAPOUR')
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
IF (.NOT.LFLAG) THEN
      DVAPOUR = 0.0
ELSE
CALLPEEKR('DVAPOUR', 1, DVAPOUR, 'STOP', CRESLT, RZ)
END IF
CC
DO ILOC = 1,NLOC
RET(ILOC,1) = DVAPOUR
END DO
CALLPOPDIR('STOP',CRESLT)
CC
END
C -----71

```

vapour_value:

```

C -----71
C INICIO DA ROTINA
C -----71
C OBJETIVO DO DVAPOUR_VALUE:
C     VISUALIZAR A EVOLUCAO DO VOLUME DE VAPOR DO VORTICE CAVITANTE
C     DURANTE A EXECUCAO DA SOLUCAO DOS MODELOS. ESSA VARIACAO E
C     OBSERVADA NA JANELA DE MONITORAMENTOS DO ANSYS-CFX, JUNTAMENTE
C     COM OUTRAS VARIAVEIS.
C
C DESCRICOES DAS FUNÇÕES EXISTENTES NO ANSYS-CFX:
CC
C     SET_A_0 - A VARIABEL DE RETORNO É INICIALMENTE ZERADA.
C     LFLAG - VERIFICA SE A AREA DE DADO VAPOUR EXISTE.
C     PSHDR - GARANTE QUE O DIRETORIO ATUAL DE TRABALHO É O DIRETÓRIO
C             ESCOLHIDO.
C     PEERK - LER O VALOR DA VARIABEL DVAPOUR EM SUA RESPECTIVA AREA
C             DE DADO (MMS) E ARMAZENAR EM UMA VARIABEL LOCAL.
C     POPDIR - RETORNA AO DIRETORIO ANTERIOR.
C -----71
C STEP 1
#include "cfx5ext.h"
dllexport(vapour_value)
SUBROUTINE VAPOUR_VALUE( NLOC, NRET, NARG, RET, ARGS, CRESLT,
&                        CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
INTEGER          NARG, NRET, NLOC, ILOC
REALARGS(NLOC,NARG), RET(NLOC,NRET)
INTEGERIZ(*)
CHARACTERCZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISIONDZ(*)
LOGICALLZ(*)
REALRZ(*)
CC
C -----71
C BLOCO 1 - BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "stack_point.h"
#include "MMS.h"
#include "cfd_constants.h"
CC
C -----71
C BLOCO 2 - DECLARACAO DE VARIAVEIS DO TIPO: REAL E ALFANUMERICAS
C -----71
C     VAPOUR - VALOR DO VOLUME DE VAPOR RETIRADO A PARTIR DA MEMORIA
C             E ARMAZENAR NESTA VARIABEL. [M^3]
C     CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA [-]
C     CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA [-]
CC
REAL            VAPOUR
CHARACTER*4     CRESLT
CHARACTER*4     CERACT
C -----71
C BLOCO 3 - ROTINAS EXTERNAS E VARIAVEIS LOGICAS
C -----71
LOGICAL         LFLAG
LOGICAL         LFIL
EXTERNAL        LFIL

```

```

C STEP 2
C -----71
C   BLOCO 4 - COMUNICAÇÃO VAPOUR_VALUE
C -----71
CALL SET_A_0( RET, NLOC*NRET )
LFLAG = LFIL('/USER/VAPOUR')
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
IF (.NOT.LFLAG) THEN
    VAPOUR = 0
ELSE
CALLPEEKR('VAPOUR', 1, VAPOUR, 'STOP', CRESLT, RZ)
END IF
CC
DO ILOC = 1,NLOC
RET(ILOC,1) = VAPOUR
END DO
CALLPOPDIR('STOP',CRESLT)
END
C-----71

```

APÊNDICE 9 – ROTINA DA JUNCTION BOX *INSTABILITY* DO MODELO HIDROACÚSTICO PARA ALTA CARGA

Instability:

```

C -----71
C   BLOCO 1 – INCLUSÃO DA ROTINA NA BIBLIOTECA DO CFX:
C -----71
#include "cfx5ext.h"
dllexport(instability)
SUBROUTINEINSTABILITY( CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
IMPLICIT NONE
CC
INTEGERIZ(*)
CHARACTERCZ(*)*(1)
DOUBLE PRECISIONDZ(*)
LOGICALLZ(*)
REALRZ(*)
CC
#include "MMS.h"
#include "stack_point.h"
#include "cfd_constants.h"
CC
C -----71
C   BLOCO 2 - DECLARACAO DE VARIAVEIS DO TIPO: ALFANUMERICAS
C -----71
C       ROUTIN - VARIÁVEL QUE CONTÉM O NOME DESSA ROTINA           [-]
C       CDIR_GLOB - DIRETORIO QUE CONTEM AS INFORMACOES DA MALHA   [-]
C       CERACT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA               [-]
C       CRESLT - INDICAR OS FLAGS DE ERROS DA ROTINA               [-]
C       CZONE - NOME DO DOMÍNIO DEFINO PELO SOLVER                 [-]
C       USER_DOMAIN_NAME - NOME DO DOMÍNIO DEFINO PELO USUARIO    [-]
CC
CHARACTER*(*)    ROUTIN
PARAMETER (ROUTIN='INSTABILITY')
CHARACTER*(120) CDIR_GLOB
CHARACTER*(20)  CZONE
CHARACTER*(4)   CERACT
CHARACTER*(4)   CRESLT
CHARACTER*(20)  USER_DOMAIN_NAME
C -----71
C   BLOCO 3 - DECLARACAO DOS PARAMETROS FISICOS DO TIPO: REAL
C -----71
C       E_WATER - MODULO DE COMPRESSIBILIDADE DA ÁGUA             [PA]
C       E_STEEL - MODULO DE ELASTICIDADE DO AÇO                   [PA]
C       EXP_POLY - RAZAO ENTRE CP E CV                             [-]
C       F - FATOR DE ATRITO CONSTANTE                             [-]
C       G - GRAVIDADE                                              [M/S^2]
C       MI_WATER - VISCOSIDADE DA ÁGUA                             [PA.S]
C       MI_STEEL - VISCOSIDADE DO AÇO                              [PA.S]
C       MI_THERM - VISCOSIDADE TERMODINAMICA                      [PA.S]
C       N_MOL - NUMERO DE MOLS DA AGUA                             [-]
C       P_VAP - PRESSAO DE VAPOR NA TEMPERATURA AMBIENTE          [PA]
C       P_ATM - PRESSAO ATMOSFÉRICA                                [PA]
C       PIH - VALOR DA CONSTANTE                                   [-]
C       RHO - DENSIDADE                                             [KG/M^3]
C       RHO_VAP - DENSIDADE DO VAPOR D'AGUA                       [KG/M^3]

```

```

C -----71
C BLOCO 3 - CONTINUACAO...
C -----71
C HZT - NIVEL DA RODA TURBINA [M]
C R_GAS_PERF - CONSTANTES DOS GASES PERFEITOS [-]
C TH - CONSTANTE DO RELAXATION TIME [S]
C T_GAS - TEMPERATURA DO VAPOR D'AGUA [K]
REAL, PARAMETER :: E_WATER = 2.14E9
REAL, PARAMETER :: E_STEEL = 210E09
REAL, PARAMETER :: EXP_POLY = 1.4
REAL, PARAMETER :: F = 0.02159
REAL, PARAMETER :: G = 9.81
REAL, PARAMETER :: MI_WATER = 0.001
REAL, PARAMETER :: MI_STEEL = 1.E20
REAL, PARAMETER :: N_MOL = 18.016
REAL, PARAMETER :: P_VAP = 3169
REAL, PARAMETER :: P_ATM = 1E5
REAL, PARAMETER :: PIH = 3.1415926
REAL, PARAMETER :: RHO = 997
REAL, PARAMETER :: RHO_VAP = 1.25;
REAL, PARAMETER :: HZT = 87.5
REAL, PARAMETER :: R_GAS_PERF = 8.31
REAL, PARAMETER :: TH = 0.196
REAL, PARAMETER :: T_GAS = 298
CC
C -----71
C BLOCO 4 - DECLARACAO DOS PARAMETROS GEOMETRICOS DO TIPO: REAL
C -----71
C ABER_MAX - ABERTURA MAXIMA POSSIVEL [M]
C ALTURA_ALETA - ALTURA DE CADA ALETA [M]
C D_ST - DIAMETRO DO DUTO DE VENTILACAO [M]
C D_COND - DIAMETRO DE MAIOR EXTENSÃO DO CONDUTO FORÇADO [M^2]
C D_COND_ENTR - DIAMETRO HIDRÁULICO DA ENTRADA DO CONDUTO
C FORÇADO [M]
C D_COND_SAI - DIAMETRO HIDRAULICO DA SAIDA DO CONDUTO FORÇADO [M]
C D_ESP_ENTR - DIAMETRO HIDRAULICO DA ENTRADA CAIXA ESPIRAL [M]
C D_ESP_SAI - DIAMETRO HIDRAULICO DA SAIDA DA CAIXA ESPIRAL [M]
C D_SUC_ENTR - DIAMETRO HIDRAULICO DA ENTRADA DO TUBO DE SUÇÃO [M]
C D_SUC_SAI - DIAMETRO HIDRAULICO DA SAIDA DO TUBO DE SUÇÃO [M]
C D_TOM_ENTR - DIAMETRO HIDRAULICO DA ENTRADA DA TOMADA D'AGUA [M]
C D_TOM_SAI - DIAMETRO HIDRAULICO DA SAIDA DA TOMADA D'AGUA [M]
C D_TUR -DIAMENTRO DA SAIDA DA RODA DA TURBINA [M]
C E - ESPESSURA DAS CHAPAS DO CONDUTO FORÇADO [M]
C L_COND - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO [M]
C L_COND_VAR - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA
C VARIAÇÃO NA ÁREA DA SEÇÃO [M]
C L_COND_CONST_1 - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA
C ÁREA 1 DE SEÇÃO CONSTANTE [M]
C L_COND_CONST_2 - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORÇADO QUE APRESENTA
C ÁREA 2 DE SEÇÃO CONSTANTE [M]
C (L_COND = L_COND_VAR + L_COND_CONST_1 + L_COND_CONST_2) [M]
C L_ESP - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL [M]
C L_ESP_VAR - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL QUE POSSUI ÁREA
C TRANSVERSAL VARIÁVEL [M]
C L_ESP_CONST - COMPRIMENTO DA CAIXA ESPIRAL QUE POSSUI ÁREA
C TRANSVERSAL CONSTANTE [M]
C L_SUC - COMPRIMENTO DO TUBO DE SUÇÃO [M]
C L_SUC_VORT -
C L_TOM - COMPRIMENTO DA TOMADA D'AGUA [M]

```

```

C -----71
C BLOCO 4 - CONTINUACAO...
C -----71
C L_TANK - POSIÇÃO DO DUTO DE VENTILAÇÃO [M]
C L_CHAM - ALTURA DO NIVEL DO DUTO DE VENTILAÇÃO [MCA]
C VOLSUC - VOLUME DO TUBO DE SUÇÃO QUE CONTEM O VORTICE [M^3]
C N_ALETAS - É O NUMERO DE PALETAS MÓVEIS DO DISTRIBUIDOR [-]
REAL, PARAMETER :: ABER_MAX = 0.592
REAL, PARAMETER :: ALTURA_ALETA = 2.22
REAL, PARAMETER :: D_ST = 2.0
REAL, PARAMETER :: D_COND = 10.5
REAL, PARAMETER :: D_COND_ENTR = 10.5
REAL, PARAMETER :: D_COND_SAI = 9.64
REAL, PARAMETER :: D_ESP_ENTR = 9.64
REAL, PARAMETER :: D_ESP_SAI = 8.76
REAL, PARAMETER :: D_SUC_ENTR = 8.1
REAL, PARAMETER :: D_SUC_SAI = 16.522
REAL, PARAMETER :: D_TOM_ENTR = 32.5
REAL, PARAMETER :: D_TOM_SAI = 10.5
REAL, PARAMETER :: D_TUR = 8.76
REAL, PARAMETER :: E = 0.070
REAL, PARAMETER :: L_COND = 170
REAL, PARAMETER :: L_COND_VAR = 30
REAL, PARAMETER :: L_COND_CONST_1 = 126
REAL, PARAMETER :: L_COND_CONST_2 = 14
REAL, PARAMETER :: L_ESP = 45
REAL, PARAMETER :: L_ESP_VAR = 7
REAL, PARAMETER :: L_ESP_CONST = 38
REAL, PARAMETER :: L_SUC = 52
REAL, PARAMETER :: L_SUC_VORT = 8
REAL, PARAMETER :: L_TOM = 40
REAL, PARAMETER :: L_TANK = 30
REAL, PARAMETER :: L_TUR = 4
REAL, PARAMETER :: L_CHAM = 15
REAL, PARAMETER :: VOLSUC = 515
INTEGER, PARAMETER :: N_ALETAS = 24
CC
C -----71
C BLOCO 5 - DECLARACAO DOS PARAMETROS DE DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL
C -----71
C OS VALORES ATRIBUIDOS AOS PARAMETROS "DX" QUE INDICAM ESPAÇA-
C MENTO DE CADA REGIÃO DO DOMÍNIO, DEVEM SER DIVISORES DOS SEUS
C RESPECTIVOS VALORES FÍSICOS, EXPRESSOS ATRAVES DOS PARAMETROS
C L_COND_VAR, L_COND_CONST_1, L_COND_CONST_2, L_SUC, L_ESP_VAR,
C L_ESP_CONST
CC
C DX_COND_CONST_1 - COMPRIMENTO DO 1o ELEM. DO CONDUTO FORÇADO [M]
C DX_COND_CONST_2 - COMPRIMENTO DO 2o ELEM. DO CONDUTO FORÇADO [M]
C DX_COND_VAR - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIOS VARIÁVEL DO
C CONDUTO FORÇADO [M]
C DX_ESP_CONST - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIOS CONSTANTE DA
C CAIXA ESPIRAL [M]
C DX_ESP_VAR - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DE RAIOS VARIÁVEL DA
C CAIXA ESPIRAL [M]
C DX_SUC - COMPRIM. DO ELEM. DO TUBO DE SUCAO S/ VORTICE [M]
C DX_SUC_VORT - COMPRIM. DO ELEM. DO TUBO DE SUCAO C/ VORTICE [M]
C DX_TOM - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DA TOMADA D'AGUA [M]
C DX_TUR - COMPRIMENTO DO ELEMENTO DA TURBINA [M]
CC

```

```

C -----71
C BLOCO 5 -CONTINUACAO...
C -----71
REAL, PARAMETER :: DX_COND_CONST_1 = 63
REAL, PARAMETER :: DX_COND_CONST_2 = 7
REAL, PARAMETER :: DX_COND_VAR = 1
REAL, PARAMETER :: DX_ESP_CONST = 18
REAL, PARAMETER :: DX_ESP_VAR = 1
REAL, PARAMETER :: DX_SUC = 52
REAL, PARAMETER :: DX_SUC_VORT = 8
REAL, PARAMETER :: DX_TOM = 2
REAL, PARAMETER :: DX_TUR = 4
CC
C -----71
C BLOCO 6 - DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS DO TIPO: INTEIRO
C -----71
C ATSTEP - NUMERO DO PASSO DE TEMPO ACUMULADO [-]
C AUX - VARIÁVEL AUXILIAR NA FUNCTION - LUDCMP [-]
C CTSTEP - NÚMERO DO PASSO DE TEMPO ATUAL (POR EXECUÇÃO) [-]
C I - CONTADOR [-]
C J - CONTADOR [-]
C N - NUMERO DE ELEMENTO HIDRAULICOS PARA O MODELO 1D [-]
C N_MAIOR - NÚMERO DE ELEMENTOS NAS MATRIZES DO SISTEMA
C HIDRAULICO [-]
C N_CE - POSICAO DO ELEMENTO QUE CORRESPONDE A ENTRADA DA
C CAIXA ESPIRAL* [-]
C N_CE_H - POSICAO DO ELEMENTO QUE CORRESPONDE A ENTRADA DA
C CAIXA ESPIRAL PARA A PRESSAO [-]
C N_CE_Q - POSICAO DO ELEMENTO QUE CORRESPONDE A ENTRADA DA
C CAIXA ESPIRAL PARA A VAZAO [-]
C N_TOM - NUMERO DE ELEMENTO PARA A TOMADA D'AGUA [-]
C N_COND_CONST_1 - NÚMERO DE ELEMENTO PARA O CONDUTO FORÇADO
C (PARTE 1) [-]
C N_COND_CONST_2 - NUMERO DE ELEMENTO PARA O CONDUTO FORÇADO
C ESPIRAL [-]
C N_COND_VAR - NUMERO DE ELEMENTO PARA O CONDUTO FORÇADO PARTE
C VARIÁVEL [-]
C N_DT - NUMERO DO PASSO DE TEMPO ATUAL (ATSTEP). [-]
C N_ESP_CONST - NUMERO DE ELEMENTO PARA A CAIXA ESPIRAL COM
C DIAMETRO CONSTANTE [-]
C N_ESP_VAR - NÚMERO DE ELEMENTO PARA A CAIXA ESPIRAL COM
C DIAMETRO VARIÁVEL [-]
C -----71
C N_HELP - NUMERO QUE AUXILIA NA MONTAGEM DAS DISCRETIZACAO
C DO SISTEMA [-]
C N_SUC - NÚMERO DE ELEMENTO PARA O TUBO DE SUCÇÃO SEM A
C PRESENÇA DO VORTICE [-]
C N_SUC_VORT - NUMERO DE ELEMENTO PARA O TUBO DE SUCÇÃO COM A
C PRESENÇA DO VÓRTICE [-]
C N_TUR - POSICAO DA TURBINA NA MALHA COMPUTACIONAL [-]
C N_TUR_H - POSIÇÃO DA TURBINA PARA QUEDA DE PRESSÃO [-]
C N_TUR_Q - POSIÇÃO DA TURBINA PARA A VAZAO [-]
C N_RP - NUMERO DE ITERAÇÕES PARA COMEÇAR O REGIME TRANSIENTE
C DO MODELO HA [-]
C N_VORT_H - POSIÇÃO DO VOLUME DO VÓRTICE PARA PRESSAO [-]
C N_VORT_Q - POSIÇÃO DO VOLUME DO VÓRTICE PARA VAZAO [-]
C NZN - NUMERO DE DOMINIO EXISTENTE NO MODELO HIDRODINAMICO [-]
CC
INTEGER ATSTEP

```



```

C -----71
C BLOCO 6 - CONTINUACAO...
C -----71
INTEGER AUX
INTEGER CTSTEP
INTEGER I
INTEGER J
INTEGER N
INTEGER N_MAIOR
INTEGER N_CE
INTEGER N_CE_H
INTEGER N_CE_Q
INTEGER N_TOM
INTEGER N_COND_CONST_1
INTEGER N_COND_CONST_2
INTEGER N_COND_VAR
INTEGER N_DT
INTEGER N_ESP_CONST
INTEGER N_ESP_VAR
INTEGER N_HELP
INTEGER N_SUC
INTEGER N_SUC_VORT
INTEGER N_TUR
INTEGER N_TUR_H
INTEGER N_TUR_Q
INTEGER N_RP
INTEGER N_VORT_H
INTEGER N_VORT_Q
INTEGER NZN
CC
C -----71
C BLOCO 7 - DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS DO TIPO: REAL
C -----71
C A - VELOCIDADE DO SOM PARA O MEIO LIQUIDO [M/S]
C A_SENS - AREA DA SECAO TRANSVESAL DA TUBULACAO QUE CONTEM O
C SENSOR DE PRESSÃO [M^2]
C A_ST - AREA DA SECAO TRANSVERSAL DA DUTO DE VENTILACAO [M^2]
C A_VAP - VELOCIDADE DO SOM PARA A FASE VAPOR D'AGUA [M/S]
C AREA_REF - AREA DE ABERTURA DO DISTRIBUIDOR [M^2]
C AREA_MAX_DISTR - AREA DE ABERTURA MAXIMA DO DISTRIBUIDOR [M^2]
C ATIME - TEMPO ACUMULADO DA SIMULACAO [S]
C BETA - FRACAO DE VAPOR (VAPOUR) [-]
C C_ST - CAPACITANCIA HIDROACUSTICA DO DUTO DE VENTILACAO [M^2]
C CD - COEFICIENTE DE DESCARGA (LEVANTADO A PARTIR DE ENSAIOS) [-]
C CTIME - TEMPO DE SIMULAÇÃO ACUMULADO (POR EXECUÇÃO) [S]
C D_SENS - DIAMETRO DA SECAO TRANSVERSAL DA TUBULACAO QUE
C CONTEM O SENSOR DE PRESSAO [M]
C DT - PASSO DE TEMPO DA SIMULACAO [S]
C DV_DT - DERIVADA TEMPORAL DO VOLUME DO VORTICE NO CFX [M^3/S]
C HD - CONDIÇÃO DE CONTORNO NIVEL DO RESERVATÓRIO JUSANTE [MCA]
C HT - QUEDA LIQUIDA [MCA]
C HO - CONDICAO DE CONTORNO NIVEL DO RESERVATORIO MONTANTE [MCA]
C HU - NIVEL DO RESERVATORIO MONTANTE [MCA]
C L_ST - INDUTANCIA HIDROACUSTICA DO DUTO DE VENTILACAO [S^2/M^2]
C MI_EQ - VISCOSIDADE DA AGUA E ACO NA TEMPERATURA AMBIENTE [PA.S]
C MI_THERM - VISCOSIDADE TERMODINAMICA PARA A FASE VAPOR [PA.S]
C NT - POSIÇÃO DO ELEMENTO DA TURBINA [-]
C QO - VAZAO DO PONTO DE OPERACAO ESCOLHIDO [M^3/S]
C RQ - PERDA DE CARGA DO ESCOAMENTO PELO ATRITO NO CIRCUITO

```

```

C -----71
C BLOCO 7 - CONTINUACAO...
C -----71
C          HIDRAULICO COMPLETO [MCA]
C R_GAS - CONSTANTES DOS GASES PERFEITOS PARA O VAPOR D'AGUA
C R_TH - RESISTENCIA TERMODINAMICA [S/M^2]
C R_D - RESISTENCIA HIDROACUSTICA DO DUTO DE VENTILACAO [S/M^2]
C R_V - RESISTÊNCIA HIDROACÚSTICA DO DISTRBUIDOR [S/M^2]
C T - INSTANTE ATUAL DA SIMULAÇÃO (ATIME) [S]
C VAPOUR_NOW - VOLUME DE VAPOR DO INSTANTE "T" [M^3]
C VAPOUR_PREVIOUS1 - VOLUME DE VAPOR DO INSTANTE "T - 1DT" [M^3]
C VAPOUR_PREVIOUS2 - VOLUME DE VAPOR DO INSTANTE "T - 2DT" [M^3]
C VAPOUR_TOTAL - VOLUME DE VAPOR DO TUBO DE SUCCAO E DA RODA [M^3]
C VAPOUR_RUNNER - VOLUME DE VAPOR NA RODA DA TURBINA [M^3]
C VAPOUR_DRAFT - VOLUME DE VAPOR NO TUBO DE SUCCAO [M^3]
C VAZAO - VAZAO VOLUMETRICA NA ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL [M^3/S]
C Q_MASS - FLUXO MASSICO NA ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL [-]
C Y - ABERTURA DO DISTRIBUIDOR [-]
C X_ST - POSIÇÃO DO DUTO DE VENTILACAO [-]
CC
REAL A
REAL A_SENS
REAL A_ST
REAL A_VAP
REAL AREA_REF
REAL AREA_MAX_DISTR
REAL ATIME
REAL BETA
REAL C_ST
REAL CD
REAL CTIME
REAL D_SENS
REAL DT
REAL DV_DT
REAL HD
REAL HT
REAL HO
REAL HU
REAL L_ST
REAL MI_EQ
REAL MI_THERM
REAL NT
REAL QO
REAL RQ
REAL R_GAS
REAL R_D
REAL R_TH
REAL R_V
REAL T
REAL VAPOUR_NOW
REAL VAPOUR_PREVIOUS1
REAL VAPOUR_PREVIOUS2
REAL VAZAO
REAL VAPOUR_TOTAL
REAL VAPOUR_RUNNER
REAL VAPOUR_DRAFT
REAL Q_MASS
REAL Y
REAL X_ST

```

```

C -----71
C BLOCO 8 - DECLARACAO DE VETORES DINAMICOS DO TIPO: INTEIRO
C -----71
C VETOR_INDX - VETOR UTILIZADO PARA A SOLUCAO DO SISTEMA PELA
C ROTINA LUDCMP E LUBKSB [-]
C INTEGER, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_INDX
CC
C -----71
C BLOCO 9 - DECLARACAO DINAMICA DE VETORES DO TIPO: REAL
C -----71
C C - VETOR DE CAPACITANCIA HIDROACUSTICA [M^2]
C L - VETOR DE INDUTANCIA HIDROACUSTICA [S^2/M^2]
C R - VETOR DE RESISTÊNCIA HIDROACUSTICA [S/M^2]
C R_S_Q - VETOR DE UMA CONSTANTE DA EQUAÇÃO DA RESISTÊNCIA
C HIDROACUSTICA [S^3/M^5]
C R_VE - VETOR DE RESISTENCIA VISCOELASTICA [S/M^2]
C VETOR_AC - VETOR SOLUÇÃO DO PRODUTO (INV[A]).{C} [MCA]
C VETOR_C - VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES [MCA]
C VETOR_K1 - VETOR CONST. K1 DO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM [-]
C VETOR_K2 - VETOR CONST. K2 DO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM [-]
C VETOR_K3 - VETOR CONST. K3 DO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM [-]
C VETOR_K4 - VETOR CONST. K4 DO MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM [-]
C VETOR_V - VETOR LOGICO (SERVE PARA ACOMODAR OS VALORES
C '1' E '-1') [-]
C VETOR_X - VETOR SOLUÇÃO DO SISTEMA HIDRAULICO [MCA];[M^3/S]
C VETOR_X0 - VETOR DE INICIALIZAÇÃO DO SISTEMA HIDRA.[MCA];[M^3/S]
C VETOR_X1 - VETOR SOLUÇÃO PARA CADA CURVA DE KN [MCA];[M^3/S]
CC
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: C
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: L
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: R
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: R_S_Q
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: R_VE
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_AC
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_C
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_K1
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_K2
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_K3
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_K4
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_V
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_X
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_X0
REAL, DIMENSION (:), ALLOCATABLE :: VETOR_X1
CC
C -----71
C BLOCO 10 - DECLARACAO DINAMICA DE MATRIZES DO TIPO: REAL
C -----71
C MATRIZ_A - MATRIZ DE COMPRESSIBILIDADE DO SISTEMA HIDRAULICO [-]
C MATRIZ_B - MATRIZ DE AMORTECIMENTO DO SISTEMA HIDRAULICO [-]
C MATRIZ_B_AUX - MATRIZ SOLUCAO DO SISTEMA [A]{X}={B} [-]
C MATRIZ_AB - MATRIZ SOLUÇÃO DO PRODUTO {X} = [A]^-1 . [B] [-]
C MATRIZ_M - MATRIZ DE DIMENSÃO (N, N+1) QUE COMPREENDE OS
C VETORES "1" E "-1" [-]
C MATRIZ_M_T - MATRIZ TRANSPOSTA DE DIMENSÃO (N+1, N) QUE
C COMPREENDE OS VETORES "1" E "-1" [-]

```

```

C -----71
C BLOCO 10 -CONTINUACAO...
C -----71
C   VAR_CIRCUITO - VARIAVEIS GEOMETRICAS DO CIRCUITO HIDRÁULICO
C                   (D,A,DX) [-]
CC
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_A
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_B
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_B_AUX
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_AB
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_M
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: MATRIZ_M_T
REAL, DIMENSION(:,:), ALLOCATABLE :: VAR_CIRCUITO
CC
C -----71
C BLOCO 11 - DECLARACAO DAS VARIAVEIS GLOBAIS DO TIPO: REAL
C -----71
C   AS VARIAVEIS DESTE BLOCO SAO NECESSARIAS PARA GARANTIR QUE ESSES
C   VALORES PERMANECAO NA MEMORIA DURANTE A EXECUCAO DA SIMULACAO
CC
C   VETOR_XSOLVE - SOLUCAO DO SISTEMA NO PASSO ATUAL QUE SERA
C                   UTILIZANDO NO PRÓXIMO PASSO DE TEMPO REDIMENSI-
C                   ONAR COM UMA NOVA DISCRETIZAÇÃO. [MCA];[M^3/S]
C HN - CONDICAO DE CONTORNO NIVEL DO RESERVATÓRIO JUSANTE [MCA]
C H1 - CONDICAO DE CONTORNO NIVEL DO RESERVATÓRIO MONTANTE [MCA]
REAL VETOR_XSOLVE(1:235)
REAL HN
REAL H1
COMMON /GLOBALS/ VETOR_XSOLVE, H1, HN
C -----71
C BLOCO 12 - COMUNICAÇÃO SINCRONIZADA DO MODELO HD PARA MODELO HA
C -----71
C   ESSE BLOCO REALIZA UM SINCRONISMO TEMPORAL 3 OPERATIVO ENTRE O
C   MODELO HD E O MODELO HA E FORNECE O VOLUME DE VAPOR CALCULADO
C   NO MODELO HD AO MODELO HA.
CC
C   PASSO 1: INFORMACOES OPERATIVAS DECLARADAS NO MODELO HD NECES-
C           SARIAS PARA REALIZAR A SIMULACAO NO MODELO HA E
C           INFORMAÇÕES DO SINCRONISMO TEMPORAL ENTRE OS MODELOS.
CALLPSHDIR('/USER','STOP',CRESLT)
CALL USER_PEEKR('HU', 1, HU, 'SKIP', CRESLT, CZ)
CALL USER_PEEKR('QO', 1, QO, 'SKIP', CRESLT, CZ)
CALL USER_PEEKR('Y', 1, Y, 'SKIP', CRESLT, CZ)
CALL USER_PEEKR('HT', 1, HT, 'SKUP', CRESLT, CZ)
CALL USER_PEEKI('N_RP', 1, N_RP, 'SKIP', CRESLT, CZ)
CALLPOPDIR('STOP', CRESLT)
CC
CALL USER_GET_TRANS_INFO(ROUTIN,'GET','TIME',CZ,DZ,IZ,LZ,RZ)
CALLPSHDIR('/USER/TIME','STOP',CRESLT)
CALLPEEKI('ATSTEP',1,ATSTEP,'STOP',CRESLT,IZ)
CALLPEEKI('CTSTEP',1,CTSTEP,'STOP',CRESLT,IZ)
CALLPEEKR('ATIME',1,ATIME,'STOP',CRESLT,RZ)
CALLPEEKR('CTIME',1,CTIME,'STOP',CRESLT,RZ)
CALLPEEKR('DT',1,DT,'STOP',CRESLT,RZ)
CALLPOPDIR('STOP', CRESLT)
CALL USER_GET_TRANS_INFO(ROUTIN,'RELEASE','TIME',CZ,DZ,IZ,LZ,RZ)
CC
C   PASSO 2: LOCALIZAR O DIRETORIO QUE POSSUI INFORMACOES DA 71
C           MALHA COMPUTACIONAL DO MODELO HD E O Nº DE DOMINIO 71

```

```

C -----71
C BLOCO 12 - CONTINUAÇÃO
C -----71
CDIR_GLOB = ' '
CALL USER_GET_MESH_INFO (ROUTIN,'GET','STOP','LATEST',
&' ',' ',CDIR_GLOB, CRESLT, CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
CALL PEEKI ('/USER/'//CDIR_GLOB//'/NZN', IONE, NZN,' STOP',
& CRESLT, IZ)
CC
C PASSO 3: CALCULO DO VOLUME DE VAPOR 71
C - PRIMEIRO: ENCONTRAR O NAME_SOLVER ADEQUADO 71
C DRAF_TUBE E RUNNER 71
C - SEGUNDO: CONVERTER O NAME_SOLVER PARA NAME_USER 71
C - TERCEIRO: ESCREVER A EXPRESSÃO DO VOLUME DE VAPOR 71
C - QUARTO: SOMAR O VOLUME DE VAPOR DOS DOMINIOS 71
CALLPEEKCA('/USER/'//CDIR_GLOB//'/CZONE', 1, CZONE,
&'STOP', CRESLT, CZ)
CC
CALL CONVERT_NAME_S2U('Domain',CZONE,' ',USER_DOMAIN_NAME,
& CRESLT, CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
CALL USER_GET_GVAR('WaterWapour.Volume Fraction',
& USER_DOMAIN_NAME,'volumeInt', CRESLT, VAPOUR_DRAFT,
& CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
CALLPEEKCA('/USER/'//CDIR_GLOB//'/CZONE', 2, CZONE,
&'STOP', CRESLT, CZ)
CC
CALL CONVERT_NAME_S2U('Domain',CZONE,' ',USER_DOMAIN_NAME,
& CRESLT, CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
CALL USER_GET_GVAR('WaterWapour.Volume Fraction',
& USER_DOMAIN_NAME,'volumeInt', CRESLT, VAPOUR_RUNNER,
& CZ, DZ, IZ, LZ, RZ)
CC
VAPOUR_TOTAL = VAPOUR_RUNNER + VAPOUR_DRAFT
CC
C PASSO 4: RENOMEAÇÃO DAS VARIÁVEIS DE COMUNICAÇÃO PARA O 71
C CÓDIGO DO MODELO 1D 71
N_DT = CTSTEP
T = CTIME
VAPOUR_NOW = VAPOUR_TOTAL
BETA = VAPOUR_NOW/VOLSUC
CC
C PASSO 5: ARMAZENAMENTO OS VALORES DE VAPOR NOS INSTANTES 71
C ANTERIORES EM VARIÁVEIS LOCAIS 71
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
CALLPEEKR('VAPOUR', 1, VAPOUR_PREVIOUS1,'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPEEKR('VAPOUR', 2, VAPOUR_PREVIOUS2,'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOPDIR('STOP',CRESLT)
CC
CALL USER_PRINT_CHAR('-----','-----')
CALL USER_PRINT_REAL('VAPOUR',VAPOUR_NOW)
CALL USER_PRINT_CHAR('-----','-----')
CC
C
C
C

```

```

C -----71
C BLOCO 13 - INICIALIZAÇÃO DE VARIÁVEIS, VETORES E MATRIZES
C -----71
    A = (sqrt(1/(RHO*((1/E_WATER) + D_COND/(E*E_STEEL)))))
    AREA_MAX_DISTR = ABER_MAX*ALTURA_ALETA
    A_ST = (PIH/4)*(D_ST**2)
    A_VAP = 50
    HO = HU - HZT
    R_GAS = R_GAS_PERF/N_MOL
    N_TOM = L_TOM/DX_TOM
    N_COND_CONST_1 = L_COND_CONST_1/DX_COND_CONST_1
    N_COND_CONST_2 = L_COND_CONST_2/DX_COND_CONST_2
    N_COND_VAR = L_COND_VAR/DX_COND_VAR
    N_ESP_CONST = L_ESP_CONST/DX_ESP_CONST
    N_ESP_VAR = L_ESP_VAR/DX_ESP_VAR
    N_TUR = NINT(L_TUR/DX_TUR)
    N_SUC = L_SUC/DX_SUC
    N_SUC_VORT = NINT(L_SUC_VORT/DX_SUC_VORT)
    N = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR +
    & N_ESP_CONST + N_ESP_VAR + N_TUR + N_SUC_VORT + N_SUC
    N_MAIOR = 2*N + 1;
    N_CE_H = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR
    N_CE_Q = N + N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_CONST_2 + N_COND_VAR
    N_CE = N + N_TOM + N_COND_CONST_1
    N_TUR_H = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR + N_COND_CONST_2 +
    & N_ESP_VAR + N_ESP_CONST + N_TUR
    N_TUR_Q = N + N_TUR_H
    N_VORT_H = N_TUR_H + N_SUC_VORT
    N_VORT_Q = N + N_VORT_H
CC
C ALOCAÇÃO DINAMICA VETORES HIDROACUSTICOS: 71
CC
    ALLOCATE(VAR_CIRCUITO(N+1,3))
    ALLOCATE(L(N+1))
    ALLOCATE(C(N+1))
    ALLOCATE(R(N+1))
    ALLOCATE(R_S_Q(N+1))
    ALLOCATE(R_VE(N+1))
CC
C ALOCAÇÃO DINAMICA DAS MATRIZES LOGICAS: 71
CC
    ALLOCATE(VETOR_V(N_MAIOR))
    ALLOCATE(MATRIZ_M(N,N_MAIOR))
    ALLOCATE(MATRIZ_M_T(N_MAIOR,N))
    ALLOCATE(MATRIZ_A(N_MAIOR,N_MAIOR))
    ALLOCATE(MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR))
    ALLOCATE(MATRIZ_B_AUX(N_MAIOR,N_MAIOR))
    ALLOCATE(MATRIZ_AB(N_MAIOR,N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_C(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_AC(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_X0(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_X1(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_X(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_K1(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_K2(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_K3(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_K4(N_MAIOR))
    ALLOCATE(VETOR_INDX(N_MAIOR))
CC

```

```

C -----71
C BLOCO 13 -CONTINUACAO...
C -----71
VETOR_V(:) = 0
  MATRIZ_M(:, :) = 0
  MATRIZ_M_T(:, :) = 0
  VETOR_X0(:) = 0
  VETOR_X1(:) = 0
  MATRIZ_A(:, :) = 0
  MATRIZ_B(:, :) = 0
  MATRIZ_AB(:, :) = 0
  VETOR_C(:) = 0
  VETOR_AC(:) = 0
  VETOR_INDX(:) = 0
  VETOR_K1(1:N_maior) = 0
  VETOR_K2(1:N_maior) = 0
  VETOR_K3(1:N_maior) = 0
  VETOR_K4(1:N_maior) = 0
  VETOR_X(:) = 0

CC
C -----71
C BLOCO 14 - DISCRETIZAÇÃO DO CIRCUITO HIDRAULICO COMPLETO
C -----71
C   NESTE BLOCO PRETENDE-SE CRIAR UMA MALHA UNIDIMENSIONAL DO
C   CIRCUITO HIDRAULICO, SENDO COMPOSTO PELA TOMADA D'AGUA,
C   CONDUTO FORÇADO, CAIXA ESPIRAL E TUBO DE SUÇÃO.
C
C   TOMADA D'AGUA: POSSUI UMA AREA TRANSVERSAL COM VARIACAO LINEAR
C   DECRESCENTE AO LONGO DE SEU COMPRIMENTO.
C
C   CONDUTO FORÇADO: POSSUI TRES REGIOES COM AREAS TRANSVERSAIS
C   DIFERENTES, SENDO DUAS COM AREAS TRANSVERSAIS CONSTANTES E UMA
C   VARIABEL DECRESCENTE AO LONGO DO COMPRIMENTO.
C
C   CAIXA ESPIRAL: É MODELADA COM UMA AREA TRANSVERSAL DECRESCENTE
C   E NA SEQUENCIA POR UMA CONSTANTE.
C
C   TURBINA HIDRAULICA: UMA ELEMENTO CONCENTRADO E CONSIDERADO
C   COM UM DIAMETRO DA SAIDA DA RODA E UM COMPRIMENTO DA ALTURA
C   DA RODA
C
C   TUBO DE SUCCAO: POSSUI UMA AREA TRANSVERSAL COM VARIACAO LINEAR
C   CRESCENTE AO LONGO DE SEU COMPRIMENTO, SENDO DIVIDA EM DUAS
C   PARTES: UM COM O VORTICE E OUTRA SEM O VORTICE.
C
C   -----DOMINIOS----- 71
C TOMADA D'AGUA: 71
C   #PRIMEIRO ELEMENTO "DX/2":
C     VAR_CIRCUITO(1,1)=D_TOM_ENTR+((D_TOM_SAI - D_TOM_ENTR)/L_TOM)*
& (1-0.5)*DX_TOM
C     VAR_CIRCUITO(1,2) = (PIH/4)*VAR_CIRCUITO(1,1)**2
C     VAR_CIRCUITO(1,3) = DX_TOM/2
CC
DO I = 2,N_TOM,1
  VAR_CIRCUITO(I,1)=D_TOM_ENTR+((D_TOM_SAI - D_TOM_ENTR)/L_TOM)
& *(i-0.5)*DX_TOM
  VAR_CIRCUITO(I,2) = (PIH/4)*VAR_CIRCUITO(I,1)**2
  VAR_CIRCUITO(I,3) = DX_TOM
END DO

```

```

C -----71
C BLOCO 14-CONTINUACAO...
C -----71
CC
C CONDUTO FORÇADO: 71
DO I = 1,N_COND_CONST_1,1
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+I,1) = D_COND_ENTR
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+I,2) = (PIH/4)*VAR_CIRCUITO(N_TOM+I,1)**2
    VAR_CIRCUITO(N_TOM+I,3) = DX_COND_CONST_1
END DO
    N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1
DO I = 1,N_COND_VAR,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_COND_ENTR +
& ((D_COND_SAI - D_COND_ENTR)/L_COND_VAR)*(I-0.5)*DX_COND_VAR
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2) = (PIH/4)*VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_COND_VAR
END DO
CC
    N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR
DO I = 1,N_COND_CONST_2,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_COND_SAI
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2) = (PIH/4)*VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2
VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_COND_CONST_2
END DO
CC
C CAIXA ESPIRAL: 71
    N_HELP = N_TOM+N_COND_CONST_1+N_COND_VAR+N_COND_CONST_2
DO I = 1,N_ESP_VAR,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_ESP_ENTR +
& ((D_ESP_SAI - D_ESP_ENTR)/L_ESP_VAR)*(I-0.5)*DX_ESP_VAR
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2)=(PIH/4)*(VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2)
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_ESP_VAR
END DO
CC
    N_HELP=N_TOM+N_COND_CONST_1+N_COND_VAR+N_COND_CONST_2+N_ESP_VAR
DO I = 1,N_ESP_CONST,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_ESP_SAI
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2)=(PIH/4)*(VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2)
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_ESP_CONST
END DO
CC
C TURBINA HIDRAULICA: 71
    N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR + N_COND_CONST_2 +
& N_ESP_VAR + N_ESP_CONST;
DO I = 1,N_TUR,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_TUR;
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2) = (PI/4)*(VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2)
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_TUR
END DO
CC
C TUBO DE SUÇÃO: 71
    N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR + N_COND_CONST_2 +
& N_ESP_VAR + N_ESP_CONST + N_TUR
DO I = 1,N_SUC_VORT,1
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = D_SUC_ENTR +
&((D_SUC_SAI - D_SUC_ENTR)/(L_SUC+L_SUC_VORT))*(I-0.5)*DX_SUC_VORT
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2) = (PI/4)*(VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2)
    VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_SUC_VORT
END DO

```



```

C -----71
C BLOCO 14-CONTINUACAO...
C -----71
CC
      N_HELP = N_TOM + N_COND_CONST_1 + N_COND_VAR + N_COND_CONST_2 +
& N_ESP_VAR + N_ESP_CONST + N_TUR + N_SUC_VORT
DO I = 1,N_SUC,1
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1) = VAR_CIRCUITO(N_HELP,1) +
& ((D_SUC_SAI - D_SUC_ENTR)/(L_SUC + L_SUC_VORT))*(I-0.5)*DX_SUC
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,2) = (PI/4)*(VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,1)**2)
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+I,3) = DX_SUC
END DO
C #ULTIMO ELEMENTO "DX/2":
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+N_SUC+1,1) = D_SUC_ENTR
& + ((D_SUC_SAI - D_SUC_ENTR)/L_SUC)*(N_SUC)*DX_SUC
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+N_SUC+1,2) = (PI/4)*
& (VAR_CIRCUITO(N_HELP+N_SUC+1,1)**2)
      VAR_CIRCUITO(N_HELP+N_SUC+1,3) = (0.5)*DX_SUC
CC
C -----71
C BLOCO 15 - CALCULO DAS CONSTANTES HIDROACUSTICAS - RLC
C -----71
C AS VARIAVEIS HIDROACUSTICAS SAO CALCULADAS E ARMAZENADAS
C EM VETORES, ENTRE ELAS:
C TUBULAÇÃO (TA, CF, TS) ; DUTO DE VENTILAÇÃO ; DISTRIBUIDOR
CC
C TUBULACAO 71
CC
      R = (QO*F*VAR_CIRCUITO(:,3))/(2*G*VAR_CIRCUITO(:,1)*
&(VAR_CIRCUITO(:,2)**2))
      L = VAR_CIRCUITO(:,3)/(G*VAR_CIRCUITO(:,2))
      C = (G*VAR_CIRCUITO(:,2)*VAR_CIRCUITO(:,3))/(A**2)
CC
      R_S_Q = (F*VAR_CIRCUITO(:,3))/(2*G*VAR_CIRCUITO(:,1)*
& (VAR_CIRCUITO(:,2)**2))
      MI_EQ = 1/((D_COND/(E*MI_STEEL)) + (1/MI_WATER))
      R_VE = MI_EQ/(RHO*G*VAR_CIRCUITO(:,2)*VAR_CIRCUITO(:,3))
MI_THERM = TH*((1-BETA)*RHO + BETA*RHO_VAP)**2)*BETA*RHO_VAP*
& R_GAS*T_GAS*(A_VAP**4)/(P_VAP**2)
      R_TH = MI_THERM/(RHO*G*VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,2)*
& VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,3))
CC
C DISTRIBUIDOR 71
CD = 1.3
AREA_REF = (N_ALETAS)*(AREA_MAX_DISTR)*(Y)
R_V = abs(QO)/(2*G*(CD**2)*(AREA_REF**2))
CC
C DUTO DE VENTILAÇÃO 71
R_D = (ABS(QO)*L_CHAM)/(2*G*(A_ST**2)*(AREA_REF**2))
L_ST = L_CHAM/(G*A_ST)
      C_ST = A_ST
      X_ST = NINT(L_TANK/DX_TOM)
CC
C CONDICAÇÃO DE CONTORNO: JUSANTE 71
      RQ = SUM(R)*QO
      HD = HO - HT - RQ - R_V*QO
CC
C
C

```

```

C -----71
C   BLOCO 16 - RESOLUÇÃO DO REGIME PERMANENTE [B(Q)]{X} = {C}
C -----71
C   NESTA ETAPA CALCULA-SE AS CONDIÇÕES DO ESCOAMENTO PARA UM
C   REGIME PERMANENTE COMO CONDIÇÃO INICIAL, E NA SEQUÊNCIA O
C   FENÔMENO DE INSTABILIDADE E TRANSIENTE HIDRÁULICO
C   MATRIZES:[A],[B(Q)],{C}: 71
C   MONTAGEM DAS MATRIZES C/ OS FATORES HIDROACÚSTICO C/, INDUTÂNCIA,
C   RESISTÊNCIA E CAPACITÂNCIA PARA O CÁLCULO DA CONDIÇÃO INICIAL.
C   INICIA COM O PREENCHIMENTO DOS TERMOS QUE NÃO VARIAM NAS MATRIZ
C   DE AMORTECIMENTO E NA SEQUÊNCIA COM OS VETORES HIDROACÚSTICOS.
CC
IF (N_DT.LE.N_RP) THEN
CC
C   IF THEN : END IF - ESSA CONDIÇÃO É NECESSÁRIA POIS O MÉTODO DE
C   SOLUÇÃO NUMÉRICA ESCOLHIDO (RUNGE-KUTTA) É UM MÉTODO DIRETO E
C   PRECISA DE UMA CONDIÇÃO INICIAL P/ DAR O INÍCIO AO PROCEDIMENTO
C   NUMÉRICO. A CONDIÇÃO INICIAL ESCOLHIDA PARA ESTE CASO É O
C   'REGIME PERMANENTE DO ESCOAMENTO' NO PONTO DE OPERAÇÃO ESCOLHIDO.
C   ESTE BLOCO LEVA EM CONSIDERAÇÃO A MODELAGEM DOS TUBOS ELÁSTICOS,
C   VISCOSOS E TERMODINÂMICOS. DURANTE A ETAPA DA SIMULAÇÃO HD-1F,
C   A INEXISTÊNCIA DA FASE VAPOR TORNA O DV/DT NULO ONDE 'V' É O
C   VOLUME DE VAPOR E NÃO DO PRÓPRIO VÓRTICE. APÓS INICIAR A ETAPA
C   HD-2F, O DV/DT NÃO NECESSARIAMENTE NULO. CONTUDO, PARA QUE A
C   ATUALIZAÇÃO DO FEEDBACK 2-WAY SEJA ADEQUADA, AGUARDA-SE UM Nº
C   DE STEPS (N_RP) DENTRO DO COMANDO 'IF' PARA QUE A ATUALIZAÇÃO
C   DO FEEDBACK 2-WAY SEJA EFICAZ.
CC
C   H1 - CONDIÇÃO DE CONTORNO MONTANTE 71
C   HN - CONDIÇÃO DE CONTORNO JUSANTE 71
CC
C   H1 = H0
C   HN = HD
CC
C   MATRIZ B: 71
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ B COM OS TERMOS "1" E "-1": 71
CC
C   I = 1
C   J = N + 1
DOWHILE (MATRIZ_M(N,(N_MAIOR)).NE.1)
C   VETOR_V(J) = -1
C   VETOR_V(J+1) = 1
CC
C   MATRIZ_M(I,:) = VETOR_V(:)
C   J = J + 1
C   I = I + 1
C   VETOR_V(:) = 0
END DO
CC
C   MATRIZ_M_T = (-1)*TRANPOSE(MATRIZ_M)
DO I=1,N,1
C   MATRIZ_B(I,:) = MATRIZ_M(I,:)
C   MATRIZ_B(:,I) = MATRIZ_M_T(:,I)
END DO
CC
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTÊNCIAS
C   (ELÁSTICAS, VISCOSAS E TERMODINÂMICAS): R(Q), Rve e Rth
CC
C   MATRIZ_B(N+1,N+1) = R(1) + R_VE(1)

```

```

MATRIZ_B(N+1,N+2) = -R_VE(1)
  J = 2
DO I = (N+2), (N_MAIOR-1)
  MATRIZ_B(I,I) = R(J) + R_VE(J) + R_VE(J-1)
  MATRIZ_B(I,I-1) = -R_VE(J-1)
  MATRIZ_B(I,I+1) = -R_VE(J)
  J = J + 1
END DO
  MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR) = R(N+1) + R_VE(N)
  MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR-1) = - R_VE(N)
CC
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM CONTRIBUICAO DAS RESISTENCIAS: R_V
CC
  MATRIZ_B(N_TUR_Q,N_TUR_Q)= R(N_TUR_H) + R_VE(N_TUR_H) +
& R_VE(N_TUR_H-1) + R_V
CC
  MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q) = R(N_VORT_H) + R_TH +
& R_VE(N_VORT_H-1);
  MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q+1) = - R_TH;
  MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q-1) = - R_VE(N_VORT_H-1);

  MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+1) = R(N_VORT_H+1) + R_TH +
& R_VE(N_VORT_H+1);
  MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q) = - R_TH
  MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+2) = - R_VE(N_VORT_H+1)
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_A RECEBENDO CONTRIBUICAO DAS      71
C   CAPACITANCIAS: C                                          71
DO I = 1,N,1
  MATRIZ_A(I,I) = C(I)
END DO
  MATRIZ_A(X_ST,X_ST) = C_ST;
CC
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_A RECEBENDO CONTRIBUICAO DAS      71
C   INDUTANCIAS: L
  J = 1
DO I = N+1,N_MAIOR
  MATRIZ_A(I,I) = L(J)
  J = J+1
END DO
CC
C   PREENCHIMENTO DO VETOR_C COM AS CONDICOES DE CONTORNO      71
C
DV_DT = (VAPOUR_NOW - VAPOUR_PREVIOUS2)/(2*DT)
VETOR_C(N+1) = H1
  VETOR_C(N_MAIOR) = -HN
  VETOR_C(N_TUR_Q) = -HT
C
C   RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NA FORMA MATRICIAL:[B]{Xo}={C}
C   VETOR_X0 - VETOR DE ESTADO.                                71
C   LUDCMP - SUBROUTINE PARA RESOLVER SISTEMAS LINEARES,        71
C   DADO DE ENTRADA: [A] E {C}                                  71
C   VETOR_XSOLVE - DADO DE SAIDA: {X0} = C                      71
  VETOR_X0(:) = VETOR_C(:)
  MATRIZ_B_AUX = MATRIZ_B
CALL LUDCMP(MATRIZ_B_AUX, N_MAIOR, N_MAIOR, VETOR_INDX, AUX)
CALL LUBKSB(MATRIZ_B_AUX, N_MAIOR, N_MAIOR, VETOR_INDX,VETOR_X0)
  VETOR_XSOLVE(:) = VETOR_X0(:)
ELSE
  VETOR_X0(:) = VETOR_XSOLVE(:)

```

```

C -----71
C BLOCO 17 - RESOLUÇÃO REGIME TRANSIENTE:  $[A](d/dt)\{X\}+[B(Q)]\{X\}=\{C\}$ 
C -----71
C MONTAGEM DAS MATRIZES COM O FATORES HIDROACUSTICO, COMO INDUTAN-
C CIA RESISTENCIA E CAPACITANCIA PARA O CALCULO DA INSTABILIDADE
C HIDRAULICA. INICIANDO COM O PREENCHIMENTO DOS TERMOS QUE NAO
C VARIAM NAS MATRIZES DE AMORTECIMENTO E NA SEQUENCIA COM OS VE-
C TORES HIDROACUSTICOS RLC.
CC
C MATRIZES:[A],[B(Q)],{C} 71
C MONTAGEM DAS MATRIZES COM O FATORES HIDROACÚSTICO, COMO INDUTAN.
C RESISTENCIA E CAPACITANCIA PARA O CÁLCULO DA CONDIÇÃO INICIAL.
C INERCIA COM OS PREECHIMENTO DOS TERMOS QUE NÃO VARIAM NAS MATRIZ
C DE AMORTECIMENTO E NA SEQUENCIA COM OS VETORES HIDROACUSTICOS
CC
C MATRIZ B: 71
C PREENCHIMENTO DA MATRIZ B COM OS TERMOS "1" E "-1": 71
    I = 1
    J = N + 1
DOWHILE (MATRIZ_M(N,(N_MAIOR)).NE.1)
    VETOR_V(J) = -1
    VETOR_V(J+1) = 1
    MATRIZ_M(I,:) = VETOR_V(:)
    J = J + 1
    I = I + 1
    VETOR_V(:) = 0
END DO
CC
    MATRIZ_M_T = (-1)*TRANPOSE(MATRIZ_M)
DO I=1,N,1
    MATRIZ_B(I,:) = MATRIZ_M(I,:)
    MATRIZ_B(:,I) = MATRIZ_M_T(:,I)
END DO
CC
C PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 71
C ELASTICAS E VISCOSAS:  $R(Q)$  e  $R_{ve}$  71
    MATRIZ_B(N+1,N+1) =  $R\_S\_Q(1)*ABS(VETOR\_X0(N+1)) + R\_VE(1)$ 
    MATRIZ_B(N+1,N+2) = -  $R\_VE(1)$ 
    J = 2
DO I = (N+2),(N_MAIOR-1)
    MATRIZ_B(I,I) =  $R\_S\_Q(J)*ABS(VETOR\_X0(I)) + R\_VE(J)+R\_VE(J-1)$ 
    MATRIZ_B(I,I-1) = -  $R\_VE(J-1)$ 
    MATRIZ_B(I,I+1) = -  $R\_VE(J)$ 
    J = J + 1
END DO
    MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR) =  $R\_S\_Q(N+1)*ABS(VETOR\_X0(N_MAIOR)) +$ 
&  $R\_VE(N)$ 
    MATRIZ_B(N_MAIOR,N_MAIOR-1) = - $R\_VE(N)$ 
CC
C PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM CONTRIBUICAO DAS RESISTENCIAS:  $R_V$ 
    MATRIZ_B(N_TUR_Q,N_TUR_Q) =  $R\_S\_Q(N\_TUR\_H)*$ 
&  $ABS(VETOR\_X0(N\_TUR\_Q)) + R\_VE(N\_TUR\_H) + R\_VE(N\_TUR\_H-1) + R\_V$ 
CC
C PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS
C TERMODINAMICAS:  $R_{th}$ 
    MI_THERM =  $TH*((1-BETA)*RHO + BETA*RHO\_VAP)**2)*BETA*RHO\_VAP*$ 
&  $R\_GAS*T\_GAS*(A\_VAP**4)/(P\_VAP**2);$ 
C
C

```

```

C -----71
C BLOCO 17 - CONTINUAÇÃO...
C -----71
      R_TH = MI_THERM/(RHO*G*VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,2)*
& VAR_CIRCUITO(N_VORT_H,3));

      MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q) = R_S_Q(N_VORT_H)*
&ABS(VETOR_X0(N_VORT_Q))+ R_TH + R_VE(N_VORT_H-1);
      MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q+1) = - R_TH;
      MATRIZ_B(N_VORT_Q,N_VORT_Q-1) = - R_VE(N_VORT_H-1);

      MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+1) = R_S_Q(N_VORT_H+1)*
&ABS(VETOR_X0(N_VORT_Q+1)) + R_TH + R_VE(N_VORT_H+1);
      MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q) = - R_TH;
      MATRIZ_B(N_VORT_Q+1,N_VORT_Q+2) = - R_VE(N_VORT_H+1);
CC
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_A RECEBENDO CONTRIBUICAO DAS      71
C   CAPACITANCIAS: C                                           71
DO I = 1,N,1
      MATRIZ_A(I,I) = C(I)
END DO
      MATRIZ_A(X_ST,X_ST) = C_ST;
CC
C   PREENCHIMENTO DA MATRIZ_A RECEBENDO CONTRIBUIÇÃO DAS      71
C   INDUTANCIAS: L                                             71
      J = 1
DO I = N+1,N_MAIOR,1
      MATRIZ_A(I,I) = L(J)
      J = J+1
END DO
CC
C   PREENCHIMENTO DA VETOR_C C/ A CONTRIBUIÇÃO: DV/DT      71
DV_DT = (VAPOUR_NOW - VAPOUR_PREVIOUS2)/(2*DT)
VETOR_C(N_VORT_H) = DV_DT
      VETOR_C(N_VORT_Q) = -R_TH*DV_DT;
      VETOR_C(N_VORT_Q+1) = +R_TH*DV_DT;
      VETOR_C(N+1) = H1
      VETOR_C(N_MAIOR) = -HN
      VETOR_C(N_TUR_Q) = -HT
CC
C   INVERSÃO DO SISTEMA: D{X}/DT = -[AB]*{X0} + {AC}      71
C   [AB] = INV([A]).[B] ; {AC} = INV([A]).{C}              71
C   [A] = MATRIZ_A ; [B] = MATRIZ_B ; {C} = VETOR_C ; N = N_MAIOR 71
CALL METHOD_LU(MATRIZ_AB,MATRIZ_A,MATRIZ_B,N_MAIOR,N_MAIOR)
      MATRIZ_AB = (-1)*MATRIZ_AB
CALL METHOD_LU(VETOR_AC,MATRIZ_A,VETOR_C,N_MAIOR,1)
CC
C   RUNGE-KUTTA 4ª ORDEM      71
      VETOR_X1 = VETOR_X0
      VETOR_K1 = MATMUL(MATRIZ_AB,VETOR_X1) + VETOR_AC
CC
      VETOR_X1(:) = VETOR_X0(:)+(DT/2)*(VETOR_K1(:))
      VETOR_K2 = MATMUL(MATRIZ_AB,VETOR_X1) + VETOR_AC
CC
      VETOR_X1(:) = VETOR_X0(:)+(DT/2)*(VETOR_K2(:))
      VETOR_K3 = MATMUL(MATRIZ_AB,VETOR_X1) + VETOR_AC
CC
      VETOR_X1(:) = VETOR_X0(:)+(DT)*(VETOR_K3(:))
      VETOR_K4 = MATMUL(MATRIZ_AB,VETOR_X1) + VETOR_AC

```

```

C -----71
C BLOCO 17 - CONTINUAÇÃO...
C -----71
      VETOR_X = VETOR_X0 + (DT/6)*(VETOR_K1 + 2*VETOR_K2
& + 2*VETOR_K3 + VETOR_K4)
CC
      VETOR_XSOLVE(:) = VETOR_X(:)
CC
END IF
C   VARIAVEIS QUE IRA ATUALIZAR AS CONDIÇÕES DE CONTORNO:      71
C   FLUXO MASSICO E VAZAO VOLUMETRICA                          71
CC
      Q_MASS = RHO*VETOR_XSOLVE(N_CE)
      VAZAO = VETOR_XSOLVE(N_CE)
CC
C -----71
C BLOCO 18 - COMUNICACAO MODELO HA COM MMS PARA SALVAR DADOS SAIDA HA
C -----71
C   AS AREAS DE DADOS: MASS, VAPOUR, DVAPOUR E VAZAO E ATUALIZADO
C   A PARTIR DA SOLUCAO NUMERICA DO MODELO HIDROCUSTICO (HA). ESSAS
C   ATUALIZACAO SERA CONSULTADA PELO SOLVER DO ANSYS CFX.
CC
CALLPSHDIR('/USER', 'STOP', CRESLT)
CALLPOKER('MASS', 1, Q_MASS, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOKER('DVAPOUR', 1, DV_DT, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOKER('VAZAO', 1, VAZAO, 'STOP', CRESLT, RZ)
CC
CALLPOKER('VAPOUR', 1, VAPOUR_NOW, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOKER('VAPOUR', 2, VAPOUR_PREVIOUS1, 'STOP', CRESLT, RZ)
CALLPOPDIR('STOP', CRESLT)
CC
C=====71
END

```

APÊNDICE 10 – ROTINAS PARA AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA

As rotinas para Matlab apresentadas neste apêndice devem ser individualmente precedidas dos blocos 1 a 7 do código do Modelo HA-1Way, apresentado no APÊNDICE 4.

1. Rotina para cálculo das autofrequências do sistema completo (*HA_autofreq_eig*)

Nesta rotina, o Bloco 8, relativo a parte transiente calculada pelo RKM não é executado, visto que resolve-se a equação característica do sistema global. Para tanto, deve acrescentar o bloco seguinte, utilizando a função EIG:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   FREQUENCIA NATURAL (FUNÇÃO EIG)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76

%   SISTEMAS DINAMICO:
MATRIZ_AB = linsolve(MATRIZ_A,MATRIZ_B);
MATRIZ_AB = (-1)*MATRIZ_AB;

%   AUTOVALORES DOS SISTEMA DINAMICO:
FN_RAD = (eig(MATRIZ_AB));
FN_HZ = FN_RAD/(2*pi);
FN_HZ = sort(FN_HZ);

%   AUTOVALORES POSITIVOS:
K = 1;
for I = 1:N_MAIOR
    if(imag(FN_HZ(I))>0)
        VET_FN_HZ(K,1) = FN_HZ(I);
        K = K + 1;
    end
end
end

```

2. Rotina para cálculo das autofrequências do sistema completo por técnica de varredura, utilizando a função CHIRP *HA autofrequencias chirp*

Nesta rotina, deve complementar o Bloco 7, incluir o Bloco 8 relativo ao transiente pelo RKM, adicionar os blocos relativos à FFT e à plotagem dos espectogramas, indicados a seguir:

[illegible]

```

% BLOCO 8 - SISTEMA DINAMICO (TRANSIENTE -  $[A] (d/dt) \{X\} [B(Q)] \{X\} = \{C\}$ )
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO 9 - TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER (FFT)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
    NT_FFT = min(length(T),length(MAT_X(:,N_VORT_H)));
    DADOS = [T(1:NT_FFT)' MAT_X(1:NT_FFT,N_VORT_H)];
    yy = DADOS(:,2)-mean(DADOS(:,2));
    dt=DADOS(2,1)-DADOS(1,1);
    Fs=1/dt;
    N = 2*2^nextpow2(length(yy));
    fg= 15;
    Y1=fft(yy,N);%FFT
    Y1=abs(Y1)/length(yy);
    Y1(2:N/2-1)=2*(Y1(2:N/2-1));
    Y1 = Y1';
    Ng=round(fg/Fs*length(Y1));
    f=(0:Ng)*Fs/length(Y1);

    NT_FFT = min(length(T),length(MAT_X(:,N_CE)));
    DADOS = [T(1:NT_FFT)' MAT_X(1:NT_FFT,N_CE)];
    yy = DADOS(:,2)-mean(DADOS(:,2));
    dt=DADOS(2,1)-DADOS(1,1);
    Fs=1/dt;
    N = 2*2^nextpow2(length(yy));
    fg= 15;
    Y2=fft(yy,N);%FFT
    Y2=abs(Y2)/length(yy);
    Y2(2:N/2-1)=2*(Y2(2:N/2-1));
    Y2 = Y2';
    Ng2=round(fg/Fs*length(Y2));
    f2=(0:Ng)*Fs/length(Y2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO 10 - IMAGENS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
    figure(1)
    plot(f,Y1(:,1:Ng+1));
    axis([0 10 0 1.801])
    grid on
    set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7 5.9],...
        'FontUnits','points',...
        'YTick',0:0.2:3.205,...
        'XTick',0:1:16,...
        'FontWeight','normal',...
        'FontSize',6,...
        'FontName','Arial')
    ylabel('{Pressão no tubo de sucção: Lumped [mca]}',...
        'FontUnits','points',...
        'FontWeight','light',...
        'FontSize',8,...
        'FontName','Arial');
    xlabel('{Frequência [Hz]}',...
        'FontUnits','points',...
        'FontWeight','light',...
        'FontSize',8,...
        'FontName','Arial');
    leg = legend('\it{FFT}');

    set(leg,...

```



```

'Position',[0.6 0.845 0.1271 0.036],...
'FontSize',7,...
'EdgeColor',[1 1 1]);

figure(2)
plot(f2,Y2(:,1:Ng+1));
axis([0 10 0 1.201])
grid on
set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7 5.9],...
'FontUnits','points',...
'YTick',0:0.2:1.605,...
'XTick',0:1:16,...
'FontWeight','normal',...
'FontSize',6,...
'FontName','Arial')
ylabel('{Vazão na entrada da caixa espiral [m^3/s]}',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');
xlabel('{Frequência [Hz]}',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');
leg = legend('\it{FFT}');

set(leg,...
'Position',[0.6 0.845 0.1271 0.036],...
'FontSize',7,...
'EdgeColor',[1 1 1]);

```

3. Rotina para cálculo da função de transferência do sistema hidráulico

HA_transfer_matrix

Nesta rotina, o Bloco 8 relativo a parte transiente calculada pelo RKM não é executado, visto que resolve-se a equação de $G(s)$ por meio da solução do sistema linear global à uma excitação pelo delta de Dirac. Para tanto, deve-se acrescentar após o bloco 7 da rotina do modelo *HA-1Way* o bloco relativo à matriz de transferência e o bloco relativo à plotagem dos espectrogramas, indicados a seguir:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   MATRIZ DE TRANSFERENCIA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   SISTEMAS DINAMICO:
MATRIZ_AB = linsolve(MATRIZ_A,MATRIZ_B);
MATRIZ_AB = (-1)*MATRIZ_AB;
MATRIZ_AC = linsolve(MATRIZ_A,VETOR_C);

%   INICIALIZACAO MATRIZ DE TRANSFERENCIA
j = sqrt(-1);
ALPHA =0;
N_SIMUL = 5000;
VETOR_U = zeros(N_MAIOR,1);

```

```

VETOR_U(N_VORT_H,1) = 1;
VETOR_U(N_VORT_Q,1) = -1;
VETOR_U(N_VORT_Q+1,1) = +1;
MATRIZ_I = eye(N_MAIOR);
MAT_H = zeros(N_MAIOR,N_SIMUL);
OMEGA = linspace(0,150,N_SIMUL);

for I = 1:N_SIMUL
    MAT_H(:,I) = abs(imag(((inv((ALPHA+j*OMEGA(I))*MATRIZ_A +
MATRIZ_B))) * VETOR_U)));
    I
end

%      MAT_H(:,I) = abs(imag(((inv(j*OMEGA(I))*MATRIZ_I +
MATRIZ_AB)) * (inv(MATRIZ_A))) * VETOR_U)));
% FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA COMPLETA
%      for K = 1:N_SIMUL
%          MAT_H(:,K) = abs(imag(((inv(j*OMEGA(K))*MATRIZ_A +
MATRIZ_B)))));
%          K
%      end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% PLOTAGEM DOS GRAFICOS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
figure(3)
plot(OMEGA/(2*pi),MAT_H(N_VORT_H,:), 'b')
axis([0 20 0 90])
grid on
set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7 5.9],...
    'FontUnits','points',...
    'YTick',0:10:90,...
    'XTick',0:1:10,...
    'FontWeight','normal',...
    'FontSize',6,...
    'FontName','Arial')
ylabel('{G(jw) [s/m^2]}',...
    'FontUnits','points',...
    'FontWeight','light',...
    'FontSize',8,...
    'FontName','Arial');
xlabel('{Frequência [Hz]}',...
    'FontUnits','points',...
    'FontWeight','light',...
    'FontSize',8,...
    'FontName','Arial');
leg = legend('\it{Entrada: Tubo de sucção}');

set(leg,...
    'Position',[0.45 0.845 0.271 0.036],...
    'FontSize',7,...
    'EdgeColor',[1 1 1]);

figure(2)
plot(OMEGA/(2*pi),MAT_H(N_CE_Q,:), 'b')
axis([0 10 0 70])
grid on
set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7 5.9],...
    'FontUnits','points',...
    'YTick',0:10:140,...
    'XTick',0:1:10,...
    'FontWeight','normal',...

```

```

        'FontSize',6,...
        'FontName','Arial')
ylabel('{G(jw) [-]}',...
        'FontUnits','points',...
        'FontWeight','light',...
        'FontSize',8,...
        'FontName','Arial');
xlabel('{Frequência [Hz]}',...
        'FontUnits','points',...
        'FontWeight','light',...
        'FontSize',8,...
        'FontName','Arial');
leg = legend('\it{Entrada: Caixa espiral}');

set(leg,...
    'Position',[0.45 0.845 0.271 0.036],...
    'FontSize',7,...
    'EdgeColor',[1 1 1]);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76

```

4. Rotina para verificação da estabilidade pelo modelo simplificado: *HA-circuito RLCX*

Nesta rotina, os blocos 7 e 8 relativos às partes permanente e transiente do modelo *HA-1Way* não são necessários, visto que resolve-se no modelo simplificado a equação (1.161) em que as variáveis envolvidas são agora tomadas como escalares (C e χ) e os parâmetros R , L e C constantes. Para tanto, deve-se acrescentar após o bloco 6 da rotina do modelo *HA-1Way* os blocos relativos ao cálculo dos valores equivalentes dos parâmetros R , L e C , à solução da equação característica do sistema simplificado e à plotagem do diagrama de estabilidade para os diversos pares de C e χ , indicados a seguir:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
% CIRCUITO RLC EQUIVALENTE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
L_ADU = sum(L(1:N_TUR_H));
R_ADU = sum(R(1:N_TUR_H));
L_SUC = sum(L(N_VORT_H:N));
R_SUC = sum(R(N_VORT_H:N));
R_RES = sum(R_VE(1:N)) + R_TH;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
% MODELO DE INSTABILIDADE RLCX
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
syms s
N = 50;
VET_C = logspace(4,7,N)*1e-6;
VET_KSI = logspace(0,3,N)*1e-3;
N_MAIOR = 3;
for I = 1:N
    KSI = -VET_KSI(I);

```

```

for K = 1:N
    CC = VET_C(K);
    MATRIZ_A = [CC 0 KSI; 0 L_ADU 0; 0 0 L_SUC];
    MATRIZ_B = [0 -1 1; 1 (R_ADU+R_RES) -R_RES; -1 -R_RES
(R_SUC+R_RES)];

    MATRIZ_AB = linsolve(MATRIZ_A,MATRIZ_B);
    MATRIZ_S = (eye(N_MAIOR)*s + MATRIZ_AB);
    EQ_CARACT = det(MATRIZ_S);
    EQ_SOL(:,K) = double(solve(EQ_CARACT));

    MAT_REAL(I,K) = real(EQ_SOL(3,K));
    MAT_IMAG(I,K) = abs(imag(EQ_SOL(3,K)));
    if (MAT_REAL(I,K)>0)
        MAT_STB(I,K) = 1;
    else
        MAT_STB(I,K) = -1;
    end
end
disp(I)
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74
% FIGURAS - DIAGRAMA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%74

figure(1)
map=ones(64,3);
map(64,1) = 0;
map(64,2) = 0;
map(64,3) = 1;
contourf(VET_C,VET_KSI,MAT_STB,'Edgecolor','none')
colormap(map)
set(gca,'XScale','log')
set(gca,'YScale','log')
hold on

plot3(0.712,0.1462,1,'marker','o','MarkerFaceColor','k','MarkerEdgeColor','
k','MarkerSize',6)

plot3(0.337,0.1462,1,'marker','o','MarkerFaceColor','r','MarkerEdgeColor','
r','MarkerSize',6)
set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7.5 6.4],...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','normal',...
'FontSize',6,...
'FontName','Arial')
ylabel('-\bf\it\chi \rm\bf[s]',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');
xlabel('\bf\it C \rm\bf[m^2]',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');

text(0.75*0.337,0.65*0.1462,2,'\bfCFD','FontSize',8,'Color','k')
text(0.75*0.712,0.65*0.1462,2,'\bfModelo
1D','FontSize',8,'Color','k')

```

```

        text(4.5*0.337,0.009*0.1462,2,'\bfZona
Estável','FontSize',8,'Color','k')
        text(0.02*0.712,3.6*0.1462,2,'\bfZona
Instável','FontSize',8,'Color','k')
        text(9*0.337,5*0.1462,2,'\bf (RLC)','FontSize',8,'Color','k')

figure(2)
H=contour(VET_C,VET_KSI,MAT_IMAG/(2*pi*1.5));
set(gca,'XScale','log')
set(gca,'YScale','log')
clabel(H)
hold on

plot3(0.712,0.1462,1,'marker','o','MarkerFaceColor','k','MarkerEdgeColor','k',
'MarkerSize',6)

plot3(0.337,0.1462,1,'marker','o','MarkerFaceColor','r','MarkerEdgeColor','r',
'MarkerSize',6)
        set(gca, 'Units','centimeters','Position',[4 4 7.5 6.4],...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','normal',...
'FontSize',6,...
'FontName','Arial')
        ylabel('\bf\it\chi \rm\bf[s]',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');
        xlabel('\bf\it C \rm\bf[m^2]',...
'FontUnits','points',...
'FontWeight','light',...
'FontSize',8,...
'FontName','Arial');
        text(0.75*0.337,0.65*0.1462,2,'\bfCFD','FontSize',8,'Color','k')
        text(0.75*0.712,0.65*0.1462,2,'\bfID','FontSize',8,'Color','k')
        text(4*0.337,5*0.1462,2,'\bf (RLC + Rth)','FontSize',8,'Color','k')

```

5. Rotina para cálculo dos automodos do sistema completo (*HA_automodos_eig*)

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   BLOCO 11 - FREQUENCIA NATURAL (FUNÇÃO EIG): SEM CC E KSI
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
MATRIZ_AB = ((inv(MATRIZ_A))*MATRIZ_B);
MATRIZ_AB = (-1)*MATRIZ_AB;
[MATRIZ_AUTVET,MATRIZ_AUTVAL]= eig(MATRIZ_AB);
VETOR_AUTVAL = diag(MATRIZ_AUTVAL);
MAT_AUTVET = MATRIZ_AUTVET;

%   ELIMINAR AS FREQUENCIA NEGATIVAS.
for I= 1:(N_MAIOR)
    if (mod(I,2)==0)&&(I<=N)
        VETOR_AUTVAL(I) = 0;
    elseif (mod(I,2)~=0)&&(I>N)
        VETOR_AUTVAL(I) = 0;
    end
end

%   ORDENACAO DAS FREQUENCIAS: METODO DA BOLHA
J = 0;

```

```

while (J==0)
    J = 1;
    for I = 1:(N_MAIOR-1)
        if (abs(VETOR_AUTVAL(I)) > abs(VETOR_AUTVAL(I+1)))
            X = VETOR_AUTVAL(I+1);
            VETOR_AUTVAL(I+1) = VETOR_AUTVAL(I);
            VETOR_AUTVAL(I) = X;

            XX = MATRIZ_AUTVET(:, I+1);
            MATRIZ_AUTVET(:, I+1) = MATRIZ_AUTVET(:, I);
            MATRIZ_AUTVET(:, I) = XX;
            J = 0;
        end
    end
end
VETOR_OMEGA_X = (VETOR_AUTVAL/(2*pi));

% CONSIDERANDO SOMENTE AS FREQUENCIA POSITIVAS
VETOR_AUTVAL_POS = VETOR_OMEGA_X(N+1:N_MAIOR);
MATRIZ_AUTVET_H = MATRIZ_AUTVET(1:N, N+1:N_MAIOR);
MATRIZ_AUTVET_Q = MATRIZ_AUTVET(N+1:N_MAIOR, N+1:N_MAIOR);

% VETORES A SER PLOTADOS
for I=1:N
    PLOTH(I, :) = MATRIZ_AUTVET_H(I, :) + I;
    PLOTQ(I, :) = MATRIZ_AUTVET_Q(I, :) + I;
end
PLOTQ(N+1, :) = MATRIZ_AUTVET_Q(N+1, :) + N+1;
PLOT_QX = real(PLOTQ);
PLOT_QY = imag(PLOTQ);
PLOT_HX = real(PLOTH);
PLOT_HY = imag(PLOTH);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% BLOCO 12 - FREQUENCIA NATURAL COM AS CONSTANTES DE INSTABILIDADE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
% MATRIZ A:
KSI = -0.1462;
CC = 0.3366;
MATRIZ_A_INST = MATRIZ_A;
MATRIZ_B_INST = MATRIZ_B;
MATRIZ_A_INST(N_VORT_H, N_VORT_Q) = KSI;
MATRIZ_A_INST(N_VORT_H, N_VORT_H) = CC + (1-BETA)*C(N_TUR_H);

% MATRIZ B:
% PREENCHIMENTO DA MATRIZ B(Q) COM CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS: R_V 76
MATRIZ_B_INST(N_TUR_Q, N_TUR_Q) =
R(N_TUR_H)+R_VE(N_TUR_H)+R_VE(N_TUR_H-1)+ R_V;

% PREENCHIMENTO DA MATRIZ_B COM A CONTRIBUIÇÃO DAS RESISTENCIAS 76
% TERMODINAMICAS: R_TH 76
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q, N_VORT_Q) = R(N_VORT_H) + R_TH + ...
R_VE(N_VORT_H-1);
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q, N_VORT_Q+1) = - R_TH;
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q, N_VORT_Q-1) = - R_VE(N_VORT_H-1);
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q+1, N_VORT_Q+1) = R(N_VORT_H+1) + R_TH + ...
R_VE(N_VORT_H+1);
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q+1, N_VORT_Q) = - R_TH;
MATRIZ_B_INST(N_VORT_Q+1, N_VORT_Q+2) = - R_VE(N_VORT_H+1);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
%   BLOCO 13 - FREQUENCIA NATURAL (FUNÇÃO EIG): COM CC E KSI
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%76
MATRIZ_AB_INST = ((inv(MATRIZ_A_INST))*MATRIZ_B_INST);
MATRIZ_AB_INST = (-1)*MATRIZ_AB_INST;
[MATRIZ_AUTVET_INST,MATRIZ_AUTVAL_INST]= eig(MATRIZ_AB_INST);
VETOR_AUTVAL_INST = diag(MATRIZ_AUTVAL_INST);

%   ELIMINAR AS FREQUENCIA NEGATIVAS.
for I= 1:(N_MAIOR)
    if (mod(I,2)==0)
        VETOR_AUTVAL_INST(I) = 0;
    end
end
% ORDENACAO DAS FREQUENCIAS: METODO DA BOLHA
J = 0;
while (J==0)
    J = 1;
    for I = 1:(N_MAIOR-1)
        if (abs(VETOR_AUTVAL_INST(I))>abs(VETOR_AUTVAL_INST(I+1)))
%           ORDENACAO DO AUTOVALOR:
            X = VETOR_AUTVAL_INST(I+1);
            VETOR_AUTVAL_INST(I+1) = VETOR_AUTVAL_INST(I);
            VETOR_AUTVAL_INST(I) = X;
%           ORDENACAO DO AUTOVETOR:
            XX = MATRIZ_AUTVET_INST(:,I+1);
            MATRIZ_AUTVET_INST(:,I+1) = MATRIZ_AUTVET_INST(:,I);
            MATRIZ_AUTVET_INST(:,I) = XX;
            J = 0;
        end
    end
end
VETOR_OMEGA_X_INST = (VETOR_AUTVAL_INST/(2*pi));

%   CONSIDERANDO SOMENTE AS FREQUENCIA POSITIVAS
VETOR_AUTVAL_POS_INST = VETOR_OMEGA_X_INST(N+1:N_MAIOR);
MATRIZ_AUTVET_H_INST = MATRIZ_AUTVET_INST(1:N,N+1:N_MAIOR);
MATRIZ_AUTVET_Q_INST = MATRIZ_AUTVET_INST(N+1:N_MAIOR,N+1:N_MAIOR);

%   VETORES A SER PLOTADOS
for I=1:N
    PLOTH_INST(I,:) = MATRIZ_AUTVET_H_INST(I,:) + I;
    PLOTQ_INST(I,:) = MATRIZ_AUTVET_Q_INST(I,:) + I;
end
PLOTQ_INST(N+1,:) = MATRIZ_AUTVET_Q_INST(N+1,:) + N+1;
PLOT_QX_INST = real(PLOTQ_INST);
PLOT_QY_INST = imag(PLOTQ_INST);
PLOT_HX_INST = real(PLOTH_INST);
PLOT_HY_INST = imag(PLOTH_INST);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   DEFINIÇÃO DA FAIXA DE FREQUENCIA A OBSERVAR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N_FREQ = 0;
VALUE_FREQ = 10;
for I= 1:N
    if (abs(VETOR_AUTVAL_POS(I))<=VALUE_FREQ)
        N_FREQ = N_FREQ + 1;
    end
end
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% FIGURAS COM E SEM OS PARAMETROS HIDROACUSTICOS DO VORTICE: CC E KSI
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(1)
for I = 1:10
    plot(PLOT_QX(:,I),PLOT_QY(:,I));
    hold on
end
legend({'\it{\omega= 1.03 [Hz]}','\it{\omega= 1.73 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 3.58 [Hz]}','\it{\omega= 5.10 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 6.60 [Hz]}','\it{\omega= 8.17 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 9.79 [Hz]}','\it{\omega= 11.48 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 13.08 [Hz]}','\it{\omega= 14.49 [Hz]}'},...
        'FontUnits','points',...
        'FontSize',10,...
        'FontName','Times',...
        'EdgeColor',[1 1 1]);
figure(2)
for I = 1:7
    plot(PLOT_HX(:,I),PLOT_HY(:,I));
    hold on
end
legend({'\it{\omega= 1.03 [Hz]}','\it{\omega= 1.73 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 3.58 [Hz]}','\it{\omega= 5.10 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 6.60 [Hz]}','\it{\omega= 8.17 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 9.79 [Hz]}','\it{\omega= 11.48 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 13.08 [Hz]}','\it{\omega= 14.49 [Hz]}'},...
        'FontUnits','points',...
        'FontSize',10,...
        'FontName','Times',...
        'EdgeColor',[1 1 1]);
figure(3)
for I = 1:9
    plot(PLOT_QX_INST(:,I),PLOT_QY_INST(:,I));
    hold on
end
legend({'\it{\omega= 0.00 [Hz]}','\it{\omega= 1.01 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 1.23 [Hz]}','\it{\omega= 2.05 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 4.06 [Hz]}','\it{\omega= 6.05 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 8.04 [Hz]}','\it{\omega= 8.91 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 9.97 [Hz]}'},...
        'FontUnits','points',...
        'FontSize',10,...
        'FontName','Times',...
        'EdgeColor',[1 1 1]);
figure(4)
for I = 1:9
    plot(PLOT_HX_INST(:,I),PLOT_HY_INST(:,I));
    hold on
end
legend({'\it{\omega= 0.00 [Hz]}','\it{\omega= 1.01 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 1.23 [Hz]}','\it{\omega= 2.05 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 4.06 [Hz]}','\it{\omega= 6.05 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 8.04 [Hz]}','\it{\omega= 8.91 [Hz]}',...
        '\it{\omega= 9.97 [Hz]}'},...
        'FontUnits','points',...
        'FontSize',10,...
        'FontName','Times',...
        'EdgeColor',[1 1 1]);

```


APÊNDICE 11 – ROTINA PARA VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE HIDRÁULICA PELO MODELO ANALÍTICO

```

%% MODELO MATEMATICO PARA A PREVISÃO DA INSTABILIDADE HIDRÁULICA
% MÉTODO DE SOLUÇÃO: METODO ANALITICO.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO 1 - PARAMETROS FÍSICO DE ITAIPU
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RHO - DENSIDADE DA AGUA A TEMPERATURA AMBIENTE [KG/M^3]
% G - GRAVIDADE [M/S^2]
% W - VELOCIDADE DE ROTACAO DA RODA DA TURBINA [RAD/S]
% ZT2 - COEFICIENTE DE PERDA DO TUBO DE SUCCAO [-]
% ALFA - COEFICIENTE DE PRESSAO DO VORTICE [-]
% BETA2 - ANGULO DE SAIDA DA PAS DA RODA DA TURBINA [RAD]
% ZT_T - RESISTENCIA DA RODA DA TURBINA [-]

RHO = 997;
G = 9.8;
ALFA = 1.3;
ZT2 = 1.94;
BETA2 = 14.3*(pi/180);
W = 92.3*(2*pi)/60;
ZT_T = 33.76;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO 2 - PARAMETROS GEOMETRICOS DE ITAIPU
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% LE - COMPRIMENTO EQUIVALENTE DO TUBO DE SUCÇÃO [M]
% AE - AREA DE SAIDA DO TUBO DE SUCCAO [M^2]
% AC - AREA DE ENTRADA DO TUBO DE SUCCAO [M^2]
% LI - COMPRIMENTO DO CONDUTO FORCAODO [M]
% AI - AREA MEDIA DO CONDUTO FORCADO [M^2]
% DI - FATOR DE DIFUSAO DO TUBO DE SUCCAO [-]
% R - RAIO DE SAIDA DA RODA DA TURBINA [M]
% S - AREA DE SAIDA DO ROTOR [M^2]

LE = 115.25;
AE = 214.4;
AC = 51.5;
LI = 172;
AI = 84.13;
DI = (AE/AC)^2 - 1;
R = 4;
S = AC;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO 3 - CONDICAO OPERATIVA DE ITAIPU
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% U2 - VELOCIDADE TANGENCIAL DO FLUIDO NA SAIDA DA RODA DA TURBINA [M/S]
% HEAD - QUEDA LIQUIDA [MCA]
% QM - VAZAO VOLUMETRICA [M^3/S]
% C_CP - COMPLIANCIA A PARTIR DA METODOLOGIA CFD [M^4 S^2/KG]
% X_P - FATOR DE GANHO DE FLUXO MASSICO A PARTIR DA METODOLOGIA CFD [S]

QM = 740;
HEAD = 114;

```

```

U2 = W*R;
CC_P = 7.28e-5;
X_P = 1.46e-1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO 5 - SOLUÇÃO DA EQ. CARACTERISTICA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
syms jw
A = sym('A',[2 2]);
N = 50;
XV = logspace(0,3,N)*1e-3;
CV = logspace(0,4,N)*1e-6;
SOL = zeros(3,N);

for H = 1:N
    X = -XV(H);
    disp(H)
    for I = 1:N
        CC = CV(I);
        A(1,1)=(jw*RHO*LI/AI) + (RHO*ZT_T*QM/AI^2);
        A(1,2)=(jw*RHO*LE/AE) + (RHO*(ZT2-DI)*QM/AE^2);
        A(2,1)=((2*jw*RHO*CC*ALFA*cot(BETA2)/S)*(QM/S*cot(BETA2)...
            - U2) + 1);
        A(2,2)=(-1-(jw)^2*RHO*CC*LE/AE)+(jw*RHO*CC*(DI-ZT2)*QM/AE^2)...
            -jw*X;
        EQ = det(A);
        SOL(:,I) = double(solve(EQ,jw));
        WR(H,I) = real(SOL(3,I));
        WIM(H,I) = abs(imag(SOL(3,I)));
        if WR(H,I)>0
            WRN(H,I) = 1;
        else
            WRN(H,I) = -1;
        end
    end
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% BLOCO 6 - FIGURAS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
close all
map=ones(64,3);
map(64,1)=0;
map(64,2)=0;
map(64,3)=1;
figure(1)
contourf((CV),(XV),WRN,'EdgeColor','none')
colormap(map)
set(gca,'XScale','log')
set(gca,'YScale','log')
hold on
plot3(CC_P,X_P,1,'marker','o','MarkerFaceColor','k',...
    'MarkerEdgeColor','k','MarkerSize',6)
plot3(CC_P,X_P,1,'marker','o','MarkerFaceColor','r',...
    'MarkerEdgeColor','r','MarkerSize',6)
set(gca,'Units','centimeters','Position',[4 4 7.5 6.4],...
    'FontUnits','points',...
    'FontWeight','normal',...
    'FontSize',6,...
    'FontName','Arial')

```

```

ylabel('-\bf\it\chi \rm\bf[s]',...
      'FontUnits','points',...
      'FontWeight','light',...
      'FontSize',8,...
      'FontName','Arial');
xlabel('\bf\it C \rm\bf[m^4s^2/kg]',...
      'FontUnits','points',...
      'FontWeight','light',...
      'FontSize',8,...
      'FontName','Arial');

text(0.66*3.37e-5,0.70*X_P,2,'\bfCFD','FontSize',8,'Color','k')
text(0.78*CC_P,0.70*X_P,2,'\bfID','FontSize',8,'Color','k')
text(0.3*CC_P,3*X_P,2,'\bfZona Instável','FontSize',8,'Color','k')
text(0.3*CC_P,0.02*X_P,2,'\bfZona Estável','FontSize',8,'Color','k')

```

APÊNDICE 12 – MODELAGEM GEOMÉTRICA DA RODA POR ENGENHARIA REVERSA

Este apêndice é dedicado à apresentação do procedimento de Engenharia Reversa utilizado na modelagem geométrica 3D da roda da turbina.

A12.1 ENGENHARIA REVERSA – CONCEITOS BÁSICOS E ETAPAS

A Engenharia Reversa é considerada uma tecnologia que envolve um conjunto de práticas diversificadas com conceitos multidisciplinares. Nesta linha, as tecnologias de CAD/CAM constituem um importante recurso na Engenharia Reversa, permitindo a digitalização de superfícies de sólidos ou peças em geral. O conceito de aquisição de dados geométricos ou digitalização abrange principalmente o aspecto de capturar informações com base em pontos em um espaço tridimensional. Segundo Aviz (2010), o espaço onde o modelo físico encontra-se é referenciado a um sistema de coordenadas cartesianas. Estudos mais atuais consideram que a Engenharia Reversa consiste em quatro fases:

- Digitalização ou aquisição dos dados;
- Pré-processamento ou tratamento dos dados;
- Segmentação e ajuste de superfície;
- Reconstrução tridimensional em CAD.


A qualidade do processo de engenharia reversa está ligada diretamente com a digitalização.

A12.2 AQUISIÇÃO DE DADOS

A aquisição dos dados foi feita por meio de método óptico por tempo de voo (*time-of-flight*), utilizando-se de um escâner rotativo com fonte laser de luz pulsada que permite calcular a distância dos pontos amostrados da superfície alvo durante a varredura feita pelo feixe laser do escâner.

O equipamento utilizado para o escaneamento foi o ScanStation C10, fabricado pela Leica Geosystems, com as características e vantagens principais indicadas no Quadro A12.1.

QUADRO A12.1 - CARACTERÍSTICAS DO ESCÂNER UTILIZADO

Características	Benefícios	
Campo de visão 360° Hor x 270° Ver	Cobertura de grandes áreas em uma única tomada	
Precisão da modelagem 2mm	Modelos digitais com altíssima precisão	
Velocidade de leitura 50.000 pontos / segundo	Velocidade e rapidez na varredura laser	
Precisão posicional e de distância 4 a 6 mm	Levantamentos confiáveis e precisos	

FONTE: ITAIPU (2013)

Para adquirir os pontos da superfície hidraulicamente ativa da roda foram necessários 14 escaneamentos, sendo um em cada um dos 13 canais da roda e mais um escaneamento da parte inferior da roda. No escaneamento da parte inferior, o equipamento foi posicionado no centro da plataforma do tubo de sucção. Para o escaneamento dos canais das pás, o escâner teve de ser posicionado na própria roda para evitar o problema da vibração relativa entre a roda e o escâner. Em função disso, houve oclusão de uma região abaixo do sensor do escâner (borda de entrada da pá junto a cinta) e em uma zona mais abaixo próxima à cinta, conforme indicado na Figura A12.1

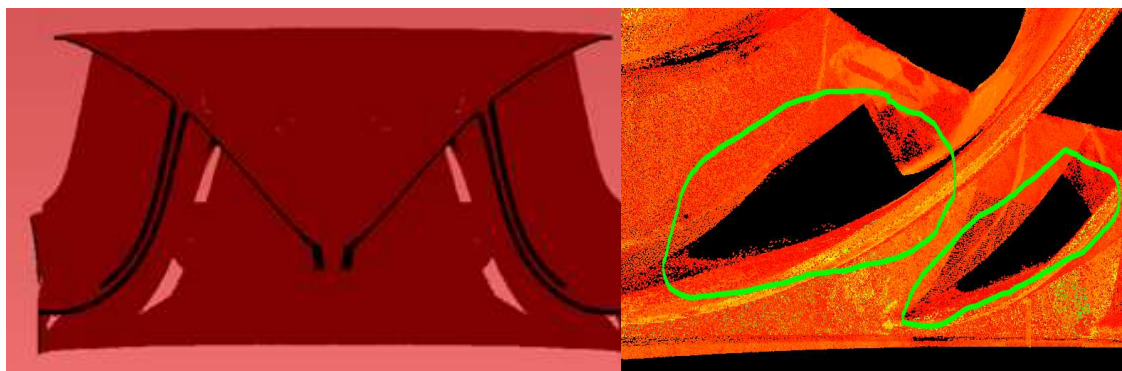


FIGURE A12.1 - A) OCLUSÕES - CORTE TRANSVERSAL; B) DETALHE DE OCLUSÕES
FONTE: ITAIPU (2013)

Para complementar os dados das regiões ocluídas foi realizado um 15º escaneamento, este com o escâner posicionado na parte inferior da pá no lado de pressão, objetivando a aquisição dos pontos faltantes. Este escaneamento complementar foi realizado um ano após os escaneamentos iniciais, devido ao insucesso das tentativas de reparo das oclusões via software na nuvem de pontos levantada em 2013.

Para possibilitar a posterior fusão espacial das nuvens de pontos dos diversos escaneamentos em uma única nuvem, o posicionamento do escâner em cada um dos escaneamentos deve ser rigorosamente referenciado. Para tanto, usa-se alvos com reflectância padrão e adequadamente posicionados no ambiente da turbina. A Figura A12.2 ilustra o posicionamento do escâner e os alvos metálicos utilizados. Excepcionalmente para o caso do escaneamento complementar, não foi possível usar o referenciamento. Desta forma, fez-se necessário um ajuste por meio de um algoritmo ICP esclarecido no item seguinte.

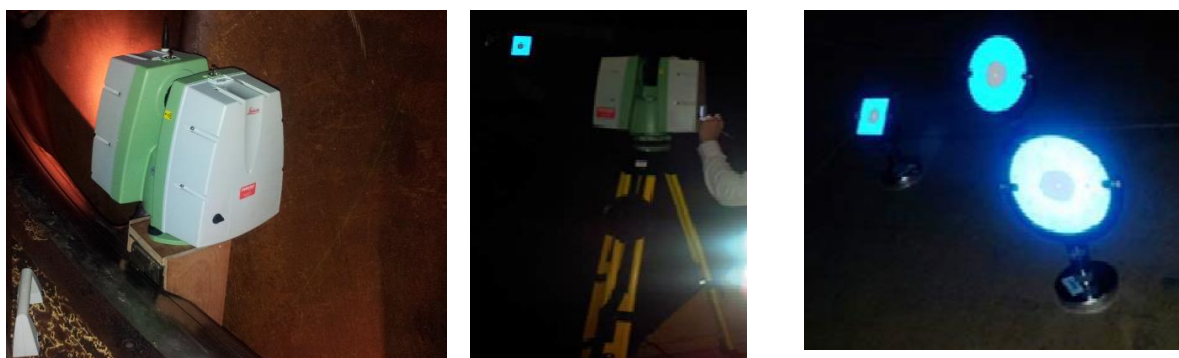


FIGURA A12.2 – A) ESCANEAMENTO DO CANAL DAS PÁS; B) ESCANEAMENTO INFERIOR; C) ALVOS DE REFERÊNCIA
FONTE: ITAIPU (2013)

A12.3 TRATAMENTO DOS DADOS (PRÉ-PROCESSAMENTO)

Esta fase contemplou a junção das nuvens parciais para compor uma nuvem única do objeto, a redução de ruído e a redução de pontos. A versão inicial destas demandas foi feita pela empresa MANFRA, como produto final do projeto piloto contratado disponível em ITAIPU (2013a). Para tanto, a MANFRA utilizou aplicativo próprio (3D Reshaper), o qual relaciona adequadamente no espaço as nuvens parciais, com base no posicionamento do escâner em relação aos alvos de referência, e realiza a eliminação de pontos espúrios ao objeto e a redução de ruído.

A redução de ruído proporciona um aumento da qualidade da malha da superfície e diminui drasticamente o número de polígonos necessários para a obtenção final do modelo 3D do objeto. A redução de ruído utilizada na nuvem da roda foi do tipo uniforme (*uniforme sampling*), resultando em sete diferentes nuvens, cada uma com uma resolução. A mais densa com resolução de 2 mm contém cerca de 34 milhões de pontos e a menos densa, com resolução de 8 mm, contém aproximadamente 2 milhões de pontos. De forma a adequar à capacidade computacional disponível foi utilizada a nuvem menos densa para a modelagem da roda. Exemplos de elementos espúrios ao objeto são mostrados na Figura A12.3-a. A nuvem de pontos geral limpa obtida nesta etapa é mostrada na Figura A12.3-b.

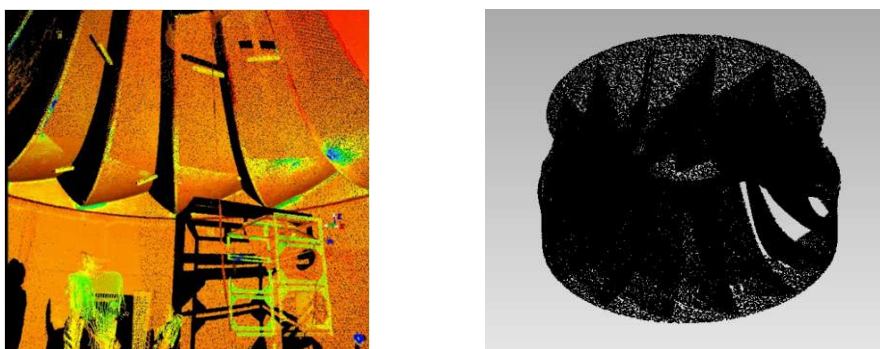


FIGURA A12.3 – A) ILUSTRAÇÃO DA NUVEM PONTOS ANTES DA LIMPEZA; B) NUVEM DE PONTOS GERAL LIMPA
FONTE: ITAIPU (2013)

A reparação das oclusões ocasionadas pelo posicionamento original do escâner na cinta foi feita por meio do escaneamento complementar com o escâner posicionado sobre a pá de forma a enxergar (varrer) as zonas anteriormente ocluídas. Contudo, como este escaneamento foi realizado sem os alvos anteriores de referência do posicionamento do escâner e em apenas um canal entre pás. Assim sendo, para fusionar a nuvem de pontos complementar (P) à nuvem geral (Q) da roda fez-se uso de uma ferramenta baseada no algoritmo *Interactive Closest Point* – ICP.

De acordo com Rajendra (2014), o algoritmo ICP se baseia na rotação (T) e translação (R) necessárias para minimizar a soma do erro quadrático dentre os conjuntos de pontos espaciais P e Q, conforme segue:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad (\text{A12.1})$$

$$T = [t_x, t_y, t_z]^T, \quad (\text{A12.2})$$

onde α , β , e γ expressam a rotação angular ao longo dos eixos x, y, z e t_x , t_y e t_z são relativos ao deslocamento. O algoritmo encontra as matrizes R e T mais adequadas, minimizando o erro quadrático entre os conjuntos de pontos P que se deseja posicionar e o conjunto de pontos Q de dados do modelo, conforme equação seguinte:

$$E = \sum_{i=1}^N \|Rp_i + \vec{T} - q_i\|^2. \quad (\text{A12.3})$$

Para o bom funcionamento desse algoritmo é necessário que ambas as nuvens já estejam limpas e, para rápida convergência, recomenda-se boas condições iniciais. Para tanto, deve-se posicioná-las de maneira próxima ao adequado, antes do programa fazer o ajuste fino. Procedendo desta forma, obteve-se a nuvem final mostrada na Figura A12.4.

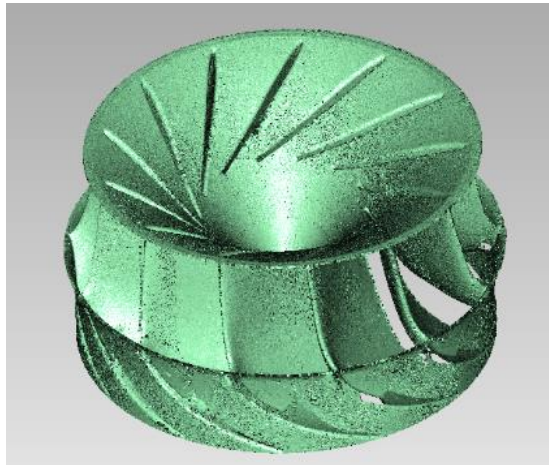


FIGURA A12.4 – NUVEM DE PONTOS FINAL
FONTE: MARRA ET AL (2015)

A12.4 AJUSTE DE SUPERFÍCIE (SEGMENTAÇÃO)

Esta fase compreende a interpretação, o agrupamento e o reparo dos dados digitalizados da nuvem de pontos de maneira a obter-se uma única superfície regular com malha triangular. Para tanto, com a nuvem de pontos limpa e tratada da etapa anterior fez-se uma primeira aproximação da superfície através do agrupamento dos pontos de três em três, formando triângulos, resultando na malha apresentada na Figura A12.5, a qual ainda apresenta as oclusões referentes ao posicionamento do escâner. Em função da escala da imagem, a malha superficial triangular da Figura A12.5 não pode ser delineada. A malha triangular deve estar completamente desembaraçada, ou seja, sem sobreposição de elementos.

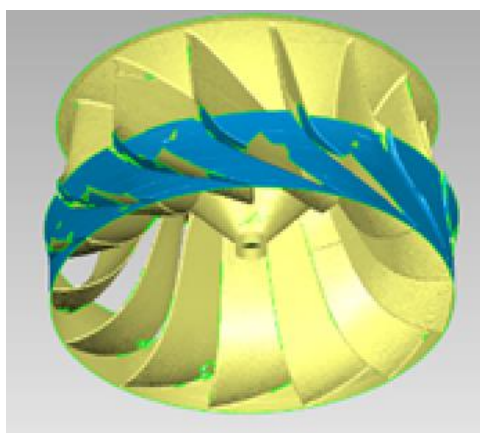


FIGURA A12.5 – MALHA POLIGONAL (TRIANGULAR) COM OCLUSÕES
FONTE: MARRA ET AL (2015)

Através de interpolações que mantêm a curvatura da superfície, foi possível aproximar um perfil aceitável para o preenchimento da superfície nas regiões ocluídas no escaneamento. Para o preenchimento destas oclusões recomenda-se iniciar pelo perfil da pá, em seguida a cinta e pôr fim a intersecção destes.

Após a correção das oclusões, a malha foi reparada por meio de comandos de software que localizam pequenos orifícios na malha e os preenchem automaticamente. Os comandos utilizados são do tipo Reparo Automático, Esculpir, Preparar Objeto de Superfície, Otimizar Margens. Após esta correção e reparação foi possível obter uma superfície em painéis composta por subdivisões de áreas de baixa curvatura. Os painéis por sua vez são subdivididos em patches, que são divisões de quatro lados praticamente equilaterais de um painel. Nesta menor subdivisão, foi possível a geração da malha final, resultando na superfície indicada na Figura A12.6.

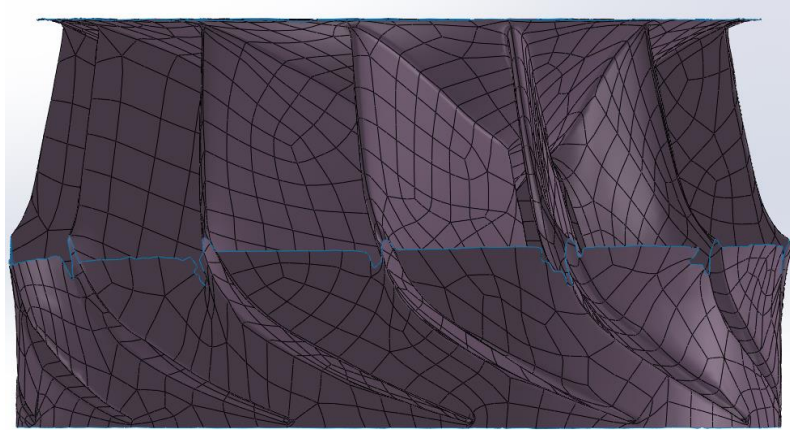


FIGURA A12.6 – DIVISÃO DA SUPERFÍCIE EM PAINÉIS E PATCHES
FONTE: ITAIPU (2016)

A obtenção dos painéis foi feita automaticamente pelo software utilizado, mas é necessário que o operador reagrupe os patches dos painéis de maneira manual, para que a superfície possa ser gerada sem deformações. A organização dos patches consiste em movimentar arestas e subdividir faces até que elas não apresentem os erros de ângulo, localização e forma.

Após a correção e reparação foi possível gerar a primeira aproximação através de uma superfície NURBS (Non Uniform Rational Basis Spline) utilizando a ferramenta Superfície Exata do aplicativo CAD utilizado, resultando na superfície indicada na Figura A12.7.

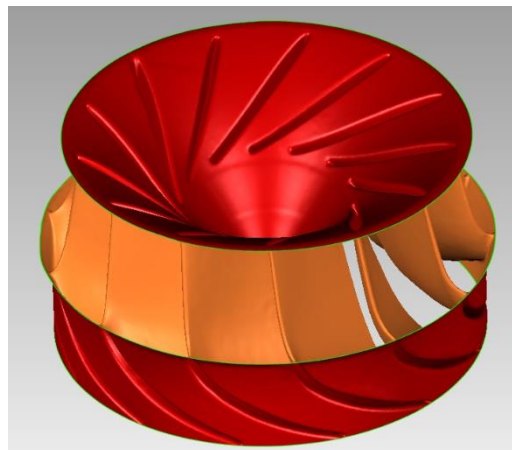


FIGURA A12.7 – SUPERFÍCIE NURBS
FONTE: ITAIPU (2016)

Após a conclusão desta fase, a superfície ficou apta para ser enviada a um aplicativo de CAD para uma análise de montagem ou diretamente a um programa *Computer Aided Manufacturing* (CAM).

A12.5 RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL EM CAD (GERAÇÃO DO SÓLIDO)

Esta fase corresponde à obtenção do sólido 3D representativo da roda da turbina da U07. Como foi escaneado apenas a superfície hidraulicamente ativa da roda, foi necessário modelar a parte externa da roda da turbina. Para tanto, utiliza-se a superfície gerada do escaneamento e modela-se o restante a partir dos desenhos técnicos bidimensionais existentes por meio do recurso de superfície do software CAD e posterior conversão para o sólido da roda da turbina, cujo resultado final é indicado na Figura A12.8.

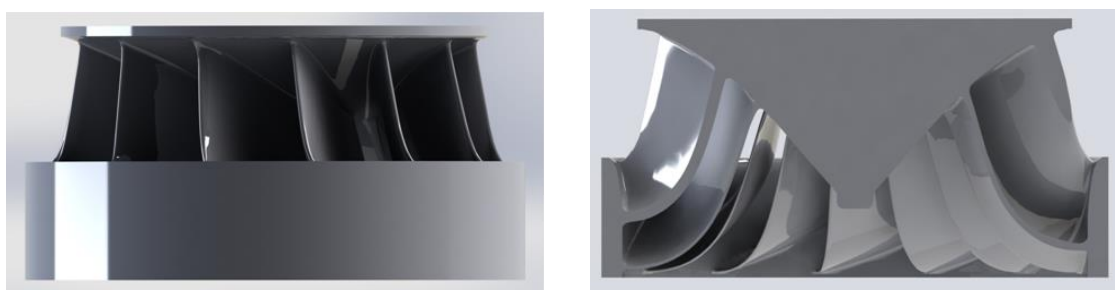


FIGURA A12.8 – MODELAGEM 3D DA RODA ESCANEADA A) VISTA; B) CORTE LONGITUDINAL
FONTE: MARRA ET AL (2015)

Como pode-se observar na figura anterior, as ranhuras dos labirintos nos anéis de desgaste e a cavidade no interior do cubo da roda não estão ainda incluídas. Como comparação visual de resultados, apresenta-se na Figura A12.9 imagens fotográficas da roda da turbina da U18A da UHI, com mesmo projeto hidráulico da U07 e U09.

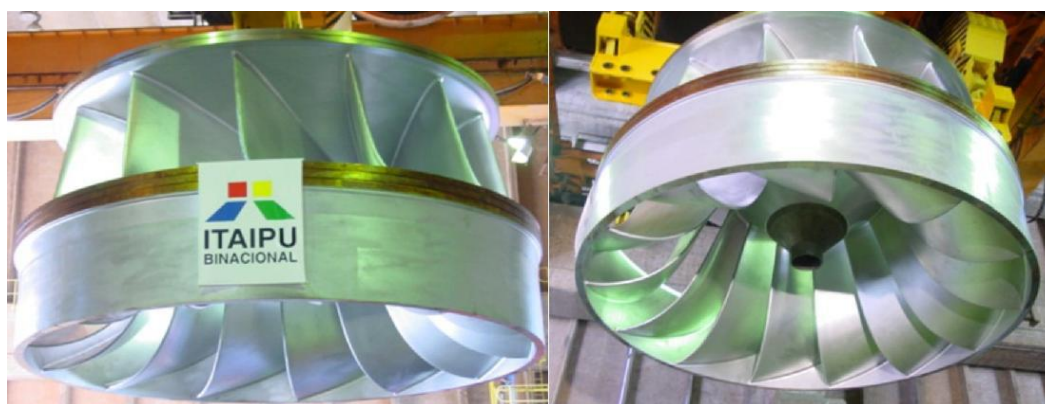


FIGURA A12.9 – MODELAGEM 3D DA RODA ESCANEADA A) VISTA; B) CORTE LONGITUDINAL
FONTE: ACERVO ITAIPU

A12.6 REFERÊNCIAS

AVIZ, D. **Estudo da técnica de engenharia reversa para construção de geometrias complexas focando erros de forma e métodos de digitalização geométrica.** Dissertação de Mestrado. Instituto Superior Tupy, Joinville, 2010.

ITAIPU. **Projeto piloto de levantamento 3D da roda da turbina da unidade geradora U07 por tecnologia laser scanner rotativo.** Itaipu Binacional. Relatório Técnico 5215-50-19634-P-R0, 2013.

ITAIPU. **Desenvolvimento da modelagem geométrica da roda das turbinas utilizando-se da associação de escaneamento a laser.** Itaipu Binacional. Relatório Técnico 5215-50-19636- P-R0, 2016.

MARRA, J.; SEFRIN, Y.; GRAMANI, L; KAVISKI, E. **A experiência de Itaipu no levantamento da geometria e análise fluidodinâmica computacional de suas turbinas a partir da utilização de técnica de escaneamento a laser rotativo.** In: XXIII Seminário Nacional de Produção de Transmissão de Energia Elétrica. Foz do Iguaçu – Brasil: CIGRÉ, 2015.

RAJENDRA, Y. D. **Evaluation of partially overlapping 3D point cloud's registration by using ICP variant and cloud compare.** ISPRS, Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. XL-8, Hyderabad, India, 2014.

APÊNDICE 13 – Artigos aprovados para publicação em periódicos com classificação em Engenharia III no QUALIS – CAPES



July 14th, 2017

Dear Mr. João Marra,

The American Journal of Hydropower, Water and Environmental Systems, publication of Latin American Working Group of the International Association on Hydraulic Research Hydraulic Machines and Systems Committee, has a great pleasure to inform you that the reviewers have accepted your papers (minor corrections) below for publication in 4th American Journal of Hydropower, Water and Environmental Systems.

- 1) **“Hydraulic Transients in Penstocks: Comparison of Methods Runge - Kutta and Characteristics in Load Rejection Solution”**
- 2) **“Prediction of Pressure Pulsation in Francis Turbines Using Rans Solution: An Applied Study of Effects of the Turbulence Models, Mesh, Domain Extension and Multiphase Flow”**
- 3) **“Aeration of Francis Turbines for Mitigation of Hydraulic Instabilities: Mathematical Modeling and Experimental Studies”**
- 4) **“Using the Rotary Laser Scanning Technique in Survey of the Hydraulic Turbines Geometry for Dimensional and Fluid Dynamic Analyses: A Case Study in Francis Turbine”**

Yours sincerely

Prof. Geraldo Lucio Tiago Fº , PhD
Chief Editor



Declaração

Prezado Sr. Marra.

Informamos o cronograma de publicação dos artigos submetidos ao American Journal of Hydropower, Water and Environment Systems. Ressaltamos que as datas poderão ser alteradas sem prévio aviso.

Artigo	Data publicação/ previsão
1) "Hydraulic Transients in Penstocks: Comparison of Methods Runge - Kutta and Characteristics in Load Rejection Solution"	Publicado edição nº 5 – Outubro/2017
2) "Prediction of Pressure Pulsation in Francis Turbines Using Rans Solution: An Applied Study of Effects of the Turbulence Models, Mesh, Domain Extension and Multiphase Flow"	Previsão edição nº 6 – maio/2018
3) "Aeration of Francis Turbines for Mitigation of Hydraulic Instabilities: Mathematical Modeling and Experimental Studies"	Previsão edição nº 7 – julho/2018
4) "Using the Rotary Laser Scanning Technique in Survey of the Hydraulic Turbines Geometry for Dimensional and Fluid Dynamic Analyses: A Case Study in Francis Turbine"	Previsão edição nº 8 – setembro/2018